مـواضيـع الإرسـال الأول

1- الـقيـاسات الـفيـزيـائيـة

2- حركيات النـقـطـة المـاديـة

* الدراسة الـعامـة للـحـركـة

*دراسـة بـعض الـحـركـات :

- الـحركات الـمـسـتـقـيـمة

- الـحـركـة الـمـسـتـقـيـمـة الـجـيـبـيـة

- الحركات الدائرية

3- حـركـة مـركـز الـعـطـالـة

4- نـظـريـة مـركـز الـعـطـالـة

5- تطبيقات نظرية مركز العطالة

6- دوران جسم صلب حول محور ثابت

7- تطبيقات قوانين الميكانيك الكلاسيكي

-حركة جسيمة خاضعة لـقـوة ثابـتـة

- قـوى الـعـطـالـة

- الأقمار الاصطناعية

تـمـاريـن خـاصـة بالإرسـال الأول

القياسات الفيزيائية

الأهداف من الدرس :

1 – يتذكر أن القياس الفيزيائي قياس تقريبي

2 – يدرك معنى دقة القياس

3 – يعبر عن نتائج القياس بيانياً

4 – يكتب نتيجة القياس ويعبر عنها في إطار الأرقام الدالة.

المدة اللازمة لدراسته : 5 ساعات

المراجع الخاصة بهذا الدرس :

– كتاب الفيزيائي للسنة الثالثة ثانوي

–المعهد التربوي – كتاب فيزيائي خارجي.

تصميم الدرس

1 ـ المقادير الفيزيائية ووحداتها في الجملة الدولية.

2 – مفهوم القياس الفيزيائي.

3 – الخطأ في القياس الفيزيائي

4 ـ حساب الإرتيابات

5 ـ التعبير عن القياس الفيزيائي

6 ـ تمثيل نتائج القياس بيانياً

7 ـ أسئلة التصحيح الذاتي

8 – أجوبة التصحيح الذاتي

المقادير الفيزيائية ووحداتها في الجملة الدولية :

لنتصور أنفسنا ونحن ندرس الظواهر الفيزيائية بشكل عام، هل نكتفي بمشاهدة الظاهرة فقط ونقول أننا درسنا الظاهرة أم يجب علينا دراسة هذه الحوادث من الناحية الكمية لإستنباط أو إستخراج القوانين الخاصة بها أو تطبيق هذه القوانين إن كانت معروفة لتقد يرنواتج هذه الحوادث.

بالطبع يجب علينا دراسة هذه الحوادث من الناحية الكمية، ولنأخذ مثالاً على ظاهرة فيزيائية : مرور التيار الكهربائي في ناقل أومي، نستطيع مثلاً قياس طول الناقل ومقطعه وزمن مرور التيار فيه، وقياس شدة التيار وكذلك قياس المكافئ المائي للمسعر أي كتلة الماء المكافئة له حرارياً إذا كان الناقل موضوعاً في مسعر مائي، وكذلك إرتفاع درجة حرارة هذا المسعر وغير ذلك من القياسات.

إن الطول والمقطع والزمن وشدة التيار ودرجة الحرارة تعتبر مقادير فيزيائية.

أ – المقدار الفيزيائي :

هو كل ما يأخذ في ظروف محددة تماماً قيمة معينة تتغير بتغير هذه الظروف.تعريف جملة الوحدات :

ب – الجملة الدولية للوحدات (S.I) :

إتخذ المؤتمر العام الحادي عشر للأوزان والمقاييس الذي عقد في باريس عام 1960 م قراراً بإعتماد الجملة الدولية للوحدات ورمزها الدولي (S.I) وهي جملة تضم ستة (06) وحدات أساسية و وحدتين متممتين، أما بقية الوحدات فهي مشتقة.

المقدار	وحدة القياس	الرمز	
الطول	المتر	م	M
الكتلة	الكيلو غرام	كغ	Kg
الزمن	الثانية	ثا	S
شدة التيار	الأمير	آ	A

2 - مفهوم القياس الفيزيائي :

أ – تعريف :

القياس هو البحث عن عدد المرات التي يحتويها مقدار على مقدار آخر من نفس النوع والذي يعتبر كوحدة كون المقدار قابلا للقياس عندما نستطيع إيجاد النسبة بين كميتين منه أو إيجاد تساويهما أو مجموعهما.

ب – نوعاً القياس :

القياس نوعان مباشر و غير مباشر

- **القياس المباشر :** ويجرى بأدوات القياس ويقرأ ناتجة مباشرة كقياس شدة التيار وفرق الكمون والزمن والطول ... إلخ.
- **القياس غير المباشر :** هو الذي نحصل عليه بالحساب من معرفة العلاقة بين عدة مقادير بعد إجراء القياس المباشر عليها، كقياس المساحة الكتلة الحجمية، كمية الكهرباء، السرعة ، الطاقة الحركية .... إلخ

3 – الخطأ في القياس الفيزيائي :

نفرض أننا قمنا بقياس كتلة جسم معين بواسطة الميزان ثلاث مرات فحصلنا على النتائج التالية

- القياس الأول $ل_1$ = 156.0غ
- القياس الثاني $ل_2$ = 155.5غ
- القياس الثالث $ل_3$ = 154.8غ

نلاحظ إختلافا بسيطاً في هذه القياسات وليس لدينا أي دليل يؤكد أن أحد هذه القياسات هو الأصح دون غيره وأنه هو الذي يعطي القيمة الحقيقية للمقدار المقاس، والسبب في وجود هذا الإختلاف يرجع إلى الأخطاء المرتكبة أثناء عملية القياس ومن أسبابها.

*** أخطاء ناتجة عن أجهزة القياس :**

وتسمى أخطاء نظامية وهي تتكرر بإنتظام أثناء القياس إما بالزيادة دوماً أو بالنقصان دوماً وتنتج عن آلة القياس : كالتدريج غير المنتظم أو قدم الأجهزة أو عدم ضبطها قبل بداية القياس . . . . .إلخ.

*** أخطاء ناتجة عن الشخص المجرب :**

ويكون الخطأ هنا بسبب وضعية الشخص الذي يقوم بالقياس والتي تؤدي إلى إختلاف زاوية النظر أثناء القراءة، أو عدم مهارة الشخص الذي يقيس ، أو عدم سلامة حواس المجرب.

*** أخطاء ناتجة عن ظروف طارئة (مصادفة) :**

وهي أخطاء تحدث تارة بالزيادة وتارة بالنقصان نتيجة لظروف طارئة كتغير درجة الحرارة فجأة أو شدة الضوء أو الرياح ... إلخ مما قد يؤدي إلى التأثير على أجهزة القياس وبالتالي على القياس نفسه.

ولذلك يجب الإنتباه جيداً عند إجراء القياسات الفيزيائية وضبط الأجهزة قبل الإستعمال وإنتقاء أفضلها للتقليل من الخطأ.

أنواع الأخطاء :

عند قياس مقدار ما ($ق_0$) إذا كررنا القياس عدة مرات من طرف عدة أشخاص فإننا نحصل على قيم مختلفة إختلافاً بسيطا جداً فيما بينها ولا نستطيع الجزم أن إحدى هاته القيم هي الأصح معنى ذلك ام المقدار ($ق_0$) ليس إلا قيمة تقريبية فإذا كانت ق ح القيمة الحقيقية للمقدار المقاس فإننا نسمي المقدار : δ ق = ق ح – ق $_0$ الخطأ المطلق

الخطأ المطلق (δ ق) :الخطأ المطلق في القياس هو عدد جبري حقيقي نعبر عنه بالفرق بين القيمة المقاسة (التقريبية) ق$_0$ والقيمة الحقيقية للمقدار : ق ح ، δ ق = ق$_ح$ – ق $_0$ ويتميز بوحدة القياس.

الخطأ النسبي : هو النسبة بين الخطأ المطلق δ ق والقيمة الحقيقية ق ح

أي $\frac{\delta \text{ ق}}{\text{ق ح}}$ وهو لا يتميز بوحدة القياس.

إن كلا من القيمة الحقيقية والخطأ المطلق مجهولان ولهذا نستخدم الإرتيابات

الإرتيابات :

الإرتياب المطلق (Δ ق) :بما أن الخطأ المطلق (δ ق) غير معلوم لجهلنا للقيمة الحقيقية ق ح للمقدار الذي نقيسه لذلك نلجأ للبحث عن حد أعلى له نسميه الإرتياب المطلق : Δ ق

تعريف : الإرتياب المطلق هو القيمة العظمى للخطأ الحقيقي والتي لا يمكن تجاوزها إلا في أسوء الحالات إحتمالاً

$$\Delta ص \quad |\delta ص| \leq$$

ويكون دوماً متبوعاً برمز أو إسم وحدة القياس المستعملة.

– إن الإرتياب المطلق يكون من رتبة تدريجية واحدة من تدريجات جهاز القياس، مثلاً عند إستخدام مسطرة ميليمترية فإن الإرتياب المطلق Δ ل = 1 ملم، وعند إستخدام قدم قنوية بقرنية عشرية فإن الإرتياب المطلق

Δ ل = 0.1 ملم

التعبير عن نتيجة قياس مقدار ما :

إذا كانت القيمة التقريبية لقياس مقدار ما هي $ق_0$ فإننا نعبر عن نتيجة قياس هذا المقدار بالعلاقة ق ح = ق$_0$ ± Δ ق

مثال : عند قياس طول قطعة خشبية عدة مرات حصلنا على النتائج التالية : 20 سم ، 20.2 سم ، 20.1 سم ، 19.9 سم ، 20 سم أوجد نتيجة القياس :

الحل :

القيمة الوسطى : ل $_و$ = $\frac{20 + 19.9 + 20.1 + 20.2 + 20}{5}$ = 20 .04 سم

Δ ل1 = $|$ل $_ء$ - ل $_و$ $|$ = 20.2 – 20.04 = 0.16 سم.

Δ ل2 = $|$ل $_ص$ - ل $_و$ $|$ = 19.9 – 20.04 = 0.14 سم

Δ ل = $\frac{\Delta ل_1 + \Delta ل_2}{2}$ = $\frac{0.14 + 0.16}{2}$ = 0.15 سم

ومنه نكتب نتيجة القياس : ل = ل $_و$ ±Δ ل

ل = (20.04 ± 0.15) سم

الإرتياب النسبي :

هو حاصل قسمة الإرتياب المطلق(Δ ق) على القيمة المقاسة والتي يمكن إعتبارها عملياً القيمة الوسطى. أي هو : $\frac{\Delta ق}{ق_0}$ وهو يعبر عن دقة القياس.

مثال :

إذا كانت القيمة المقاسة $ل_1$ = 10 سم وبإرتياب مطلق $\Delta ل_1$ = 1 ملم

والقيمة المقاسة $ل_2$ = 20م وبإرتياب مطلق $\Delta ل_2$ = 2 سم

أ – أحسب الإرتياب النسبي في كل من القياسين

ب – أي القياسين أدق ؟

الحل :

الإرتياب النسبي في القياس الأول : $\frac{\Delta ل_1}{ل_1} = \frac{1}{100} = 0.01 = 1\%$

الإرتياب النسبي في القياس الثاني : $\frac{\Delta ل_2}{ل_2} = \frac{2}{2000} = 0.001 = 0.1\%$

ففي القياس الأول يكون مقداراً الخطأ هو + 1 ملم أو-1 ملم في 100 ملم

أما في القياس الثاني فمقدار الخطأ هو:

+2 سم أو – 2 سم في 2000 سم

أي: + 20 ملم أو – 20 ملم في 20000 ملم

أي: + 0.1 ملم أو – 0.1 ملم في 100 ملم

ومنه نجد أن القياس الثاني هو الأدق.

بالرغم من أن الإرتياب المطلق الثاني أكبر من الإرتياب المطلق الأول إلا أن القياس الثاني أدق من الأول.

نتيجة :

لا تتوقف دقة القياس على الإرتياب المطلق فقط بل على النسبة بينه وبين القيمة المقاسة على أن تكون الوحدات متماثلة. ويكون القياس أكثر دقة كلما كان الإرتياب النسبي صغيراً.

4 - حساب الإرتيابات :

في القياسات المباشرة غالباً لا نحتاج إلى حساب الإرتياب المطلق بل يعطى من طرف صانع الجهاز (يكتب على الجهاز) أو يكون من رتبة تدريجية واحدة من تدريجات الجهاز، أما في القياسات غير المباشرة فإننا نلجأ إلى تطبيق علاقات رياضية تمكننا من حساب الإرتيابات، نلخصها فيما يلي :

أ - حالة مجموع جبري :

إذا كان لدينا المقدار س = أ + ب – جـ وقد قيست كل من أ ، ب ، جـ بالأخطاء : δ أ ،δ ب ، δ جـ، يكون الخطأ في س هو δ س ونكتب :

س + δس = (أ + δ أ) +(ب + δ ب) – (جـ + δ جـ)

س +δس=(أ + ب– جـ)+(δ أ + δ ب –δ جـ)⇐ δ س =δ أ +δ ب– δ جـ وحسب تعريف الإرتياب المطلق نكتب :

$$\Delta س = \Delta أ + \Delta ب + \Delta جـ$$

في حالة المجموع الجبري تجمع الإرتيابات المطلقة جمعاً عادياً

مثال :

إذا كانت نتيجة قياس كل من أ ، ب، جـ هي :

أ =(17.0 ±0.1) سم ، ب = (8.0 ±0.2) سم ، جـ = (9.00 ±0.13) سم

أوجد القيمة الحقيقية للمقدار س = أ + ب – جـ

الحل :

$س_{\circ} = أ_{\circ} + ب_{\circ} - جـ_{\circ}$

$س_{\circ} = 17.0 + 8.0 - 9.00 = 16.0$ سم

$\Delta س = \Delta أ + \Delta ب + \Delta جـ$

$\Delta س = 0.1 + 0.2 + 0.13 = 0.43$ سم $\cong 0.4$ سم

نتيجة قياس س هي س = $س_{\circ} \pm \Delta$ س

س = (16.0 ± 0.4) سم

ب – حالة الجداء :

إذا كان س = أ . ب حيث أ ، ب مقدران فيزيائين قيساً بالخطأين δ أ ، δب، يكون الخطأ في س هو δس ، ونكتب :

س + δ س = (أ + δ أ) (ب + δ ب)

س + δ س = أ ب + أ δ ب + ب δ أ + δ أ δ ب

بإهمال δ أ δ ب لصغره أمام باقي المقادير نكتب

س $\rightarrow$ δس = أب + أ δب + ب δأ س = أب

ومنه δس = أ δب + ب δأ

فيكون الخطأ النسبي $\frac{\delta س}{س} = \frac{أ\ \delta ب}{س} = \frac{ب\ \delta أ}{س} = \frac{أ\ \delta ب}{أ\ ب} + \frac{ب\ \delta أ}{أ\ ب}$

$$\frac{\delta س}{س} = \frac{\delta أ}{أ} + \frac{\delta ب}{ب}$$

وحسب تعريف الإرتياب المطلق نكتب :

الارتباط النسبي :

$$\frac{\Delta س}{س} = \frac{\Delta أ}{أ} + \frac{\Delta ب}{ب}$$

الارتياب المطلق :

$$\Delta س = س\left(\frac{\Delta أ}{أ} + \frac{\Delta ب}{ب}\right)$$

مثال : قيست أبعاد متوازي مستطيلات فكانت النتائج كالتالي :

س = (2.1 ± 0.1) سم ،ع = (3.2 ± 0.1) سم ،ص = (5.3 ± 0.12) سم

أوجد نتيجة قياس حجمه ح.

الحل : $ح_0 = س_0 \times ع_0 \times ص_0$

$ح_0 = 2.1 \times 3.2 \times 5.3 = 35.6$ سم3

لإرتياب المطلق :

$$\Delta ح = ح_0 \left(\frac{\Delta س}{س_0} + \frac{\Delta ع}{ع_0} + \frac{\Delta ص}{ص_0}\right)$$

$$\Delta ح = 35.6\left(\frac{0.1}{2.1} + \frac{0.1}{3.2} + \frac{0.1}{5.3}\right)$$

$\Delta ح \cong 3.8$ سم3

ومنه نكتب نتيجة القياس : ح = $ح_0$ +Δ ح

ح = (35.6 ± 3.8) سم3

جـ – حالة القسمة : إذا كان $س = \frac{أ}{ب}$ حيث أ، ب مقداران فيزيائيان

نكتب : أ = ب س ، وباستعمال حالة الجداء نجد :

$$\frac{\delta أ}{أ} = \frac{\delta ب}{ب} + \frac{\delta س}{س} \Leftarrow \frac{\delta س}{س} = \frac{\delta أ}{أ} - \frac{\delta ب}{ب}$$

وحسب التعريف الإرتياب المطلق فإننا نكتب :

- الإرتياب النسبي : $\frac{\Delta س}{س} = \frac{\Delta أ}{أ} + \frac{\Delta ب}{ب}$

الإرتياب المطلق : $\Delta س = س\left(\frac{\Delta أ}{أ} + \frac{\Delta ب}{ب}\right)$

مثال : أحسب الكتلة الحجمية لصفيحة معدنية كتلتها ك = (39 ± 1) غ وحجمها ح = (5.0 ± 0.1) سم3

الحل :

$$كح_o = \frac{ك_o}{ح_o} = \frac{39}{5.0} = 7.8 \text{ غ/ سم}^3$$

الإرتياب المطلق : $\Delta كح = كح_o\left(\frac{\Delta ك}{ك_o} + \frac{\Delta ح}{ح_o}\right)$

$$\Delta كح = 7.8\left(\frac{1}{39} + \frac{0.1}{5}\right)$$

$$\Delta كح = 0.4 \text{ غ/ سم}^3$$

ومنه تكون الكتلة الحجمية لمعدن الصفيحة :كح = $كح_o$ + Δ كح

كح = (7.8 ± 0.4) غ/ سم^3

د – حالة أ س :

إذا كان لدينا : س = $أ^{ن}$ حيث أ مقدار فيزيائي ، ن عدد حقيقي ، فاعتماداً على حالة الجداء يمكن أن نكتب :

ومنه يكون الإرتياب النسبي هو :

$$\frac{\Delta س}{س} = \frac{\Delta أ}{أ} + \frac{\Delta أ}{أ} + \frac{\Delta أ}{أ} + \text{.....ن مرة}$$

$$\frac{\Delta س}{س} = |ن| \frac{\Delta أ}{أ}$$

الإرتياب المطلق : $\Delta س = |ن| س \frac{\Delta أ}{أ}$

مثال : يعطى دور النواس البسيط بالعلاقة د = $2\pi \sqrt{\frac{ل}{ج}}$

حيث ل طول النواس ، ج شدة شعاع الجاذبية.

فإذا كان ل = (1.00 ± 0.01) م ، و، ج = (9.8 ± 0.1) م/ثا^2

أحسب دور هذا النواس :

$$د_0 = 2\pi \sqrt{\frac{ل}{ج}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{9.8}} = 2.00 \text{ ثا}$$

حساب الارتياب المطلق Δ د :

لدينا د = $2\pi \sqrt{\frac{ل_0}{ج_0}} = 2\pi \sqrt{\frac{ل^{\frac{1}{2}}}{ج^{\frac{1}{2}}}} = 2\pi \, ل^{\frac{1}{2}} \, ج^{-\frac{1}{2}}$

فيكون الارتياب انسبي : $\frac{\Delta د}{د_0} = \frac{1}{2}\frac{\Delta ل}{ل_0} + \frac{1}{2}\frac{\Delta ج}{ج_0}$

و الارتياب المطلق : $\Delta د = د_0 \left(\frac{\Delta ل}{2 ل_0} + \frac{\Delta ج}{2 ج_0} \right)$

$$\Delta د = \left(\frac{0.01}{1} + \frac{0.1}{9.8} \right) \frac{2}{2} = 0.02 \text{ ثا}$$

*ومنه دور هذا النواس : د = $د_0 \pm \Delta$ د

د = (2.00 ± 0.02) ثا

هـ – تعميم :

إذا كان لدينا ص = ثا $ق_1^{ن} . ق_2^{هـ} ق_3^{ل} \times$ ..... حيث $ق_1$ ،$ق_2$ ،$ق_3$ ..... مقادير فزيائية و ن ، هـ ، ل ... أعداد حقيقية، فحسب ما سبق يكون الارتياب النسبي على ص هو :

$$\frac{\Delta ص}{ص} = |ن| \frac{\Delta ق_1}{ق_1} + |هـ| \frac{\Delta ق_2}{ق_2} + |ل| \frac{\Delta ق_3}{ق_3} + ...$$

و يكون الارتياب المطلق على ص هو :

$$\Delta ص = \left(|ن| \frac{\Delta ق_1}{ق_1} + |هـ| \frac{\Delta ق_2}{ق_2} + |ل| \frac{\Delta ق_3}{3 ق} + ... \right) \times ص$$

ج دساتير التقريب :

– عند إجراء الحساب بين المقادير الفيزيائية التي تحتوي على عدة أرقام عشرية ذات دلالة، تكون الحسابات معقدة وتستغرق وقتاً طويلاً وتزيد من إحتمال الخطأ، لذلك نلجأ إلى إستخدام دساتير التقريب شريطة أن يكون الإرتياب النسبي في النتيجة النهائية أقل أو يساوي الإرتياب النسبي الذي تعطى به المقادير الفيزيائية التي تدخل في الحساب.

فإذا كان لدينا مثلاً :

ص = (1.000 + 0.005)(1.000 + 0.002)

فإن : ص = 1.000 + 0.005 + 0.002 + 0.000010 = 1.007010

فإذا أهملنا الحد : 0.000010 الذي رتبته أقل من 10^{-4} لصغره أمام باقي الحدود الأخرى.فإن الإرتياب النسبي في المقدار ص يكون :

$$\frac{\Delta \text{ ص}}{\text{ص}} = \frac{10^{-5}}{1.00701} \cong 10^{-5}$$

وهو اقل من $\frac{0.005}{1}$ وأقل من $\frac{0.002}{1}$

و منه نستطيع أن نكتب :

ص ≈ 1.000 + 0.005 + 0.002 = 1.007.

فإذا كان لدينا ص = (1 + ع)(1 + عَ)، فإن :

ص ≅ 1 +ع + عَ ، بإهمال الجداء ع.عَ

وإذا كان لدينا ص = (1 +ع) (1 + عَ) (1 + عً)، فإن :

ص ≅ 1 + ع + عَ + عً ، حيث ع، عَ، عً مقادير صغيرة جداً أمام الواحد (1). إذا كان ع = عَ = عً =..... = $ع_0$

فإن : ص = (1 + $ع_0$) (1 + $ع_0$) (1 + $ع_0$) (1 + $ع_0$) (1 + $ع_0$)...

$$\text{ص} = (1 + ع_0)^{\text{ن}} \cong 1 + \text{ن } ع_0$$

يمكن تعميم هذا الدستور من أجل قيم حقيقية لـ ن (ن ∈ ح) وإليك الأمثلة التالية للتوضيح حيث ع صغير جداً أمام الواحد.

$\sqrt{1+ع} \cong 1 + \frac{ع}{2}$	$\sqrt{1-ع} \cong 1 - \frac{ع}{2}$
$\sqrt[ن]{1+ع} \cong 1 + \frac{ع}{ن}$	$\sqrt[ن]{1-ع} \cong 1 - \frac{ع}{ن}$
$\frac{1}{\sqrt{1+ع}} \cong 1 - \frac{ع}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{1-ع}} \cong 1 + \frac{ع}{2}$
$\frac{1}{\sqrt[ن]{1+ع}} \cong 1 - \frac{ع}{ن}$	$\frac{1}{\sqrt[ن]{1-ع}} \cong 1 + \frac{ع}{ن}$
$\frac{1+ع}{1+ع^{2}} \cong (1+ع)(1+ع^{2})^{-1} \cong (1+ع)(1-ع^{2})$ $\cong 1 + ع - ع^{2}$	

أمثلة :

1 – أحسب قيمة ص حيث : ص = $\frac{1.003}{0.996}$

الحل :

ص = $\frac{1.003}{0.996} = \frac{(0.003+1)}{0.004-1} = (1 + 0.003)(1 - 0.004)^{-1}$ ،

ص = $(1 + 0.003)(1 + 0.004)$،

ص = $1 + 0.003 + 0.004 = 1.007$

2 – نفس السؤال من أجل ص = $\sqrt{8.100}$

الحل :

ص = $\sqrt{100(1 + 0.008)} = 10(1 + 0.008)^{\frac{1}{2}}$

ص = $10\left(1 + \frac{0.008}{2}\right)$

ص = 10.04.

3 – نفس السؤال من أجل ص = $\sqrt[3]{8(1.02)^{2}}$

الحل :

ص = $\sqrt[3]{(1 + 0.02)^{2}} = (1 + 0.02)^{2/3}$ ،

ص = (1 + $\frac{2}{3}$ × 0.02)،

ص = 1.013

4 – أحسب قيمة ص حيث ص = $\overline{\text{ق}\frac{2.001}{1.002}}$

الحل :

ص = $\overline{\text{ق}\frac{(0.0005+1)2}{(0.002+1)}} = \overline{\text{ق}2}\,(0.0005+1)^{\frac{1}{2}}\,(0.002+1)^{-\frac{1}{2}}$

ص = $\overline{\text{ق}2}\left(\frac{0.0005+1}{2}\right)\left(\frac{0.002}{2}-1\right) \cong \overline{\text{ق}2}\,[0.001-0.00025+1]$

ص ≅ 0.999 $\overline{\text{ق}2}$

5 – أحسب $\overline{\text{ق}52}$ بالتقريب .

الحل : $\overline{\text{ق}52} = \overline{\text{ق}\,49 + 3} = \overline{\text{ق}\,49}\left(\frac{3}{49}+1\right)^{\frac{1}{2}}$

$= 7\left(\frac{3}{98}+1\right)$

$= 7\,(1+0.03)$

$= 7.21$.

التقريب في قياس الزوايا الصغيرة

نطلب منك عزيزي الطالب، أن ترجع إلى جدول النسب المثلثية وتقارن بين قيم الزوايا الأقل من 10 ° فتجد أن جيوب وظلال هذه الزوايا متساوية تقريباً وتساوي أيضاً قيم الزوايا بالراديان مثلاً :

$\alpha = 3° = 0.052$ راديان ، جب$\alpha = 0.052$ ، ظل$\alpha = 0.052$

$\alpha = 7° = 0.122$ راديان ، جب$\alpha = 0.122$ ، ظل$\alpha = 0.123$

$\alpha = 8° = 0.139$ راديان ، جب$\alpha = 0.139$ ، ظل$\alpha = 0.140$

ومنه نقول : من أجل الزوايا الصغيرة $\alpha \geq 10°$ ، ($\alpha \geq 0.17$ راديان)

فإن : | جب$\alpha \cong$ ظل$\alpha \cong \alpha$ (راديان) |

وكذلك نستطيع أن نأخذ من أجل $\alpha \geq 10°$

| تجب $\alpha \cong 1 - \frac{\alpha^2}{2}$ ، $\alpha \cong 1 - \frac{\text{جب}^2\alpha}{2}$ |

برهان هذه العلاقة كما يلي :

$$\text{تجب}^2\alpha = 1 \Leftarrow \quad \text{تجب}\ \alpha = \text{ق}1 - \text{جب}^2\alpha = \overline{1 - \left(1 - \text{جب}^2\alpha\right)^{\frac{1}{2}}} \quad + \alpha^2\ \text{جب}$$

α^2 جب صغير جدا أمام الواحد و منه :

$$\text{تجب}\ \alpha \cong 1 - \frac{\alpha^2\ \text{جب}}{2} \cong 1 - \frac{\alpha^2}{2}$$

مثال : أوجد تجب 6°

الحل : نحول 6 ° إلى الراديان :

$$\alpha = \frac{\pi\ 6}{180} = \frac{\pi}{30}\ ،\ \text{راديان} \begin{cases} 180° \longleftarrow \pi\ \text{راديان} \\ 6° \longleftarrow \pi\ \text{راديان} \end{cases}$$

$$\text{تجب}\ \alpha \cong 1 - \frac{\alpha^2}{2}$$

$$\text{تجب}\ \alpha = 1 - \frac{\left(\pi / 30\right)^2}{2}\ ،$$

$$\text{تجب}\ \alpha = 1 - \frac{\pi^2}{1800} = 1 - \frac{1}{180}\ ،\quad (\pi^2 = 10)$$

$$\text{تجب}\ \alpha = 0.995.$$

6 – تمثيل نتائج القياس بيانياً.

لندرس هذه الفقرة من خلال المثال التالي :

مثال : عند دراسة قانون أوم بين طرفي ناقل أومي تجريبياً حصلنا على النتائج التالية :

ش (آ)	0.50	0.70	1.00	1.30	1.60	2.00
ف(فولط)	3.5	4.9	7.0	9.1	12.6	14.0

حيث ف : فرق الكمون بين طرفي الناقل الأومي ، ش : شدة التيار المار في الدارة.

أ – أرسم الخط البياني الممثل لتغيرات ف بدلالة ش.

ب – إستخرج من الخط البياني مقاومة الناقل الأومي،

جـ – أحسب الإرتياب " Δ م " إعتباراً من التجربة الأخيرة بأخذ Δ ش = 0.05 آ و Δ ف = 0.2 فولط.

أ – لرسم الخط البياني ف = تا(ش) نتبع الخطوات التالية :

– نختار محورين متعامدين على الورقة الميلمترية ونوجههما،

– نكتب التابع على محور التراتيب والمتحول على محور على محور الفواصل ونرفقهما بوحدتي قياسهما بين قوسين :

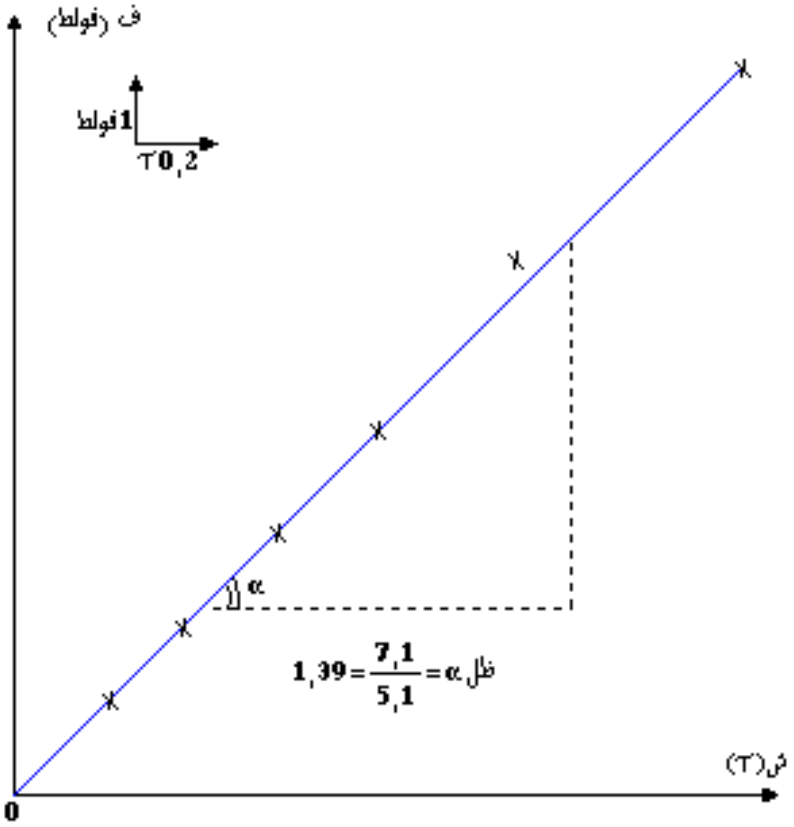
ف (فولط)، ش (آ) ،

– نختار سلماً مناسباً للرسم :

1 سم ←——— فولط ، 1 سم ———→ آ

– نعين النقاط على الورقة الميليمترية إنطلاقاً من الجدول بعلامة (+)

– نصل بين هذه النقاط ونرسم الخط البياني



– الخط البياني مستقيم إمتداده يمر بالمبدأ معادلته :

ف = أش ، أ ميل المستقيم.

ب – مقاومة الناقل الأومي :

لدينا من الخط البياني : ف = أ ش ،

وحسب قانون أوم : ف = م ش ، بالمطابقة نجد : أ = م ،

$$\text{م} = \text{أ} = \frac{1 \text{ فولط}}{0.2 \text{ آ}} \text{ ظل } \alpha$$

م = 1.39 × 5 ،

م = 6.95 Ω ، ≅ 7.0 Ω

جـ – حساب الإرتياب المطلق Δ م :

لدينا ف = م ش ⇐ م = $\frac{ف}{ش}$

ومنه $\frac{Δم}{م_o}$ = $\frac{Δف}{ف_o}$ + $\frac{Δش}{ش_o}$ ⇐ Δ م = $م_o$ ($\frac{Δف}{ف_o}$ + $\frac{Δش}{ش_o}$)،

من التجربة الأخيرة : $م_o$ = $\frac{ف_o}{ش_o}$ = $\frac{14.0}{2.00}$ = 7.0 Ω

ومنه Δ م ≅ 7.0 ($\frac{0.2}{14.0}$ + $\frac{0.05}{2.00}$)

Δ م = 0.3 Ω

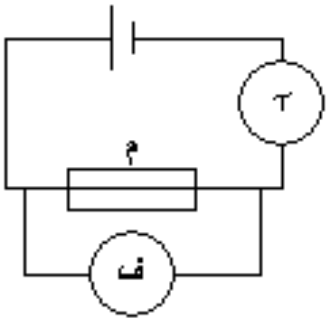
م = (7.0 ± 0.3) Ω

7 ـ أسئلة التصحيح الذاتي :

1 – بإستعمال التركيب المبين في الشكل المقابل نجد :

س = (0.54 ± 0.02) آ

ف = (13.5 ± 0.1) فولط.



أوجد قيمة مقاومة الناقل الأومي "م" ودقة القياس

2 – أوجد حجم كرة نصف قطرها نق = (5.00 ± 0.02) سم، نعتبر π = 3.14. أعط نتيجة القياس.

3 – تعطى عبارة دور نواس مرن بالعلاقة : د =2π $\sqrt{\frac{ك}{ثا}}$ ق

ووجد تجريبياً : د = (2.00 ± 0.02) ثا ،

ك = (100.0 ± 0.5) غ ،

أوجد ثابت المرونة ثا مع إعطاء نتيجة القياس

4 – قيست كتلة جسم "ك" وحجمه "ح" فوجدت النتائج :

ك = 16.25 غ بتقريب 1% ،

ح = (8.5 ± 0.4) سم3 .

أوجد الكتلة الحجمية ودقة القياس.

5 – لدينا مستطيل طوله ل = (20.0 ± 0.1)م وعرضه ع = (10.0 ± 0.1) م

أ – أوجد محيطه ط.

ب – أوجد مساحته سط ودقة القياس في سط

6 – أوجد بالتقريب ناتج ما يلي :

أ – $(0.001)^3$ ، ب – $\sqrt{100.3}$ ق

جـ – $\frac{2.004}{1.996}$ ، د – $\frac{1000.5}{999.5}$

7 – أوجد : تجب (0.04 راديان)

8. – أجوبة التصحيح الذاتي :

1 – لدينا حسب قانون أوم بين طرفي ناقل أومي : ف = م ش، ومنه م = $\frac{ف}{ش}$ ،

إذن : $م_{\circ} = \frac{ف_{\circ}}{ش_{\circ}} = \frac{13.5}{0.54} = 25.0\ \Omega$ ،

$\frac{\Delta م}{م_{\circ}} = \left(\frac{\Delta ش}{ش_{\circ}} + \frac{\Delta ف}{ف_{\circ}}\right) \Leftarrow \Delta م = م_{\circ}\left(\frac{\Delta ش}{ش_{\circ}} + \frac{\Delta ف}{ف_{\circ}}\right)$ ،

$\Delta م = 25 \left(\frac{0.02}{0.54} + \frac{0.1}{13.5}\right) = 1.2\ \Omega$

و تكون نتيجة القياس : $م = م_{\circ} \pm \Delta م \Leftarrow م = (25.0 \pm 1.2)\ \Omega$

ودقة القياس : $\frac{\Delta م}{م_{\circ}} = \frac{1.2}{25} \cong 0.05$ أي $\frac{\Delta م}{م_{\circ}} \cong 5\ \%$

2 – عبارة حجم الكرة : $ح = \frac{4}{3}\pi$ نق^3

إذن $ح_{\circ} = \frac{4}{3}$ نـق^3 $\pi = \frac{\pi 4}{3}(5)^3 = 523.3$ سم^3

حساب Δ ح : $\Leftarrow \frac{\Delta ح}{ح_{\circ}} = \frac{3\Delta \text{ نـق}_{0}}{\text{نـق}_{\circ}}$ $\Delta ح = 3$ ح . $\frac{\Delta \text{ ق}}{\text{نق}_{\circ}}$ ،

$\Delta ح = 3 \times 523.3 \times \frac{0.02}{5} = 6.3$ سم3

و تكون نـتيـجة القيـاس : ح =$ح_{\circ} \pm \Delta ح \Leftarrow$ ح =(523.3 ± 6.3) سم3

3 – من عبـارة الـدور نـجـد : ثا = $\frac{\text{ك}^2 \pi 4}{\text{د}^2}$ ،

ثا$_{\circ} = \frac{4\pi^2 ك_{\circ}}{د^2} = \frac{4\pi 0.1^2}{4} = 0.1 \ \pi^2 = 0.985$ ن/م

$\frac{\Delta \text{ ثا}}{\text{ثا}_{\circ}} = \frac{\Delta \text{ ك}}{\text{ك}} + \frac{2\Delta \text{ د}}{\text{د}_{\circ}} \Leftarrow \Delta$ ثا = ثا° $(\frac{\Delta ك}{ك} + \frac{2\Delta \text{ د}}{\text{د}_{\circ}})$ ،

Δ ثا = 0.985 $(\frac{05}{100} + \frac{0.04}{2}) = 0.025$ ن/م.

ومـنه نكتب نـتيجة القياس:

ثا = $\text{ثا}_{0} \pm \Delta$ثا =(0.985 ± 0.025)ن/م

4 – لـديـنـا الـكتلـة الـحجميـة كـح = $\frac{\text{ك}}{ح}$ ،

إذن : كـح$_{\circ} = \frac{ك_{0}}{ح_{0}} = \frac{16.25}{8.5} = 1.9$ غ/سم3 ،

$\frac{\Delta \text{ كح}}{\text{كح}_{\circ}} = \frac{\Delta ك}{ك_{\circ}} = \frac{\Delta ح}{ح_{\circ}} \Leftarrow \Delta$ كـح = كـح$_{\circ}$ $(\frac{\Delta ك}{ك_{\circ}} + \frac{\Delta ح}{ح_{\circ}})$ ،

Δكح = 1.9 $(\frac{1}{100} + \frac{0.4}{8.5}) \cong 0.1$ غ/سم3 ،

ومـنـه تـكون كـح = (1.9 ± 0.1) غ/سم3

دقـة الـقيـاس : $\frac{\Delta \text{ كح}}{\text{كح}_{\circ}} = \frac{1}{20} \cong \frac{0.1}{1.9} 5$ %.

5 – أ – مـحيـط الـمستطيـل : ط = (ل+ ع)× 2

إذن : ط$_{\circ}$ = (ل$_{\circ}$ + ع$_{\circ}$) × 2 = (20.0 + 10.0)× 2 = 60.0 م.

Δ ط = (Δ ل + Δ ع) × 2 = (0.1+ 0.1) × 2 = 0.4 م ،

ومنه ط = (60.0 ± 0.4) م

ب – مساحة المستطيل سط = ل× ع ،

إذن : سط$_0$ = ل$_0$ × ع$_0$ = 20 × 10 = 200 م2.

$$\frac{\Delta \text{سط}}{\text{سط}_0} = \frac{\Delta \text{ل}}{\text{ل}_0} + \frac{\Delta \text{ع}}{\text{ع}_0} \Rightarrow \Delta \text{سط} = \text{سط}_0 \left(\frac{\Delta \text{ل}}{\text{ل}_0} + \frac{\Delta \text{ع}}{\text{ع}_0} \right)$$

$$= 200 \left(\frac{0.1}{20} + \frac{0.1}{10} \right)$$

Δ سط = 3 م2.

ومنه سط = (200 ± 3)م2.

دقة القياس $\frac{\Delta \text{سط}}{\text{سط}_0} = \frac{3}{200} = 1.5\ \%$

6 – أ – $(1.001)^3 = (1 + 0.001)^3 \cong 1 + 0.003 = 1.003$

ب $\text{ق}\overline{3.100} = (100 + 0.3)^{\frac{1}{2}} = 10 \left(1 + \frac{0.3}{100} \right)^{\frac{1}{2}} = 10 (1 + 0.003)^{\frac{1}{2}}$

$\cong 10 (1 + 0.0015) = 10 + 0.015 = 10.015$

$$(1+0.002)(1-0.002)^{-1} = \frac{(1+0.002)2}{(1-0.002)2} = \frac{0.004 + 2}{0.004 - 2} = \frac{2.004}{1.996}$$

$\cong (1 + 0.002)(1 + 0.002) \cong 1 + 0.002 + 0.002 = 1.004$.

د – $\frac{1000.5}{999.5} = \frac{0.5 + 1000}{0.5 - 1000} = \frac{(0.0005 + 1)1000}{(0.0005 - 1)1000}$

$= (1 + 0.0005)(1 - 0.0005)^{-1}$

$= (1 + 0.0005)(1 + 0.0005) = 1 + 0.0005 + 0.0005 = 1.001$

7 – لدينا جب$^2\alpha$ + تجب$^2\alpha$ = 1 ⇐ تجب$^2\alpha$ = 1 – جب$^2\alpha$

تجب α = ق$\overline{1 - \text{جب}^2\alpha}$ ،

0.04 راديان تقابل زاوية صغيرة $\alpha \phi$ 10° و منه يكون :

حب $\alpha = \alpha$ ،

تجب α = ق$\overline{1 - \alpha^2}$ ،

تجب $\alpha \cong (1 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}}$

تجب $\alpha \cong 1 - \frac{\alpha^2}{2}$ ،

تجب 0.04 راديان $\cong 1 - \frac{(0.04)^2}{2} = 0.9992$

8 – نحول 3° إلى الراديان :

$$\alpha \begin{cases} 180° \longleftarrow\!\!\!\!\!\!- \quad \pi \quad \text{راديان} \\ 3° \longleftarrow\!\!\!\!\!\!- \quad \alpha \end{cases} \quad \alpha = \frac{\pi}{60} \text{ راديان}$$

يكون تجب $\alpha \cong 1 - \frac{\left(\frac{\pi}{60}\right)^2}{2}$ ،

تجب $\alpha \cong 1 - \frac{\pi^2}{7200}$ ، $\left(\pi^2 = 10\right)$

تجب $\alpha \cong 1 - 0.0014$ ،

تجب $\alpha \cong 0.9986$ ،

ظل $\alpha \cong \alpha = \frac{\pi}{60} = 0.0523$.

حركيات النقطة المادية

نظراً لطول هذا الفصل تم تقسيمه إلى قسمين :

I – الدراسة العامة للحركة

II – دراسة بعض الحركات .

يحتوي القسم الثاني على الأجزاء الثلاثة التالية :

1 – الحركة المستقيمة المنتظمة والحركة المستقيمة المتغيرة بإنتظام.

2 – الحركة المستقيمة الجيبية .

3 – الحركات الدائرية.

أ – الحركة الدائرية المنتظمة.

ب – الحركة الدائرة المتغيرة بإنتظام.

جـ – الحركة الدورانية الجيبية.

حركيات النقطة المادية

- الدراسة العامة للحركة

أهداف الدرس : 1 – يربط الحركة بمعالم مختلفة

2 – يعبر عن المقادير (شعاع الموضع ، السرعة ، التسارع) بيانياً.

3 – يستنتج معادلة المسار إنطلاقاً من المعادلات الزمنية.

4 – يميز بين مركبتي شعاع التسارع في معلم فريني وفي معلم ديكارتي ويدرك مدلولهما الفيزيائي في معلم فريني.

المدة الزمنية اللازمة للدرس : 4 ساعات

الدروس الذي ينبغي الرجوع إليها :

– درس الحركة – كتاب السنة الأولى

المراجع : كتاب الفيزياء للسنة الثالثة ثانوي – المعهد التربوي الوطني – كتاب خارجي – السنة الثالثة ثانوي.

تصميم الدرس

1 – تذكير

2 – الدراسة العامة للحركة

2 – 1 – معادلات الحركة

2 – 2 – شعاع السرعة

2 –3 – شعاع التسارع

3 – أسئلة التصحيح الذاتي (الجزء الأول)

4 – أجوبة التصحيح الذاتي (الجزء الأول).

1 – تذكير :

يهتم علم الحركة (الحركات) بدراسة حركة الأجسام وعلاقتها بالزمن دون التعرض إلى مسببات هذه الحركة. ولا شك أنك تذكر، عزيزي الطالب، جزءاً من هذا الموضوع الذي درسته في السنة الأولى ثانوي، فتعال معي لنراجع سوياً بعض المفاهيم الواردة في هذا الموضوع.

1 – 1 – مفهوم الحركة وطابعها النسبي :

إليك المثال التالي : يقف " هشام " على رصيف محطة القطار ليودع زميليه علياً وسعيداً الموجودان داخل القطار أمام نافذة إحدى العربات، لنجب عن السؤالين التاليين.

أ – كيف يبدو "علي" بالنسبة لهشام أثناء إنطلاق القطار ؟

ب – كيف يبدو "علي" بالنسبة لسعيد أثناء إنطلاق القطار ؟

لا شك أنك تتفق معي أن هشاماً يرى علياً يبتعد عنه، أي يغير موضعه بالنسبة له، وأن سعيداً يرى علياً في نفس المكان أي أن موضعه يبقى ثابتاً بالنسبة له.

ومنه نستنتج أن : الحركة والسكون مفهومان نسبيان (إذ أن علياً يبدو ساكناً بالنسبة لسعيد متحركاً بالنسبة لهشام)

فلدراسة حركة جملة ما يجب اختيار (جملة مقارنة) تنسب إليه الحركة.

كما نستنتج أن : الحركة هي تغير موضع الجسم بتغير الزمن بالنسبة لمرجع ما (حيث أن موضع علي يتغير بالنسبة لهشام فهو إذن في حالة حركة بالنسبة له)

1 – 2 – النقطة المادية :

لتسهيل دراسة الحركة، نعتبر أبعاد الجسم صغيرة جداً بالنسبة للمسافات التي يقطعها ونسميه نقطة مادية أو متحركاً نقطياً.

1 – 3 – المعالم :

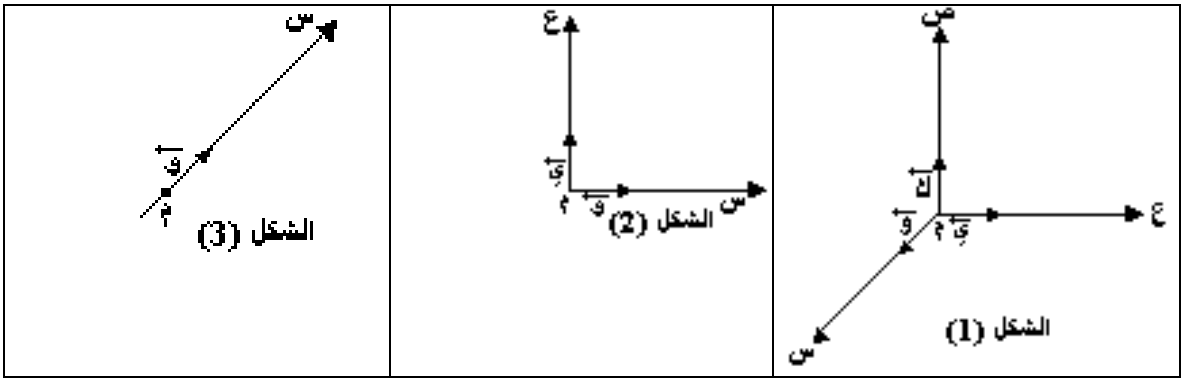
إن المرجع الذي هو جملة مادية تنسب إليها الحركة لا يكفي لتعيين موضع المتحرك في المكان والزمن، بل يجب إرفاقه للمسافة وآخر للزمن.

أ – معلم المسافة : يكون معلم المسافة :

– فضائياً : شكل (1)

أو – مستوياً : شكل (2)

أو – مستقيماً : شكل (3)



ويكون مرتبطاً بالمرجع.

ب – معلم الزمن : يتكون من محور واحد مدرج بوحدات زمنية، مبدؤه اللحظة ز = 0

إن دراسة الحركة تتطلب إختيار معلم للمسافة ومعلم للزمن.

1 – 4 – المسار :

هو مجموعة الأوضاع المتعاقبة التي يشغلها المتحرك النقطي أثناء حركته بالنسبة لمعلم ما، وهو خط مستمر يصل بين نقطة الإنطلاق ونقطة الوصول.

– إذا كان المسار مستقيماً تكون الحركة مستقيمة.

إذا كان المسار منحنياً تكون الحركة منحنية.

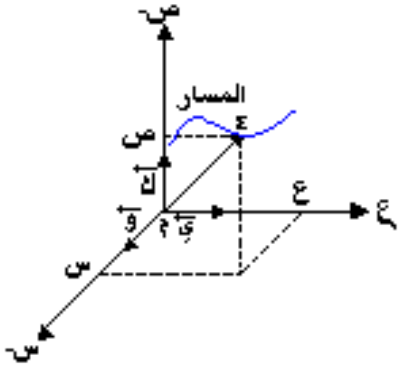
مسار مستقيم مساران منحنيان

2 ـ الدراسة العامة للحركة :

2 – 1 – معادلات الحركة :

أ – شعاع الموضع والإحداثيات الكارتيزية.(الديكارتية)

يحدد موضع المتحرك النقطي في لحظة زمنية (ز) بالنسبة لمعلم فضاء ديكارتي (م ، $\vec{و}$ ، $\vec{ى}$ ، $\vec{ك}$) بواسطة شعاع يسمى شعاع الموضع $\overrightarrow{مـن}$ بدايته مبدأ المعلم (م) ونهايته المتحرك النقطي (ن).



$$\overrightarrow{مـن} = س\,\vec{و} + ع\,\vec{ى} + ص\,\vec{ك}$$

حيث : س ، ع ، ص : هي المركبات السلمية للشعاع $\overrightarrow{مـن}$ ، $\vec{و}$ ، $\vec{ى}$ ، $\vec{ك}$: أشعة الوحدة.أثناء الحركة تكون المركبات السلمية لشعاع الموضع $\overrightarrow{مـن}$ متغيرة بتغير الزمن، أي تكون تابعة للزمن ونكتب عندئذ :

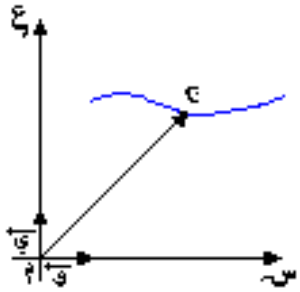
س = تا(ز) ، ع = ها(ز) ، ص = عا(ز).

تسمى هذه الدوال المعادلات الزمنية للحركة.

إذا تمت الحركة في مستو فإننا نختار معلماً مستوياً (م ، $\vec{و}$ ، $\vec{ى}$)

ويكون شعاع الموضع : $\overrightarrow{مـن} = س\,\vec{و} + ع\,\vec{ي}$

وتكون المعادلات الزمنية للحركة : س = تا(ز) ،



ع = هـا (ز)

إذا تمت الحركة وفق مستقيم فإننا نختار معلماً مستقيماً (م ، $\vec{و}$)

ويكون شعاع الموضع $\boxed{\overrightarrow{مـن} = س \vec{و}}$

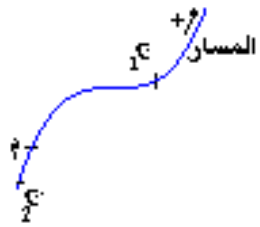
وتكون المعادلة الزمنية للحركة : س = تا(ز).

ملاحظة : إن الحركات التي ندرسها في برنامج السنة الثالثة ثانوي تتم كلها في مستو (حركة جسمية في حقل منتظم ، الحركة الدائرية ....) أو وفق مستقيم الحركة

المستقيمة المنتظمة والمتغيرة بإنتظام، الحركة الجيبية المستقيمة . .)

ب – الفاصلة المنحنية :

إذا علم المسار يمكن تحديد موضع المتحرك النقطي في أي لحظة زمنية (ز) بفاصلته المنحنية وذلك بإختيار إتجاه موجب على المسار و مبدإ للفواصل (نختارهما بكيفية تسمح بتسهيل الدراسة)



نسمي القياس الجبري للقوس $\overline{مـن}$

الفاصلة المنحنية (ف) ، ف = $\overline{مـن}$

إذا كان الانتقال من (م) إلى (ن) يتم في الإتجاه الموجب تكون : ف > 0

* في الشكل السابق : ف1 = $م ن_1$ > 0

إذا كان الإنتقال من م إلى ن يتم في الإتجاه السالب تكون : ف < 0.

- في الشكل السابق : ف2 = $م ن_2$ < 0 .

تسمى الدالة ف = تا(ز) المعادلة الزمنية للحركة، وهي تعطينا موضع المتحرك في كل لحظة زمنية، وخطها البياني يسمى مخطط الحركة.

جـ – معادلة المسار : .

هي معادلة نحصل عليها بحذف الزمن من المعادلات الزمنية للحركة، بحيث نحصل على علاقة بين المركبات السلمية لشعاع الموضع.

مثلاً إذا كانت الحركة تتم في مستو فالمعادلتان الزمنيتان للحركة هما :

س = تا(ز) ، ع = هـا(ز) ، أما معادلة المسار فهي العلاقة التي تربط ع بـ س وتكون من الشكل : ع = (س).

أمثلة :

تعطى إحداثيات متحرك نقطي في معلم مستو بالعلاقتين :

س = تا(ز) ، ع = هـا(ز) ، حيث س و ع مقدران بالمتر والزمن بالثانية أوجد في كل حالة من الحالات الآتية معادلة مسار الحركة :

أ – $\begin{cases} س = 2 ز - 5 \\ ع = -2 ز + 8 \end{cases}$ ، ب - $\begin{cases} س = 5 ز \\ ع = 5 ز^2 + 10 ز \end{cases}$ ، جـ - $\begin{cases} س = 1 + \text{تجب } ز \\ ع = \text{جب } ز \end{cases}$

الحل :

أ) – بجمع المعادلتين : س = 2 ز – 5 ، ع = – 2 ز + 8 طرفاً لطرف نجد : س + ع = 3 ، ومنه معادلة المسار : ع = – س + 3 وهي معادلة مستقيم أي أن المسار مستقيم.

ب) – من معادلة س =5 ز ، فإن : ز = $\frac{س}{5}$ ،

بالتعويض في المعادلة ع = 5 $ز^2$ + 10 ز

نجد معادلة المسار : ع = 5 $(\frac{س}{5})^2$ + 10 $(\frac{س}{5})$ ،

$$ع = \frac{1}{5} س^2 + 2 س$$ وهي معادلة قطع مكافئ ، أي أن

المسار قطع مكافئ

جـ – بكتابة المعادلة : س = 1 + تجب ز

على الشكل : س – 1 = تجب ز

بتربيع المعادلتين : س – 1 = تجب ز ، ع = جب ز

نجد :

$$(س-1)^2 = \text{تجب}^2\ ز$$
$$ع^2 = \text{جب}^2\ ز$$

بالجمع نجد : $(س-1)^2 + ع^2 = \text{تجب}^2\ ز + \text{جب}^2\ ز$

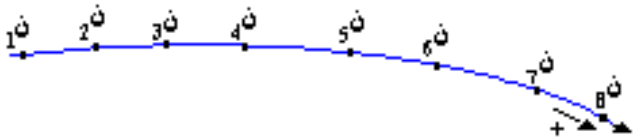
بما أن : تجب^{2}ز + جب^{2}ز = 1 فإن معادلة المسار هي :

$$(س-1)^2 + ع^2 = 1$$

وهي معادلة دائرة مركزها (1،0) ونصف قطرها: نق = 1 م أي أن مسار الحركة دائري.

ملاحظة : يجب التمييز بين مسار الحركة ومخطط الحركة وإليك مثال على ذلك : نسجل حركة جسم قذف على طاولة ذات مسند هوائي، فنحصل على مسار الحركة الموضح بالشكل التالي، حيث المدة الزمنية المستغرقة بين موضعين متتاليين للجسم ثابتة : θ = 40 ملي ثا.

نوجه المسار بجهة الحركة، نختار النقطة (ن$_3$) كمبدأ للفواصل، ونختار لحظة

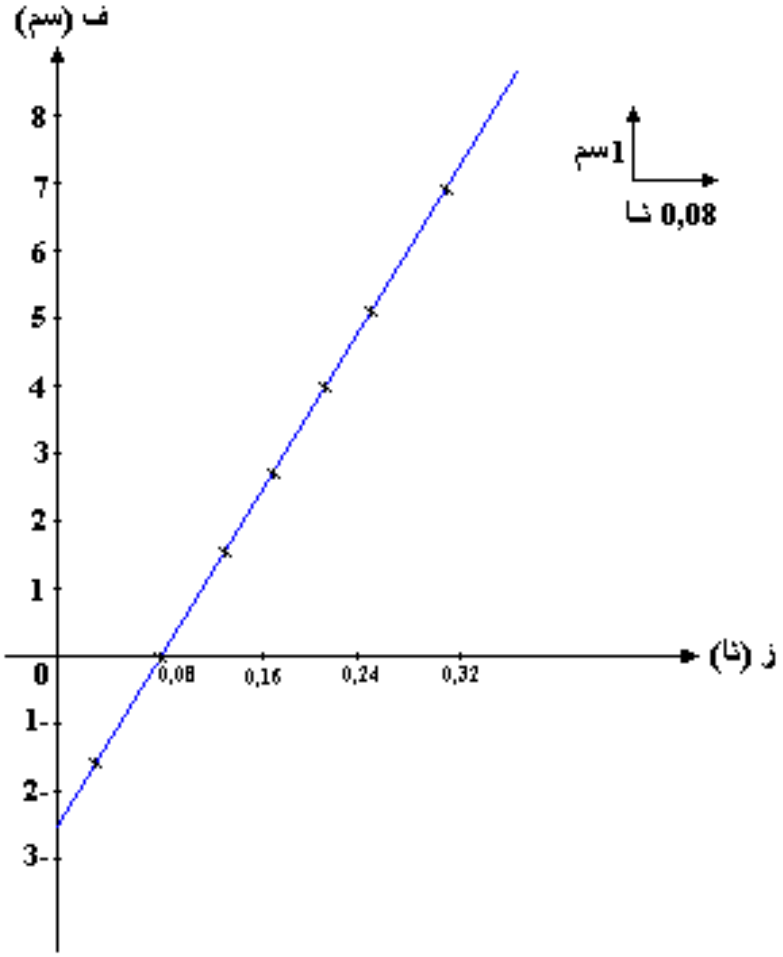


تسجيل النقطة (ن$_1$) كمبدأ الأزمنة، نقيس الفاصلة المنحنية (ف) لكل نقطة ونحسب زمن تسجيلها ثم ندون النتائج في الجدول التالي :

موضع الحركة	ن1	ن2	ن3	ن4	ن5	ن6	ن7	ن8
الزمن (ثا)	0	0.04	0.08	0.12	0.16	0.20	0.24	0.28
الفاصلة المنحنية (سم)	2.5-	1.3-	0	1.3	2.7	4.2	5.6	7.2

– لنرسم مخطط الحركة على ورقة ميليمترية، ونقارنه بمسار الحركة (أنظر الصفحة الموالية)

لا شك أنك تلاحظ، عزيزي الطالب، أن مخطط الحركة عبارة عن خط مستقيم بينما مسار الحركة خط منحنى.



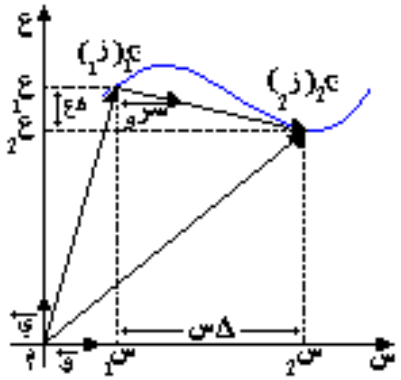
2. 2 – شعاع السرعة :

قبل التعرض لشعاع السرعة نتعرف أولا على شعاع الإنتقال. يشغل متحرك نقطي الوضع ن$_1$ في اللحظة ز$_1$ الذي يحدده شعاع الموضع $\overleftarrow{م ن}_1 = س_1 \overleftarrow{و} + ع_1 \overleftarrow{ى}$، الوضع ن$_2$ في اللحظة ز$_2$ الذي يحدده شعاع الموضع $\overleftarrow{م ن}_2 = س_2 \overleftarrow{و} + ع_2 \overleftarrow{ى}$ ، نسمي الشعاع $\overleftarrow{ن_1 ن_2}$ شعاع الانتقال بين اللحظتين ز$_1$ ، ز$_2$،

$$\overleftarrow{ن_1 ن_2} = \overleftarrow{م ن}_2 - \overleftarrow{م ن}_1$$

$$\overleftarrow{ن_1 ن_2} = (س_2 - س_1) \overleftarrow{و} + (ع_2 - ع_1) \overleftarrow{ى}$$

$$\overrightarrow{ن_1 ن_2} = \Delta س \overrightarrow{و} + \Delta ع \overrightarrow{ى}$$



أ – شعاع السرعة الوسطية :

نعرف شاع السرعة الوسطية بين اللحظتين $ز_1$ ، $ز_2$ أي في المجال الزمني : $\Delta ز = ز_2 - ز_1$ كما يلي :

$$\overrightarrow{سر_و} = \frac{\overrightarrow{ن_1 ن_2}}{\Delta ز} = \frac{\Delta س}{\Delta ز}\overrightarrow{و} + \frac{\Delta ع}{\Delta ز}\overrightarrow{ى}$$

وهو شعاع محمول على حامل شعاع الإنتقال وجهته بجهة الحركة (أنظر الشكل أعلاه).

* إن وحدة قياس طويلة شعاع السرعة في الجملة الدولية هي : المتر/ الثانية.

ونكتب إختصاراً :(م/ثا) أو (م.ثا$^{-1}$) : كما يمكن استخدام وحدة أخرى هي الكيلومتر/ الساعة (كم/ سا) حيث : 1 كم. سا$^{-1}$ = $\frac{1}{3.6}$ م.ثا$^{-1}$

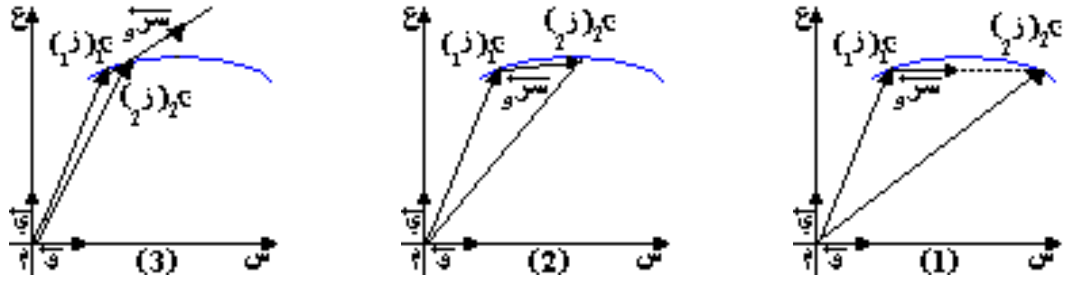
ب – شعاع السرعة اللحظية :

أنت تعلم عزيزي الطالب أن السرعة الوسطية لسيارة مثلاً لا تعطي معلومات كافية عن الحركة التي تخضع لعدة عوامل كازدحام الطريق، وجود منعرجات ومنحدرات فيه مما يحتم على السائق تغيير السرعة من لحظة إلى أخرى، مثلاً إذا قطعت سيارة مسافة 300 كم (من الطيف إلى العاصمة مثلاً) في مدة زمنية قدرها 6 ساعات فهذا لا يعني أن السائق حافظ على سرعة ثابتة قدرها 50 كم

سا$^{-1}$ طـيـلـة مـدة الـسـفـر، وإنـمـا يـمـكـن أن يـكـون قـد تـجـاوز هذه الـسـرعـة أحـيـانـاً وسـار بـسـرعـة أقل مـنـهـا أحـيـانـاً أخرى ولـهذا تسمـى هذه السرعـة سرعـة متوسطة (وسـطـيـة).

أمـا الـسـرعـة الـلـحـظـيـة فـهـي الـسـرعـة الـتـي يـشـيـر إلـيـهـا عـداد الـسـيـارة فـي لـحـظـة مـعـيـنـة، مثـلاً سرعـة المرور بـنـقـطـة مـا.

ونـحـصـل عـلـى شـعـاع الـسـرعـة الـلـحـظـيـة فـي نـقـطـة (ن$_1$) بـإنـهـاء الـمـجـال الـزمـنـي Δز فـي عـبـارة الـسـرعـة الـوسـطـيـة : $\overleftarrow{سر}_{و} = \frac{\overleftarrow{ن_1 ن_2}}{\Delta ز}$ إلـى الـصـفـر ، أي جـعـل ز$_2$ يـقـتـرب من ز$_1$. كـمـا فـي الأشـكـال الـتـالـيـة :



(1) (2) (3)

نـلاحـظ فـي الأشـكـال الـسـابـقـة أنـه عـنـدمـا يـقـتـرب Δز من الـصـفـر (Δز $\leftarrow$ 0) تـقـتـرب الـنـقـطـة ن2 مـن الـنـقـطـة ن1 ويـؤول شـعـاع الـسـرعـة الـوسـطـيـة إلـى شـعـاع نـسـمـيـه شـعـاع الـسـرعـة الـلـحـظـيـة $\overleftarrow{سر}$.

ومـنـه نـكـتـب : $\overleftarrow{سر} = \lim_{\Delta ز \to 0} \overleftarrow{سر}_{و} = \lim_{\Delta ز \to 0} \frac{د \overleftarrow{ن_1 ن_2}}{\Delta ز}$

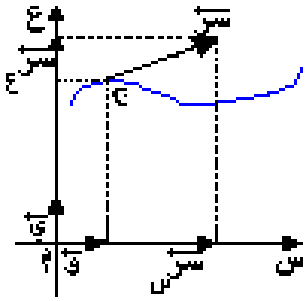
$$\overleftarrow{سر} = \text{نهـا} \frac{\overleftarrow{م ن_2} - \overleftarrow{م ن_1}}{ز_2 - ز_1} = \frac{د \overleftarrow{م ن_1}}{د ز}$$

أي أن شـعـاع الـسـرعـة الـلـحـظـيـة ($\overleftarrow{سر}$) هـو مـشـتـق شـعـاع الـمـوضـع ($\overleftarrow{م ن_1}$) بـالـنـسـبـة لـلـزمـن.

مـمـيـزات شـعـاع الـسـرعـة الـلـحـظـيـة :

نـقـطـة الـتـأثـيـر : مـنـطـبـقـة عـلـى الـمـتـحـرك فـي الـلـحـظـة الـمـعـتـبـرة (ن$_1$ فـي الـشـكـل 3)

* **الـحـامـل :** هو الـمـمـاس لـلـمـسـار فـي الـنـقـطـة الـمـعـتـبـرة.
* **الـجـهـة :** هـي جـهـة الـحـركـة ،
* **الـشـدة :** هـي الـقـيـمـة الـمـطـلـقـة لـمـشـتـق شـعـاع الـمـوضـع بـالـنـسـبـة لـلـزمـن.



العبارة التحليلية لشعاع السرعة :

أ – الإحداثيات الكارتيزية :

في المعلم (م ، $\vec{و}$، $\vec{ي}$) يكتب شعاع الموضع للمتحرك النقطي ن : $\overrightarrow{مـن} = س\vec{و} + ع\vec{ي}$ ،

ويكون شعاع السرعة اللحظية :

$$\overrightarrow{سر} = \frac{د\overrightarrow{مـن}}{د ز} = \frac{د\left(س\vec{و} + ع\vec{ي}\right)}{د ز} = \frac{د س}{د ز}\vec{و} + \frac{د ع}{د ز}\vec{ي}$$

$$= سر_س\vec{و} + سر_ع\vec{ي}$$

حيث $سر_س = \frac{د س}{د ز}$ ، $سر_ع = \frac{د ع}{د ز}$ ،

وتسمى مركبتي شعاع السرعة وتكون طويلة شعاع السرعة: $سر = ق سر = \sqrt{سر_س^2 + سر_ع^2}$.

2) معلم فريني (أساس فريني) : FRENET

يمكن كتابة شعاع السرعة اللحظية في معلم مرتبط بالنقطة المتحركة (ن) يسمى معلم فريني $\left(\vec{و}_{مـ}، \vec{و}_ن\right)$ حيث : $\vec{و}_{مـ}$ شعاع الوحدة المحمول على المماس للمسار في النقطة المتحركة (ن).

$\vec{و}_ن$ شعاع الوحدة الناظمي (العمودي)على المسار في النقطة المتحركة والموجهة نحو تقعر المسار.

وبما أن شعاع السرعة اللحظية يكون مماساً للمسار في النقطة المتحركة في كل لحظة زمنية فإن : $\overrightarrow{سر_ن} = \vec{0}$ ،

ومنه نكتب شعاع السرعة اللحظية في معلم فريني: $\overrightarrow{سر} = سر_{مـ}\vec{و}_{مـ} + 0\vec{و}_ن$

$\overleftarrow{سو} = سو_م \overleftarrow{و}_م$

تمرين : يعطى شعاع الموضع لمتحرك نقطي في كل لحظة زمنية (ز) في المعلم المستوي (م ، $\overleftarrow{و}$ ، $\overleftarrow{ى}$) بالعلاقة : $\overleftarrow{مـن} = (6ز + 1)\overleftarrow{و} + 2ز^2 \overleftarrow{ى}$

1 – أوجد معادلة مسار الحركة

2 – أوجد طويلة شعاع الإنتقال بين اللحظتين $ز_1$ = 1 ثا ، $ز_2$ = 3 ثا

3 – أوجد طويلة شعاع السرعة الوسطية بين اللحظتين $ز_1$ = 1 ثا ، $ز_2$ = 3 ثا.

4 – أوجد طويلة شعاع السرعة اللحظية في اللحظة $ز_1$ = 1 ثا ثم في اللحظة $ز_2$ = 3ثا.

الحل :

1) لإيجاد معادلة المسار نضع شعاع الموضع

$\overleftarrow{مـن} = (6ز + 1)\overleftarrow{و} + 2ز^2 \overleftarrow{ى}$ على الشكل :

$\overleftarrow{مـن} = س\overleftarrow{و} + ع\overleftarrow{ى}$ ، بالمطابقة نجد :

س = 6 ز + 1 . . . . . (1) ، ع = $2ز^2$ . . . . . (2)

من (1) نجد : ز = $\frac{س - 1}{6}$ ، بالتعويض في (2) نجد :

$ع = 2\left(\frac{س - 1}{6}\right)^2 = \frac{2}{36}(س - 1)^2 = \frac{1}{18}(س - 1)^2$

2) طويلة شعاع الإنتقال بين اللحظتين $ز_1$ =1 ثا ، $ز_2$ = 3 ثا

– نعين شعاع الموضع في اللحظة $ز_1$ = 1 ثا : $\overleftarrow{مـن_1} = (6(1) + 1)\overleftarrow{و} + 2(1)^2 \overleftarrow{ى}$

$\overleftarrow{مـن_1} = 7\overleftarrow{و} + 2\overleftarrow{ى}$

– نعين شعاع الموضع في اللحظة $ز_2$ = 3 ثا : $\overleftarrow{مـن_2} = (6(3) + 1)\overleftarrow{و} + 2(3)^2 \overleftarrow{ى}$

$\overleftarrow{مـن_2} = 19\overleftarrow{و} + 18\overleftarrow{ى}$

– و يكون شعاع الموضع : $\overleftarrow{ن_1 ن_2} = \overleftarrow{مـن_2} - \overleftarrow{مـن_1}$

$\overleftarrow{ن_1 ن_2} = (19\overleftarrow{و} + 18\overleftarrow{ى}) - (7\overleftarrow{و} + 2\overleftarrow{ى})$

$$\overleftarrow{ن_1 ن_2} = 19 \overleftarrow{و} + 18 \overleftarrow{ى} - 7 \overleftarrow{و} + 2 \overleftarrow{ى}$$

$$\overleftarrow{ن_1 ن_2} = 12 \overleftarrow{و} + 16 \overleftarrow{ى}$$ ، وهو من الشكل

$$\overleftarrow{ن_1 ن_2} = س \overleftarrow{و} + ع \overleftarrow{ى}$$

ومنه تكون طويلة شعاع الانتقال بين اللحظتين $ز_1$ ، $ز_2$:

$$\| \overleftarrow{ن_1 ن_2} \| = ق(س^2 + ع^2) = ق(12)^2 + (16)^2 = 20 \text{ م}$$

3) طويلة شعاع السرعة الوسطية بين اللحظتين $ز_1 = 1$ ثا ، $ز_2 = 3$ ثا

لدينا : $\overleftarrow{سر_و} = \frac{\overleftarrow{ن_1 ن_2}}{ز_2 - ز_1} = \frac{\overleftarrow{ن_1 ن_2}}{\Delta ز}$.

ومنه طويلة شعاع السرعة الوسطية : $\| سر_و \| = \frac{\| \overleftarrow{ن_1 ن_2} \|}{\Delta ز} = \frac{20}{2} = 10$

م/ثا.

4) طويلة شعاع السرعة اللحظية في اللحظة ز.

$$\overleftarrow{سر} = \frac{د \overleftarrow{م ن}}{د ز} = \left[(6ز + 1) \overleftarrow{و} + 2ز^2 \overleftarrow{ى} \right] \frac{د}{د ز} = (6ز + 1) \overleftarrow{و} + \frac{د}{د ز}(2ز^2) \overleftarrow{ى}$$

$\overleftarrow{سر} = 6 \overleftarrow{و} + 4ز \overleftarrow{ى}$ وهي من الشكل :

$\overleftarrow{سر} = سر_س \overleftarrow{و} + سر_ع \overleftarrow{ى}$.

وتكون طويلة شعاع السرعة اللحظية :

$$سر = ق(سر_س^2 + سر_ع^2)$$

أي : $سر = ق(6)^2 + (4ز)^2$

في اللحظة $ز_1 = 1$ثا : $سر_1 = ق(36 + (4)^2) = 7.2$ م/ثا.

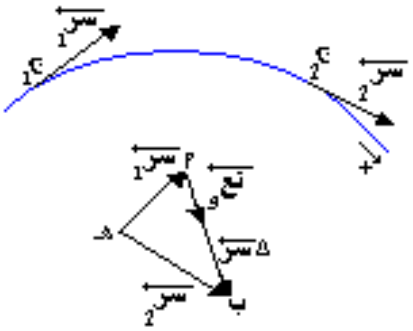
في اللحظة $ز_2 = 3$ ثا : $سر_2 = ق(36 + (3 \times 4)^2) = 13.4$ م/ثا

2 – 3 – شعاع التسارع :

يمكن أن نقرأ في بطاقة إشهار لسيارة جديدة العبارة التالية : " من 0 إلى 100 كم/ سا خلال 33 ثانية "، إن هذه العبارة تعني إمكانية زيادة سرعة هذه السيارة خلال مدة زمنية معينة أي تعبر عن مقدار فيزيائي هو التسارع.

وكما أن شعاع السرعة يعبر عن تغير شعاع الموضع $\overleftarrow{م ن}$ خلال الزمن فإن شعاع التسارع يعبر عن تغير شعاع السرعة الحظية $\overleftarrow{سر}$ خلال الزمن.

أ – شعاع التسارع الوسطي :



ينتقل متحرك نقطي على المسار الممثل بالشكل بحيث يكون شعاع سرعته في اللحظة ز$_1$ هو $\overleftarrow{سر_1}$ وفي اللحظة ز$_2$ هو $\overleftarrow{سر_2}$ ، لدراسة تغير شعاع السرعة بين اللحظتين ز$_1$ ،ز$_2$

نأخذ نقطة إختيارية هـ ونرسم منها شعاعين مسايرين للشعاعين $\overleftarrow{سر_1}$ ، $\overleftarrow{سر_2}$ $\overleftarrow{هـ أ}$ يساير $\overleftarrow{سر_1}$ ، $\overleftarrow{هـ ب}$ يساير $\overleftarrow{سر_2}$ فيكون الشعاع $\overleftarrow{أ ب}$ مسايراً للشعاع $\overleftarrow{\Delta سر} = \overleftarrow{سر_2} - \overleftarrow{سر_1}$.

نعرف شعاع التسارع الوسطي بين اللحظتين ز$_2$ ، ز$_1$ ، بالشعاع $\overleftarrow{تع_و}$ حيث :

$$\overleftarrow{تع_و} = \frac{\overleftarrow{سر_2} - \overleftarrow{سر_1}}{ز_2 - ز_1} = \frac{\overleftarrow{\Delta سر}}{\Delta ز}$$

للشعاع $\overleftarrow{تع_و}$ نفس حامل وجهة الشعاع $\overleftarrow{\Delta سر}$.

وحدة التسارع في الجملة الدولية في : المتر/ ثا^2 (ثا/م^2)

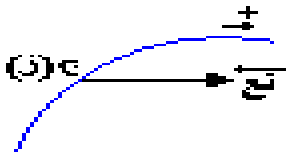
ب – شعاع التسارع اللحظي :

يعرفنا شعاع التسارع الوسطي $\overleftarrow{تع}_{و}$ بشكل عام بتغير شعاع السرعة اللحظية بين اللحظتين $ز_1$ ، $ز_2$ و لكنه لا يعرفنا بالتسارع في لحظة معينة، عندما يقترب $ز_2$ من $ز_1$ أي عندما $\Delta ز \longrightarrow 0$ فإن شعاع التسارع الوسطي $\overleftarrow{تع}_{و}$ يؤول إلى شعاع التسارع اللحظي $\overleftarrow{تع}$ ، و منه نكتب :

$$\overleftarrow{تع} = \underset{\Delta ز \leftarrow 0}{نهـا} \overleftarrow{تع}_{و} = \underset{ز_2 \leftarrow ز_1}{نهـا} \frac{\overleftarrow{سو}_2 - \overleftarrow{سو}_1}{ز_2 - ز_1} = \underset{\Delta ز \leftarrow 0}{نهـا} \frac{\Delta \overleftarrow{سو}}{\Delta ز} = \frac{د \overleftarrow{سو}}{د ز}$$

إن شعاع التسارع هو مشتق شعاع السرعة بالنسبة للزمن وهو أيضاً المشتق الثاني لشعاع الموضع بالنسبة للزمن

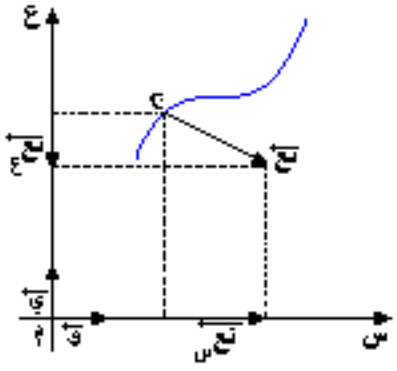
$$\overleftarrow{تع} = \frac{د \overleftarrow{سو}}{د ز} = \frac{د^2 \left(\overleftarrow{م ن}\right)}{د ز^2}$$



يكون شعاع التسارع $\overleftarrow{تع}$ متجهاً دوماً نحو تقعر المسار كما في الشكل.

- العبارة التحليلية لشعاع التسارع :

1) في المعلم الديكارتي : يشغل متحرك في اللحظة (ز) الوضع ن فيكون تسارعه في المعلم (م ، $\overleftarrow{و}$ ، $\overleftarrow{ى}$)، في تلك اللحظة:



$$\overleftarrow{تع} = \frac{د \overleftarrow{سو}}{د ز} = \frac{د}{د ز}\left(سو_س \overleftarrow{و} + سو_ع \overleftarrow{ى}\right)$$

$$\overleftarrow{تع} = \frac{د سو_س}{د ز} \overleftarrow{و} + \frac{د سو_ع}{د ز} \overleftarrow{ى} \quad (1)$$

$$\overleftarrow{تع} = تع_س \overleftarrow{و} + تع_ع \overleftarrow{ى} \quad (2)$$

حيث : $\overleftarrow{تع}_س$ ، $\overleftarrow{تع}_ع$ مركبتا شعاع التسارع في المعلم المستوي (م ، $\overleftarrow{و}$ ، $\overleftarrow{ى}$).

ملاحظة : يمكننا أن نكتب أيضاً :

$$\vec{تع} = \frac{د\ \vec{س و}}{د\ ز} + \frac{د}{د\ ز}\left(\frac{د\ \vec{م ن}}{د\ ز}\right) = \frac{د^2\ \vec{م ن}}{د\ ز^2} = \frac{د^2}{د\ ز^2}\left(س\ \vec{و} + ع\ \vec{ي}\right)$$

$$\boxed{\vec{تع} = \frac{د^2\ \vec{س}}{د\ ز^2}\vec{و} + \frac{د^2\ ع}{د\ ز^2}\vec{ي}} \quad .....(3)$$

بمقارنة العلاقات 1 ، 2 ، 3 نجد :

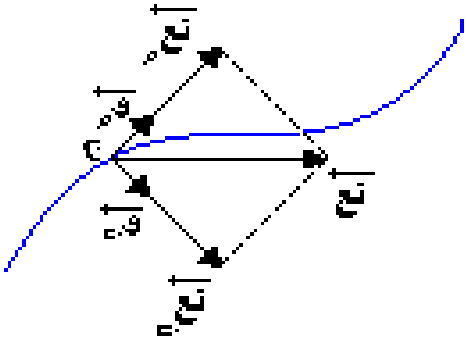
$$تع_س = \frac{د\ س و_س}{د\ ز} = \frac{د^2 س}{د\ ز^2}$$

$$تع_ع = \frac{د\ س و_ع}{د\ ز} = \frac{د^2 ع}{د\ ز^2}$$

وتكون طويلة شعاع التسارع $\boxed{تـع = ق\ \overline{تع_س^2 + تع_ع^2}}$

2) في معلم فريني :

يمكن التعبير عن شعاع التسارع في معلم فريني $\left(\vec{و_م}، \vec{و_ن}\right)$ المرتبط بالنقطة المتحركة والذي سبق تعريفه (عند دراستنا لشعاع السرعة اللحظية).



نحلل شعاع التسارع $\vec{تع}$ إلى مركبتيه $\vec{تع_م}$، $\vec{تع_ن}$ وفق شعاعي الوحدة $\vec{و_م}$، $\vec{و_ن}$ حيث:

$\vec{تع_م}$: المركبة المماسية لشعاع التسارع و تسمى التسارع المماسي.

$\vec{تع_ن}$: المركبة الناظمية لشعاع التسارع

و تسمي التسارع الناظمي

تقبل دون برهان أن : $\vec{تع}_م = \frac{د\ سر}{د\ ز} \vec{و}_م = \frac{د^2\ ف}{د\ ز^2} \vec{و}_م$

$\vec{تع}_ن = \frac{سر^2}{نق} \vec{و}_ن$ حيث (نق) نصف قطر الانحناء للمسار

إن شعاع التسارع المماسي يعبر عن تغير شدة شعاع السرعة اللحظية بتغير الزمن.

أما شعاع التسارع الناظمي فيعبر عن تغير حامل شعاع السرعة اللحظية بتغير الزمن.

إن عبارة التسارع في معلم فريني تكتب على شكل :

$$\vec{تع} = تع_م \vec{و}_م + تع_ن \vec{و}_ن = \frac{د\ سر}{د\ ز} \vec{و}_م = \frac{سر^2}{نق} \vec{و}_ن$$

نعرف دائرة الإنحناء بأنها الدائرة الوحيدة التي تنطبق مع المسار المنحني في النقطة المعتبرة ، يسمى نصف قطرها نصف قطر الإنحناء ومركزها مركز الإنحناء.

إن طويلة (شدة) شعاع التسارع في معلم فريني هي : $تع = ق \sqrt{تع_م^2 + تع_ن^2}$

ملاحظات :

1 – إذا كان $\vec{تع}_م = \vec{0}$ و $\vec{تع}_ن = \vec{0}$ فإن تسارع الحركة يكون معدوماً $\vec{تع} = \vec{0}$ ويكون المتحرك ساكناً (سر = 0) أو متحركاً بحركة مستقيمة منتظمة.

2 – إذا كان $\vec{تع}_ن = \vec{0}$ و $\vec{تع}_م \neq \vec{0}$ فإن تسارع الحركة يكون : $\vec{تع} = \vec{تع}_م$، وتكون الحركة مستقيمة متغيرة.

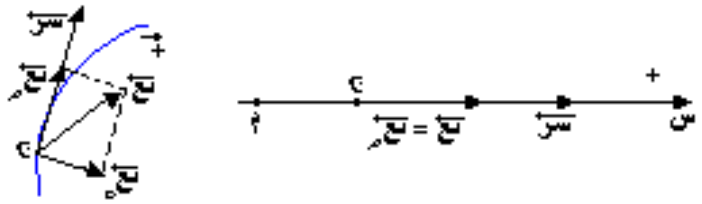
فإذا كان $\overleftarrow{تع}_م = \overleftarrow{ثابت}$ فإن الحركة تكون مستقيمة متغيرة بانتظام.

3 – إذا كان $\overleftarrow{تع}_م = \overleftarrow{0}$ و $\|\overleftarrow{تع}_ن\| =$ ثابت $\neq 0$ فإن تسارع الحركة $\overleftarrow{تع} = \overleftarrow{تع}_ن$

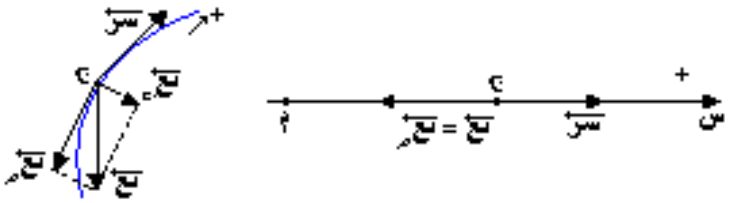
وتكون الحركة دائرية منتظمة

4 – إذا كان $\overleftarrow{تع}_م \neq \overleftarrow{0}$ و $\overleftarrow{تع}_ن \neq \overleftarrow{0}$ فإن الحركة تكون منحنية

5 – إذا كان لـ $\overleftarrow{تع}_م$ و $\overleftarrow{سر}$ نفس الجهة فإن الحركة تكون متسارعة



6 – إذا كان لـ $\overleftarrow{تع}_م$ و $\overleftarrow{سر}$ جهتان متعاكسان فإن الحركة تكون متباطئة :



وسنتناول بالدراسة في الفقرات القادمة هذه الحركات.

تطبيق :

التعيين البياني لشعاع التسارع : نسجل حركة جسم قذف على طاولة ذات مسند هوائي فنحصل على مسار الحركة الموضح بالشكل التالي، حيث المدة الزمنية المستغرقة بين وضعين متتاليين للجسم ثابتة : $\theta = 40$ ميلي ثانية (نكتفي برسم أوضاع المتحرك فقط كل 40 ميلي ثانية).

لنعيين شعاع التسارع $\overleftarrow{تع}$ في الوضع $ن_4$ وكذا مركبتيه المماسية $\overleftarrow{تع}_م$ والناظمية $\overleftarrow{تع}_ن$.

– نقبل أن التسارع الوسطي بين اللحظتين $ز_3$، $ز_5$ يساوي تقريباً التسارع اللحظي في الوضع $ن_4$ لأن المجال الزمني الفاصل بين وضعين متتاليين صغير ($\theta = 40$ ميلي ثانية)

الحل : لدينا $\overleftarrow{تع}_4 = \frac{\overleftarrow{سر}_5 - \overleftarrow{سر}_3}{ز_5 - ز_3} = \frac{\overleftarrow{سر}_5 - \overleftarrow{سر}_3}{\theta\ 2}$ .....(1)

السرعة في الوضع $ن_3$: $\overleftarrow{سر}_3 = \frac{\overleftarrow{ن_2\ ن_4}}{\theta\ 2}$ لأن السرعة اللحظية في الوضع $ن_3$

تساوي تقريباً السرعة الوسطية بين اللحظتين $ز_2$ ، $ز_4$ لصغر θ ، ولنفس السبب :

$$\overleftarrow{سر}_5 = \frac{\overleftarrow{ن_4\ ن_6}}{\theta\ 2}$$

نحسب شدتي $\overleftarrow{سر}_3$ ، $\overleftarrow{سر}_5$: بالقياس $ن_2ن_4$ = 26 ملم ، $ن_4ن_6$ = 28 ملم ، $\theta\ 2$ = 80 ملي ثا .

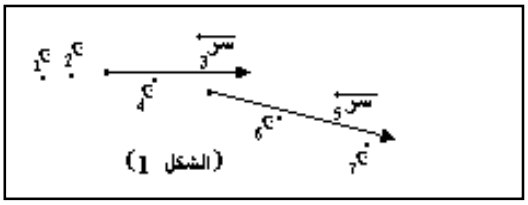
$$سر_3 = \frac{ن_2\ ن_4}{\theta\ 2} = \frac{26.10^{-3}}{80.10^{-3}} = 0.32 \text{ م ثا}^{-1}$$

$$سر_5 = \frac{ن_4\ ن_6}{\theta\ 2} = \frac{28.10^{-3}}{80.10^{-3}} = 0.35 \text{ م ثا}^{-1}$$

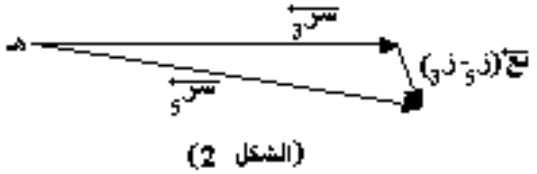
نعود إلى الشكل السابق ونرسم شعاعي السرعة $\overleftarrow{سر}_3$ ، $\overleftarrow{سر}_5$ ، في الوضعين $ن_3$ ، $ن_5$ باختيار سلم رسم مناسب (1 سم يمثل 0.10 ملي ثانية مثلاً)

من نقطة إختيارية هـ

نرسم شعاعين مسايرين للشعاعين $\overleftarrow{سر}_3$ ، $\overleftarrow{سر}_5$



ثم نرسم الشعاع $\overleftarrow{سر}_5 - \overleftarrow{سر}_3 =$ الذي هو :



$\overleftarrow{سر}_5 - \overleftarrow{سر}_3 = \overleftarrow{تع}_4\ (ز_5 - ز_3) = \overleftarrow{تع}_4 .2.\theta$.

من الشكل (2) وحسب سلم الرسم نجد :

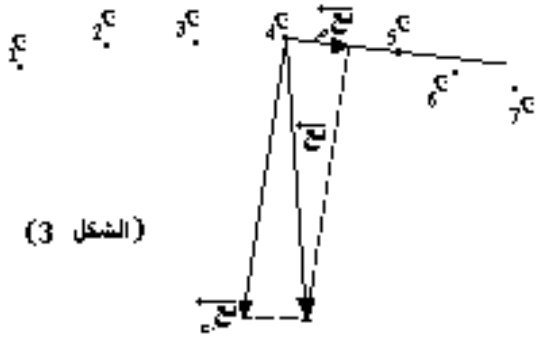
$\| \text{سو}_5 - \text{سو}_3 \| = 0.065$ م.ثا$^{-1}$

ومنه $\text{تع}_4 = \frac{0.065}{10.80^{-3}} = \frac{10.65^{-3}}{10.80^{-3}} = 0.81$ م ثا$^{-2}$

لإيجاد التسارعين المماسي $\overleftarrow{\text{تع}}_{\text{م}}$، والناظمي $\overleftarrow{\text{تع}}_{\text{ن}}$ نختار سلم رسم جديد خاص بالتسارعات :

1 سم يمثل 0.2 م.ثا$^{-2}$ ،

ونرسم $\overleftarrow{\text{تع}}_4 = \overleftarrow{\text{تع}}$،



(الشكل 3)

ثم نرسم مسقطيه $\overleftarrow{\text{تع}}_{\text{م}}$ ، $\overleftarrow{\text{تع}}_{\text{ن}}$ في معلم فريني فنحصل على الشكل (3) : بالقياس نجد :

$\overleftarrow{\text{تع}}_{\text{م}} = 0.8 \times 0.2 = 0.16$ م.ثا$^{-2}$

$\overleftarrow{\text{تع}}_{\text{ن}} = 3.9 \times 0.2 = 0.78$ م. ثا$^{-2}$.

تمرين :

تعطي إحداثيات متحرك نقطي بدلالة الزمن بالعلاقتين س = 8ز +4 ، ع = ز^2 حيث س،ع بالمتر و ز بالثانية.

1 – أوجد المعادلة الديكارتية للمسار، ماذا تمثل ؟

2 – أوجد مركبتي شعاع السرعة ثم أحسب طويلته (شدته) في اللحظة ز.

3 – أوجد مركبتي شعاع التسارع ثم أحسب طويلته (شدته) في اللحظة ز.

4 – أحسب طويلة شعاع السرعة الوسطية بين اللحظتين ز$_1$ = 1 ثا ، ز$_2$ = 3 ثا .

5 – أحسب طويلة شعاع التسارع الوسطي بين اللحظتين ز$_2$ = 3 ثا ، ز$_3$ = 7 ثا.

الحل :

1 – لإيجاد معادلة المسار نحذف الزمن من العلاقتين :

س = 8ز + 4 . . . . . (1) ع = ز^2 . . . . . .(2)

من (1) نجد : ز= $\frac{1}{8}$ (س – 4)

بالتعويض في (2) نجد ع = $\frac{1}{64}(س-4)^2$ و هي معادلة قطع مكافئ

2 – مركبتا شعاع السرعة في اللحظة ز :

سر$_س$ = $\frac{د\ س}{دز}$ = 8 م/ثا.

سر$_ع$ = $\frac{د\ ع}{دز}$ = 2 ز م/ثا.

ومنه طويلة شعاع السرعة في اللحظة ز :

سر = ق سر$_س^2$ + سر$_ع^2$ = ق64 + 4 ز^2 م / ثا .

3 – مركبتا شعاع التسارع في اللحظة ز وطويلته :

تع$_س$ = $\frac{د\ سر_س}{د\ ز}$ = 0 م / ثا^2

تع$_ع$ = $\frac{د\ سر_ع}{د\ ز}$ = 2 م / ثا^2،

منه تع = ق تع$_س^2$ + تع$_ع^2$ = ق4 = 2 م / ثا^2

4 – طويلة شعاع السرعة الوسطية بين اللحظتين

ز$_1$ = 1ثا ، ز$_2$ = 3ثا

لدينا : $\overleftarrow{سر}_و = \frac{س_2 - س_1}{ز_2 - ز_1}$ و $\overleftarrow{ى} + \frac{ع_2 - ع_1}{ز_2 - ز_1}$،

س$_2$ = 8 ×3 + 4 = 28 م ، ع$_2$ = 9 م ، ز$_2$ – ز$_1$ = 2 ثا.

س$_1$ = 8 ×1 + 4 = 12 م ، ع$_1$ = 1 م.

و منه $\overleftarrow{سر}_و = \frac{16}{2}\overleftarrow{و} + \frac{8}{2}\overleftarrow{ى} = 8\overleftarrow{و} + 4\overleftarrow{ى}$

ومنه سر$_و$ = ق$(8)^2 + (4)^2$ = ق80 = 8.94 م / ثا

5 – طويلة شعاع التسارع الوسطي بين اللحظتين ز$_2$ = 3 ثا ، ز$_3$ = 7 ثا

لدينا :

$$\overleftarrow{تع}_{و} = \frac{\overleftarrow{سر}_3 - \overleftarrow{سر}_2}{ز_3 - ز_2} = \frac{\overleftarrow{سر}_{س3} - \overleftarrow{سر}_{س2}}{ز_3 - ز_2} \overleftarrow{و} + \frac{\overleftarrow{سر}_{ع3} - \overleftarrow{سر}_{ع2}}{ز_3 - ز_2} \overleftarrow{ى}$$

$$\overleftarrow{تع}_{و} = \frac{8 - 8}{4_1} \overleftarrow{و} + \frac{6 - 14}{4} \overleftarrow{ى}.$$

$$\overleftarrow{تع}_{و} = 2 \overleftarrow{ى}، \qquad \text{ومنه فإن : تع و = 2 م/ثا}^2$$

وكان يمكن توقع هذه الإجابة بعد حسابنا لطويلة شعاع التسارع $\overleftarrow{تع}$ في اللحظة ز والتي هي مستقلة عن الزمن.

الخلاصة :

لدراسة حركة نقطة يجب تعيين المرجع والمعلم المرتبط به ثم تحديد موضع المتحرك "ن" بشعاع الموضع $\overleftarrow{م_ن} = س \overleftarrow{و} + ع \overleftarrow{ى} + ص \overleftarrow{ك}$

أو بواسطة فاصلته المنحنية :ف = م$_ن$ إذا كان المسار منحنياً

- معرفة شعاع السرعة $\overleftarrow{سر} = \frac{د \overleftarrow{م_ن}}{د ز}$ وشعاع التسارع $\overleftarrow{تع} = \frac{د \overleftarrow{سر}}{د ز}$
- في معلم فريني $\overleftarrow{تع} = \overleftarrow{تع_م} + \overleftarrow{تع_ن}$ ،
- $تع_م = \frac{د سر}{د ز}$ ، $تع_ن = \frac{سر^2}{نق}$

تمارين محلولة :

1 – تعطى المعادلة الزمنية لحركة نقطة مادية بالعلاقة : ف = 4 ز^3 – 5 ز^2 + 3 ، حيث ف بالمتر ، ز بالثانية.

أ – أحسب السرعة الوسطى للمتحرك بين اللحظتين ز$_1$ = 1 ثا ، ز$_2$ = 3 ثا ،

ب – أوجد معادلة السرعة.

جـ – أحسب السرعة في اللحظة ز = 2 ثا.

الحل :

أ) $ز_1 = 1$ ثا $\Leftarrow ف_1 = 4(1)^3 - 5(1)^2 + 3 = 4 - 5 + 3 = 2$ م.

$ز_2 = 3$ ثا $\Leftarrow ف_2 = 4(3)^3 - 5(3)^2 + 3 = 108 - 45 + 3 = 66$ م.

ومنه : $سر_و = \frac{ف_2 - ف_1}{ز_2 - ز_1} = \frac{66 - 2}{3 - 1} = 32$ م/ثا.

ب) $سر = \frac{د ف}{د ز} = 12 ز^2 - 10 ز = 2 ز (6 ز - 5)$.

جـ) $ز = 2$ ثا $\Leftarrow$ سر $= 2 \times 2 (6 \times 2 - 5) = 4 \times 7 = 28$ م/ثا

2 – تعطى إحداثيات متحرك نقطي في مستو بالمعادلتين :

$$\left.\begin{array}{l} س = 2 ز^2 - 3 \\ ع = ز^3 - 3 ز^2 + 2 \end{array}\right\}$$

أوجد : أ – مركبتي شعاع السرعة

ب – طويلة شعاع السرعة

الحل : أ) $سر_س = \frac{د س}{د ز} = \frac{د(2ز^2 - 3)}{د ز} = 4ز$

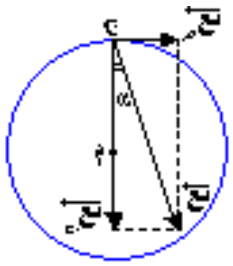
$سر_ع = \frac{د ع}{د ز} = \frac{د(ز^3 - 3ز^2 + 2)}{د ز} = 3ز2 - 6ز = 3ز(ز - 2)$.

ب - $سر = ق سو = \sqrt{سو_س^2 + سو_ع^2} = ق(4ز)^2 + [3ز(ز - 2)]^2 = |ز| ق\sqrt{9ز^2 - 36ز + 52}$

3 – يتحرك جسم نقطي على مسار دائري قطره 12م وفق المعادلة الزمنية للحركة $ف = ز^2 + 2ز - 3$ حيث ف بالمتر ، ز بالثانية.

– عين شعاع التسارع في اللحظة ز = 2 ثا بأخذ 1 سم يمثل 2م/ثا^2.

الحل :



لديـــــنا فـــــي معلـــــم فرينـــــي

$\overleftarrow{تع} = \overleftarrow{تع_م} + \overleftarrow{تع_ن}$ حيث : $\overleftarrow{تع}$ هو شعاع تسارع الحركة

$\overleftarrow{تع_م}$ ، $\overleftarrow{تع_ن}$ مركبـــــتاه المماســـــية والناظمية على التوالي.

خواص $\overleftarrow{تع}$: – المبدأ هو النقطة المتحركة ن،

– الحامل هو قطر متوازي الأضلاع المنشأ على الشعاعين $\overleftarrow{تع}_م$ ، $\overleftarrow{تع}_ن$ ويصنع زاوية (α) مع $\overleftarrow{تع}_ن$،

– الجهة : نحو تقعر المسار ،

– الشدة : $تع = ق\sqrt{تع_م^2 + تع_ن^2}$.

لدينا : $تع_م = \frac{د\ سو}{د\ ز}$، $تع_ن = \frac{سو^2}{نق}$،

حساب السرعة في اللحظة ز = 2ثا :

سر = $\frac{د\ ف}{د\ ز} = \frac{د}{د\ ز}$ (ز2 + 2ز – 3) = 2ز + 2،

ز = 2 ثا⇐ سر = 2 ×2 +2 = 6 م/ثا^2 ،

و منه $تع_ن = \frac{سر^2}{نق} = \frac{(6)^2}{6}$ = 6 م/ثا^2

لنحسب $تع_م$:

$تع_م = \frac{د\ سو}{د\ ز} = \frac{د}{د\ ز}$ (2 ز + 2) = 2م/ثا^2

إذن : تع = $ق\sqrt{(2)^2+(6)^2} = ق\sqrt{40}$ = 6.3 م/ثا^2

$ظل\ \alpha = \frac{تع_م}{تع_ن} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0.333$ و منه $\alpha = 18°$ } يمكنك التحقق بيانيا من الشكل أعلاه

4 – تعطى إحداثيات متحرك نقطي بالعلاقتين $\begin{cases} س = 3ز + 5 \ldots\ldots (1) \\ ع = ز^2 \ldots\ldots\ldots\ldots (2) \end{cases}$

حيث س ، ع بالمتر ، ز بالثانية.

أ – أوجد معادلة المسار الحركة وإستنتج طبيعته.

ب – أوجد مركبتي شعاع السرعة وإستنتج طويلته ،

جـ – أوجد مركبتي شعاع التسارع وإستنتج طويلته ،

د – أحسب طويلة شعاع التسارع المماسي الوسطي بين اللحظتين $ز_1$ = 2 ثا ، $ز_2$ = 4 ثا.

الحل :

أ – معادلة المسار : من (1) نجد : ز = $\frac{س - 5}{3}$

بالتعويض في (2) نجد : ع = $\left(\frac{س - 5}{3}\right)^2 \frac{1}{9}$ ($س^2$ –10س +25)

وهي معادلة المسار الذي هو قطع مكافئ.

ب – مركبتا شعاع السرعة : $سر_س = \frac{د\ س}{د\ ز} = 3$

$$سر_ع = \frac{د\ ع}{د\ ز} = 2ز$$

و منه طويلة شعاع السرعة سر = $\sqrt{سر_س^2 + سر_ع^2}$ = $\sqrt{9 + 4ز^2}$ = ق

جـ– مركبتا شعاع التسارع : $تع_س = \frac{د\ سر_س}{د\ ز} = 0$ م/ ثا^2

$$تع_ع = \frac{د\ سر_ع}{د\ ز} = 2 \text{ م/ ثا}^2$$

ومنه طويلة شعاع التسارع : $تع = \sqrt{تع_س^2 + تع_ع^2}$ = ق $\sqrt{(2)^2}$ = 2 م/ ثا^2

د – طويلة شعاع التسارع المماسي الوسطي $تع_{وم}$:

$$تع_{وم} = \frac{سر_2 - سر_1}{ز_2 - ز_1}$$

سر$_2$ = ق $\sqrt{9 + 4(4)^2}$ = 8.54 م/ثا ، سر$_1$ = ق $\sqrt{9 + 4(2)^2}$ = 5 م/ ثا ،

ومنه : $تع_{وم} = \frac{5 - 8.54}{2 - 4} = \frac{3.54}{2} \cong 1.78$ م/ ثا^2 .

أسئلة التصحيح الذاتي : (الجزء الأول)

1 – تعطى المعادلة الزمنية لمتحرك نقطي بالعلاقة : ف = (18 ز^3 + 9 ز – 10) ز، حيث ف بالمتر ، ز بالدقيقة .

أ – أحسب السرعة المتوسطة خلال :

- الدقيقتين الأوليين.
- الدقائق الثلاث الأولى .
- الدقيقة الثالثة.

ب – أكتب بدلالة الزمن معادلة السرعة.

ج – أكتب بدلالة الزمن معادلة التسارع.

2 – تعطى إحداثيات متحرك نقطي بدلالة الزمن بالعلاقتين : س = ز^2 ، ع = 2ز^2 + 5.

أ – أوجد معادلة المسار ، ماذا تمثل ؟

ب – أوجد مركبتي شعاع السرعة وأحسب طويلته في اللحظة ز = 2 ثا.

جـ – أوجد مركبتي شعاع التسارع وأحسب طويلته.

3 – تعطى معادلة حركة مستقيمة بالعلاقة :

س = 2ز^3 – 6 ز

أدرس سرعة الحركة وتسارعها وإستنتج أطوارها المتسارعة وأطوارها المتباطئة.

أجوبة التصحيح الذاتي : (الجزء الأول):

1 – أ – السرعة المتوسطة خلال الدقيقتين الأوليين : (ز$_2$ = 2د ، ز$_0$ = 0)

سرو = $\frac{ف_2 - ف_0}{ز_2 - ز_0} = \frac{0 - 2 \times [10 - 2 \times 9 + 3^2(2) 18]}{0 - 2}$ = 152 م/ د السرعة المتوسطة خلال الدقائق الثلاث الأولى (ز$_3$ = 3 د ، ز$_0$ = 0)

سو = $\frac{ف_3 - ف_0}{ز_3 - ز_0} = \frac{0 - 3 \times [10 - 3 \times 9 + 2^2(3) 18]}{0 - 3}$ = 503 م/ د

– السرعة المتوسطة في الدقيقة الثالثة هي بين (ز$_2$ = 2 د ، ز$_3$ = 3)

$$سو_و = \frac{ف_3 - ف_2}{ز_3 - ز_2} = \frac{[10 - 3\times 9 + 3^3(3)18] - [10 - 2\times 9 + 2^2(2)18]^2}{2-3} ،$$

$$سو_و = \frac{1509 - 304}{1} = 1205 \text{ م/ د}$$

ب – معادلة السرعة بدلالة الزمن : سر = $\frac{د\,ف}{د\,ز}$ = $72\,ز^3 + 18\,ز - 10$

جـ – معادلة التسارع : تع = $\frac{د\,سو}{د\,ز}$ = $216\,ز^2 + 18$.

2 – لدينا : س = $ز^2 \Leftarrow$ ز = $\overline{قس}$ ،

أ – معادلة المسار : ع = 2 س + 5 ، وهي معادلة مستقيم.

ب – مركبتا شعاع السرعة : $سو_س = \frac{د\,س}{د\,ز} = 2\,ز$

$$سو_ع = \frac{د\,ع}{د\,ز} = 4\,ز$$

طويلة شعاع السرعة :

$$سر = \overline{ق\,سو_س^2 + سو_ع^2} = \overline{ق 4ز^2 + 16ز^2} = \overline{ق 20\,ز^2}$$

في اللحظة ز = 2 ثا ، سر $= \overline{ق 20 \times 4} = \overline{ق 80} = 8.9$ م/ ثا.

جـ – مركبتا شعاع التسارع :

$تع_س = \frac{د\,سو_س}{د\,ز} = 2$م/ثا^2 ،

$تع_ع = \frac{د\,سو_ع}{د\,ز} = 4$ م/ثا^2 ،

طويلة شعاع التسارع :

$$تع = \overline{ق\,تع_س^2 + تع_ع^2} = \overline{ق 16 + 4} = \overline{ق 20} = 4.45 \text{ م/ ثا}^2$$

3 – سرعة المتحرك : سر = $\frac{د\,س}{د\,ز} = 6\,ز^2 - 6$

تسارع المتحرك : تع = $\frac{د\,سو}{د\,ز} = 12ز$.

إذا كان : سر . تع > 0 فإن الحركة متسارعة.

وإذا كان : سر. تع < 0 فإن الحركة متباطئة.

نلخص الدراسة في الجدول التالي :

الزمن (ز)	$-\infty$		-1		0		$+1$		$+\infty$
السرعة (سر)		+	0	−		−	0	+	
التسارع (تع)		−		−	0	+		+	
سر . تع		−		+		−		+	
طبيعة الحركة		متباطئة		متسارعة		متباطئة		متسارعة	

ملاحظة :

إن اللحظات التي تنتمي إلى المجال :] $-\infty$ ، 0 [مرفوضة لأن ليس لها معنى فيزيائي.

حركيات النقطة المادية

II – دراسة بعض الحركات – 1

أهداف الدرس :

1 – يعبر بيانياً عن مميزات الحركة.

2 – يستنتج مميزات الحركة من البيان.

3 – يكتب المعادلة الزمنية للحركة اعتماداً على الشروط الابتدائية.

المدة اللازمة للدرس : 4 ساعات

الدروس التي ينبغي الرجوع إليها :

درس الحركة المستقيمة المنتظمة من كتاب السنة الأولى ثانوي.

المراجع : كتاب الفيزياء السنة الثالثة ثانوي – المعهد التربوي الوطني

– كتاب فيزياء خارجي – السنة الثالثة ثانوي.

تصميم الدرس

3 – 1 – الحركات المستقيمة

3 – 1 – 1 – الحركة المستقيمة المنتظمة

3 – 1 – 2 – الحركة المستقيمة المتغيرة بإنتظام

– أسئلة التصحيح الذاتي (الجزء الثاني).

– أجوبة التصحيح الذاتي (الجزء الثاني).

لقد أشرنا ، أخي الطالب ، إلى بعض أنواع الحركات في نهاية الفقرة السابقة ونشرع الآن في دراسة هذه الحركات.

3 – 1 – الحركات المستقيمة :

لقد سبقت الإشارة إلى أن الحركة المستقيمة هي التي يكون مسارها مستقيماً لدراسة حركة ما يجب إختيار الشروط الإبتدائية للحركة التي هي قيم ز ، $\overleftarrow{م ن}$ ، $\overleftarrow{سر}$ ، $\overleftarrow{تع}$ في اللحظة التي نبدأ فيها الدراسة ، ونرمز لهذه الشروط الابتدائية بالرموز : $\overleftarrow{م ن}_0$ ، $\overleftarrow{سر}_0$ ، $\overleftarrow{تع}_0$ ز $_0$ ، وغالباً ما نختار مبدأ الأزمنة ز$_o$ = 0

وسندرس الحركات المستقيمة التالية :

- الحركة المستقيمة المنتظمة
- الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام
- الحركة المستقيمة الجيبية

3 – 1 – 1 – الحركة المستقيمة المنتظمة

أ – تعريف :

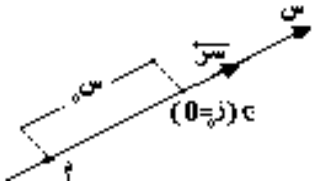
نقول عن حركة نقطة مادية أنها مستقيمة منتظمة إذا كان مسارها مستقيماً وسرعتها ثابتة ($\overleftarrow{سر}$ = $\overleftarrow{ثاب}$)

ب – المعادلة الزمنية للحركة :

إن المعادلة الزمنية للحركة المستقيمة المنتظمة هي دالة من الدرجة الأولى للمسافة بالنسبة للزمن.

س = أز + ب . . . . . .(1) حيث أ ، ب ثابتان يحددان من الشروط الإبتدائية للحركة.

* تعيين أ ، ب : في اللحظة ز$_o$ = 0



تسمى فاصلة المتحرك ، س$_o$

بالتعويض في العلاقة (1) نجد :

س$_o$ = أ × 0 + ب ⟸ ب = س$_o$

– باشتقاق المعادلة (1) بالنسبة للزمن نجد :

$$\frac{د\ \ س}{د\ \ ز} = أ = سر$$

إذن :

الثابت ب = $س_0$ ، ويسمى الفاصلة الابتدائية للحركة ، الثابت : أ = سر ، ويمثل سرعة الحركة،

بالتعويض في (1) نجد : المعادلة الزمنية للحركة المستقيمة المنتظمة :

$$س = سرز + س_0$$

ملاحظات :

1 – إذا كان مبدأ الأزمنة ($ز_0 = 0$) هو لحظة المرور بمبدأ الفواصل (م) فإن $س_0 = 0$ وتصبح المعادلة الزمنية للحركة : س = سرز.

2 – إن سر ، $س_0$ مقداران جبريان يتعلقان بتوجيه محور الحركة وبمبدأي الفواصل والأزمنة.

3 – بما أن المسار مستقيم فإن نصف قطر انحنائه نق = $+\infty$ ومنه فإن تع ن = $\frac{سر^2}{نق}$ = 0 ، وبما أن سر = ثابت فإن تع م = $\frac{د\ \ سر}{د\ \ ز}$ = 0 ،

ومنه فإن تسارع الحركة $\overleftarrow{تع}$ = $\overleftarrow{تع_م}$ + $\overleftarrow{تع_ن}$ = $\overleftarrow{0}$

4 – في الحركة المستقيمة المنتظمة تتناسب المسافات المقطوعة تناسباً طردياً مع الأزمنة اللازمة لقطعها :

لاحظ أن :

$$\frac{س_1 - س_0}{ز_1 - ز_0} = \frac{س_3 - س_2}{ز_3 - ز_2} = \frac{س_2 - س_1}{ز_2 - ز_1} = \frac{س_4 - س_3}{ز_4 - ز_3} = 5م/ثا = سر$$

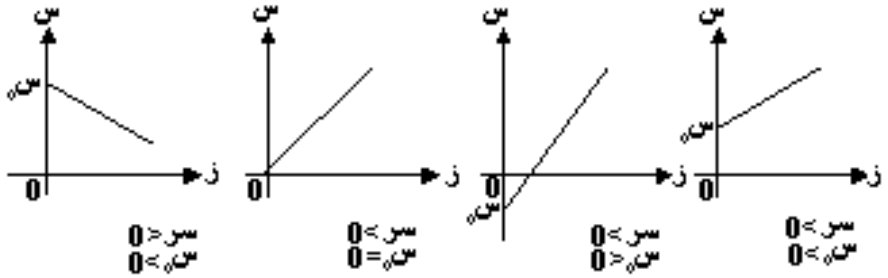
إن السرعة الوسطية في الحركة المستقيمة المنتظمة ثابتة وتساوي السرعة اللحظية.

جـ – مخططات الحركة :

– **مخطط المسافة :** هو الخط البياني الممثل لتغيرات فاصلة المتحرك (س) في المعلم (م ، $\overleftarrow{و}$) بدلالة الزمن أي : س = تا(ز).

نعرف من المعادلة الزمنية للحركة أن :

س = سرز +س$_{0}$ ، وهي معادلة مستقيم يكفي لرسمه معرفة نقطتين منه.



يمكن تعيين مميزات الحركة من مخططها حيث أن :

س$_{0}$: هي ترتيب نقطة تقاطع مخطط المسافة مع محور التراتيب ،

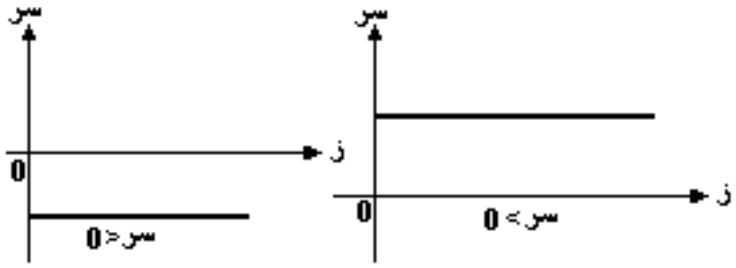
سر : تساوي عددياً ميل مخطط المسافة

- مخطط السرعة :

هو الخط البياني الممثل لتغيرات سرعة المتحرك (سر) بدلالة الزمن في المعلم (م ، $\overleftarrow{و}$)

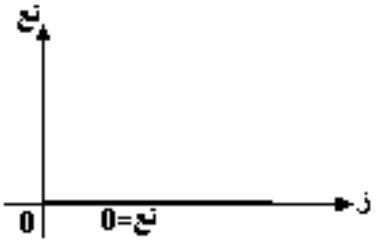
أي سر = تا(ز).

نعرف أن السرعة ثابتة في الحركة المستقيمة المنتظمة ومنه يكون مخطط السرعة مستقيماً يوازي محور الأزمنة :



- مخطط التسارع :

لقد عرفت أن تسارع الحركة تع = 0 ومنه فإن مخططه يكون منطبقاً مع محور الأزمنة :



تمرين 1 :

إن المعادلة الزمنية لحركة مستقيمة هي من الشكل :

س = أز + ب

أ – عين أ ، ب علماً أن فاصلة المتحرك في اللحظة $ز_1$ = +3 ثا هي $س_1$ = 2م وفاصلته في اللحظة $ز_2$ = +5 ثا هي $س_2$ = −4 م

ب – أكتب المعادلة الزمنية للحركة :

الحل :

أ – في اللحظة $ز_1$ = +3 ثا لدينا :

$س_1$ = 3أ + ب، أي : 2 = 3أ + ب . . . . . (1)

في اللحظة $ز_2$ = +5 ثا لدينا :

$س_2$ = 5أ + ب ، أي : −4 = 5 أ +ب . . . . (2)

بطرح (1) من (2) طرفاً لطرف نجد : −6 = 2أ ⇐ أ = −3 م/ثا.

بالتعويض في (1) أو (2) نجد : ب = +11 م.

ب – المعادلة الزمنية للحركة : نعوض أ ، ب في المعادلة الزمنية المعطاة فنجد :

س = −3 ز + 11.

تمرين 2 :

تتحرك نقطة مادية حركة مستقيمة منتظمة بسرعة سر = +5 م/ثا فتمر في اللحظة ز = 0 بالنقطة التي فاصلتها س = −3 م

أ – أكتب المعادلة الزمنية للحركة.

ب – أرسم مخططي المسافة والسرعة.

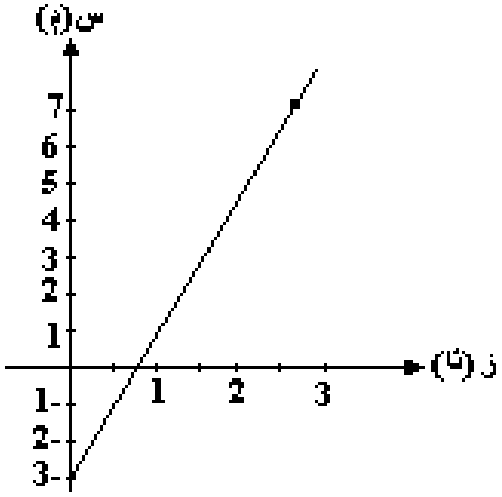
جـ – أحسب المسافة المقطوعة بين اللحظتين $ز_1$ = 4 ثا ، $ز_2$ = 7 ثا بيانياً وحسابياً

الحل :

أ – لدينا معادلة الحركة : س = سرز + $س_o$ ،

من المعطيات : − 3 = 5× 0 + $س_o$ ⇐ $س_o$ = −3 م.

إذن : س = 5ز − 3



ب – لرسم مخطط المسافة يكفي تحديد نقطتين :

ز (ثا)	س (م)
0	3−
2	7+

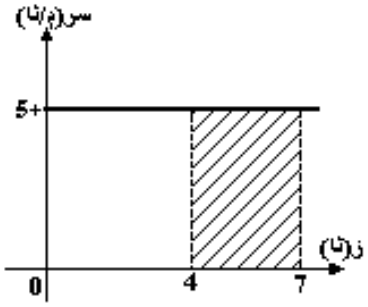
مخطط السرعة :

جـ) حساب المسافة المقطوعة بين اللحظتين

$ز_1$ = 4 ثا ، $ز_2$ = 7 ثا :

* **بيانياً :** تساوي عددياً مساحة المستطيل المظلل :

سط = 3× 5 = 15 وحدة مربعة.



إذن : $\Delta س$ = 15 ثا × $\frac{م}{ثا}$ = 15 م

$س_1 = 5 ز_1$ -3

$س_2 = 5 ز_2$ −3

$\Delta س = س_2 - س_1 = 5(ز_2 - ز_1)$

$\Delta س = 5(7 - 4) = 5 \times 3 = 15$ م

3 – 1 – 2– الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام :

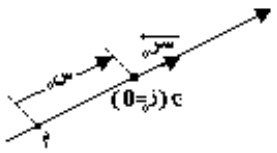
أ – تعريف :

نقول عن حركة نقطة أنها مستقيمة متغيرة بانتظام إذا كان مسارها مستقيماً وتسارعها ثابتاً $\left(\overleftarrow{تع} = \overleftarrow{ثابت} \right)$.

ب – المعادلة الزمنية للحركة :

إن المعادلة الزمنية للحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام هي دالة من الدرجة الثانية للمسافة بالنسبة للزمن :

س = أ$ز^2$ + ب ز + جـ . . . . . (1) حيث أ ، ب ، جـ ثوابت.



- تعيين الثوابت أ ، ب ، جـ.

– في اللحظة $ز_0$ = 0 تكون فاصلة

المتحرك $س_{ه}$ وسرعته $سر_{ه}$

بالتعويض في المعادلة (1) نجد :

$س_{ه} = أ \times 0 + ب \times 0 + جـ \Leftarrow$ $\boxed{جـ = س_{ه}}$ وهي الفاصلة الابتدائية

– باشتقاق المعادلة (1) بالنسبة للزمن

$$\frac{د\ سر}{د\ ز} = \frac{د}{د\ ز}(أ\ ز^2 + ب\ ز + هـ)،$$

$سر = 2\ أز + ب$ . . . . . (2)

في اللحظة $ز_{ه} = 0$ تكون سرعة المتحرك $سر = سر_{ه}$ ،

بالتعويض في (2) نجد : $سر_{ه} = 2أ \times 0 + ب \Leftarrow$ $\boxed{ب = سر_{ه}}$

وهي السرعة الإبتدائية للحركة.

– بإشتقاق المعادلة (2) بالنسبة للزمن :

$$\frac{د\ سر}{د\ ز} = \frac{د}{د\ ز}(2\ أ\ ز + ب)$$

$تع = 2\ أ$ = ثابت $\Leftarrow$ $\boxed{أ = \frac{1}{2} تع}$ حيث (تع) تسارع الحركة.

بتعويض أ ، ب ، جـ في المعادلة (1) نجد :

$$س = \frac{1}{2} تع\ ز^2 + سر_{ه} ز + س_{ه}$$

بتعويض أ ، ب في المعادلة (2) نجد :

$سر = تع\ ز + سر_{ه}$

نتيجة :

تتميز الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام بالمعادلات التالية :

$$\boxed{س = \frac{1}{2} تع\ ز^2 + سر_{ه} ز + س_{ه}} \quad . . . . . (1)$$

$$\boxed{سر = تع\ ز + سر_{ه}} \quad . . . . . (2)$$

$$\boxed{تع = ثابت} \quad . . . .(3)$$

ملاحظات :

1 – إذا كان مبدأ الأزمنة ($ز_{\circ} = 0$) هو لحظة المرور بمبدأ الفواصل (م) فإن $س_{\circ} = 0$ وتصير المعادلة (1)

$$س = \frac{1}{2} تع ز^2 + سر_{\circ} ز$$

وإذا كانت سرعة المتحرك في اللحظة $ز_{\circ} = 0$ معدومة أيضاً ($سر_{\circ} = 0$) فإن المعادلتين (1) ، (2) تصيران : $س = \frac{1}{2} تع ز^2$ ،

$$سر = تع ز$$

2 – بما أن المسار مستقيم فإن $\overleftarrow{تع_{ن}} = \overleftarrow{0}$ ومنه

$\overleftarrow{تع} = \overleftarrow{تع_{م}}$ $\overleftarrow{ثابت}$ ، أي أن تسارع الحركة يكون محمولاً على المسار (على محور الحركة).

وقيمته الجبرية : $تع = \frac{د\ سر}{د\ ز} = \frac{د^2\ س}{د\ ز^2}$.

3 – إن التسارع الوسطي في الحركة المستقيمة المتغيرة بإنتظام ثابت ويساوي التسارع اللحظي.

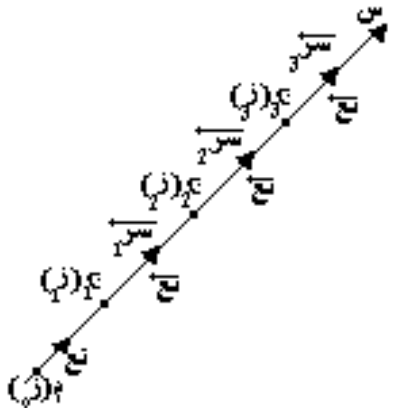
جـ – نوعا الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام.

الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام نوعان :

- حركة مستقيمة متسارعة بانتظام.
- حركة مستقيمة متباطئة بإنتظام.

الحركة المستقيمة المتسارعة بإنتظام:

إذا كان لشعاعي السرعة والتسارع نفس الجهة فإن طويلة شعاع السرعة تتزايد بانتظام مع الزمن وتكون الحركة متسارعة بانتظام في اتجاه $\overleftarrow{سر}$ ،

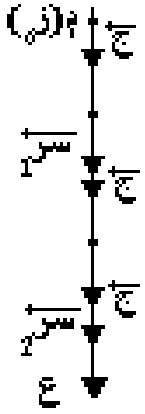


$\overleftarrow{تع}$ ، ويمكن أن نكتب اختصارا :

$\overleftarrow{سر}$. $\overleftarrow{تع}$ > 0 ⟸ الحركة مستقيمة متسارعة بإنتظام

ومثال هذه الحركة عزيزي الطالب " حركة السقوط الحر للأجسام في الخلاء " التي درستها في السنة الثانية ثانوي والتي نذكرك بمعادلاتها.

ع = $\frac{1}{2}$ ج ز^2 ،



سر = ج ز ،

ج = ثابت : وهو تسارع الحركة.

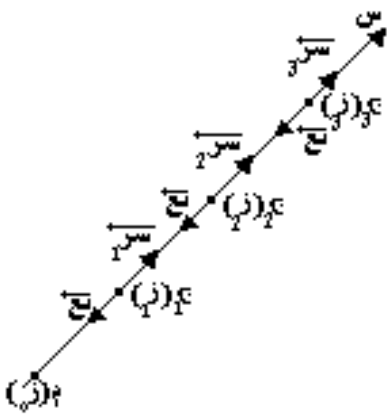
إذا كان الجسم مقذوفاً نحو الأسفل بسرعة ابتدائية شاقولية $\overleftarrow{سر_0}$ فإن معادلات الحركة تكتب كما يلي (باعتبار ع$_0$ = 0) :

ع = $\frac{1}{2}$ ج ز^2 + سر$_0$ ز ،

سر = ج ز + سر$_0$

ج = ثابت.

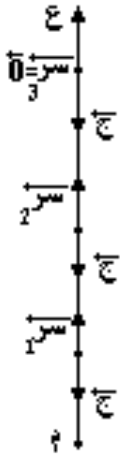
- الحركة المستقيمة المتباطئة بانتظام :



إذا كان لشعاعي السرعة والتسارع جهتان مختلفتان فإن طويلة شعاع السرعة تتناقص بانتظام حتى تنعدم وتكون الحركة في هذه الحالة متباطئة بإنتظام في اتجاه شعاع السرعة $\overleftarrow{سر}$ ،

ونكتب اختصاراً : $\overleftarrow{سر}$ $\overleftarrow{تع}$ < 0 ⟸ الحركة مستقيمة متباطئة بانتظام.

ومثال هذه الحركة القذف الشاقولي نحو الأعلى بسرعة ابتدائية $\overleftarrow{سر_0}$ ، إذا وجهنا المحور نحو الأعلى فإن (تع = −ج) وتكتب معادلات الحركة كما يلي :



ع = $\frac{1}{2}$ - ج ز^2 + سر$_{\circ}$ ز ، (باعتبار ع$_{\circ}$ = 0)

سر = −ج ز + سر$_{\circ}$

ملاحظة :

في حالة قذف جسم شاقوليا نحو الأعلى تكون حركته مؤلفة من طورين :

الطور الأول : وهو طور الصعود وتكون فيه الحركة متباطئة بانتظام حتى تنعدم السرعة.

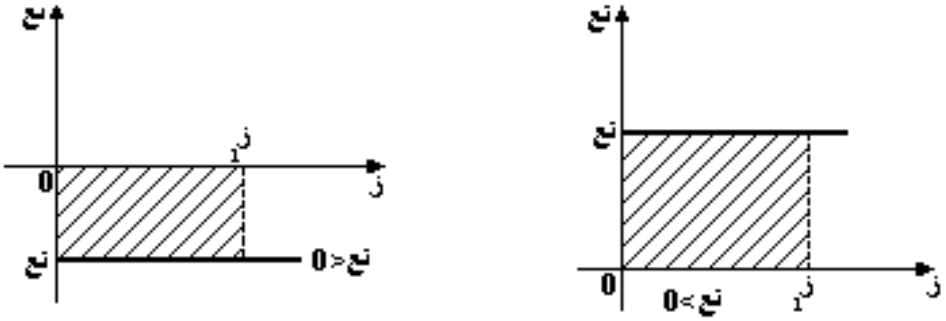
الطور الثاني : وهو طور النزول وتكون فيه الحركة متسارعة بانتظام بدون سرعة ابتدائية.

د – المخططات العامة للحركة المستقيمة المتغيرة بإنتظام :

لقد عرفت، عزيزي الطالب ، أن المعادلات الزمنية للحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام هي : تع = ثابت.

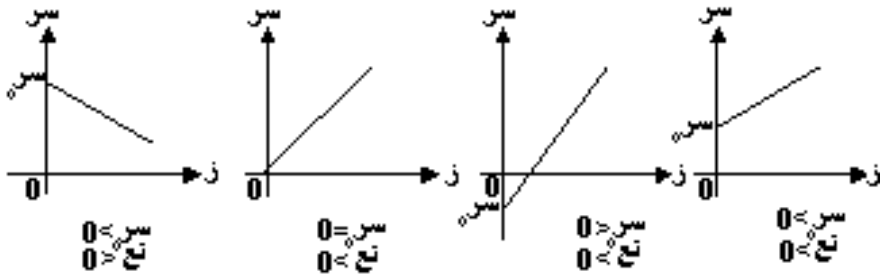
سر = تع ز + سر$_{\circ}$ ، سر = تا(ز) : دالة من الدرجة الأولى بالنسبة للزمن ، س = $\frac{1}{2}$ تع ز^2 + سر$_{\circ}$ ز+ س$_{\circ}$ ، س = هـا (ز) : دالة من الدرجة الثانية بالنسبة للزمن ومنه تكون مخططات الحركة كالتالي :

– مخطط التسارع :



يمكن استغلال هذا المخطط في حساب سرعة المتحرك في لحظة زمنية (ز$_1$) وذلك بحساب مساحة المستطيل المظلل التي تساوي عدداً : (تع .ز$_1$)، أي سط = سر$_1$ = تع.ز$_1$. في حالة سر = 0 فقط

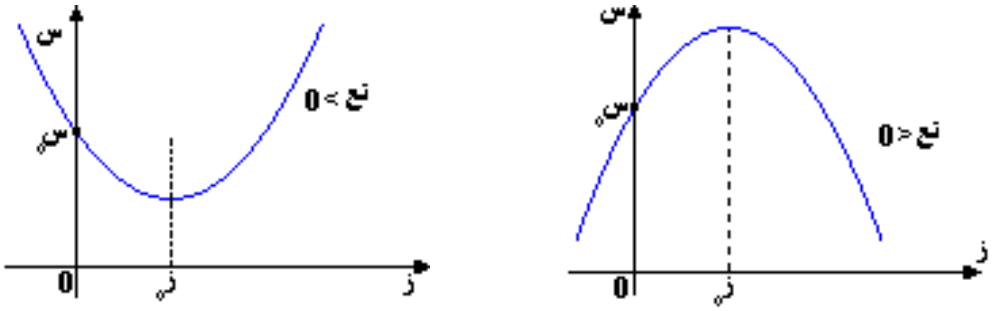
- **مخطط السرعة** : إن مخطط السرعة هو عبارة عن خط مستقيم مائل :



يمكنك استغلال مخطط السرعة في تعيين السرعة الابتدائية ($سر_0$) للحركة وهي ترتيب نقطة تقاطع المخطط مع محور التراتيب.

كما يمكنك حساب تسارع الحركة (تع) وذلك بحساب ميل المستقيم.

- **مخطط المسافة** : إن مخطط المسافة هو عبارة عن قطع مكافئ :

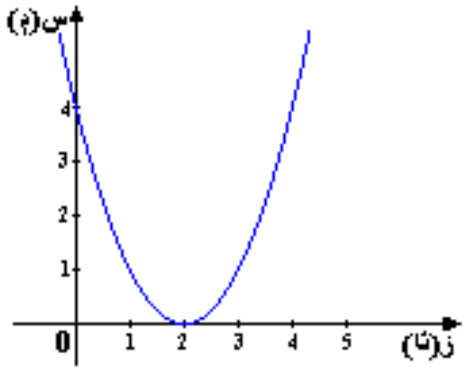


الدالة س = تا(ز) لها نهاية صغرى **الدالة س = تا(ز) لها نهاية كبرى**

إن اللحظة ($ز_1$) هي لحظة انعدام السرعة وتغيير المتحرك لجهة حركته.

- يمكن استنتاج كل من : س٠ ، سر٠، تع من مخطط المسافة.

مثال : إستنتج المعادلة الزمنية للحركة من المخطط التالي :



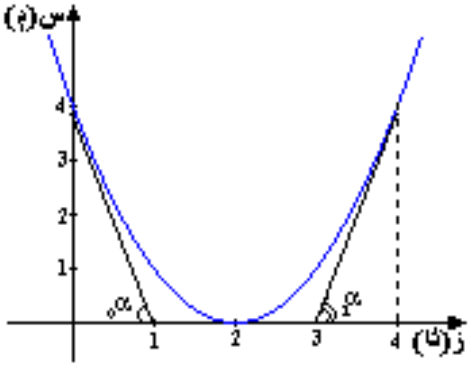
- إن المخطط يمثل س = تا(ز) وهو عبارة عن قطع مكافئ ، فالحركة إذن مستقيمة متغيرة بإنتظام معادلتها س= $\frac{1}{2}$ تع $ز^2$+سر٠ ز+س٠

- إن (س٠) هو ترتيب نقطة تقاطع المنحنى مع محور التراتيب

ومنه : س٠ = +4 م.

– لتعيين (سر$_{0}$) نرسم المماس للمنحنى في النقطة التي فاصلتها ز = 0 وترتيبها س$_{0}$ = 4 ونحسب ميله.

سر$_{0}$ = $\frac{س_1 - س_0}{ز_1 - ز_0}$ = $\frac{4 - 0}{1 - 0}$ = – 4 م/ثا.



– لتعيين (تـع) نختار نقطتين من المنحنى ونرسم المماسين للمنحنى في هاتين النقطتين ثم نحسب ميلي المماسين اللذين هما السرعتان عند اللحظتين المعتبرتين، مثلا نختار النقطتين ن$_{0}$ (0 ، 4) ، ن$_{4}$ (4 ، 4) فيكون :

سر$_{0}$ = –4 م/ثا .

سر$_{4}$ = $\frac{0 - 4}{3 - 4}$ = 4 م/ثا.

ويكون تسارع الحركة هو : تـع= $\frac{سر_4 - سر_0}{ز_4 - ز_0}$ = $\frac{4 - (-4)}{0 - 4}$ = $\frac{8}{4}$ = 2 م/ثا^2

ومنه نكتب المعادلة الزمنية للحركة : س = ز^2 – 4ز + 4.

هـ – العلاقة بين السرعة والمسافة :

لدينا : س = $\frac{1}{2}$ تـع ز^2 + سر$_{0}$ ز + س$_{0}$ . . . . . (1)

سر = تـع ز + سر$_{0}$ . . . . . (2)

لنبحث عن علاقة بين السرعة والمسافة :

من (2) نجد ز = $\frac{سر - سر_0}{تع}$ ،

بالتعويض في(1) نجد:س = $\frac{1}{2}$ تع $\left(\frac{سر - سر_0}{تع}\right)^2$ + سر$_{0}$ $\left(\frac{سر - سر_0}{تع}\right)$ + س$_{0}$

س – س$_{0}$ = $\frac{1}{2}$ تع$\left(\frac{سر^2 - 2سر\,سر_0 + سر_0^2}{تع^2}\right)$ + $\frac{سر\,سر_0 - سر_0^2}{تع}$ ،

س – س$_{0}$ = $\frac{1}{2}$ $\frac{سر^2}{تع}$ – $\frac{سر\,سر_0}{تع}$ + $\frac{1}{2}$ $\frac{سر_0^2}{تع}$ + $\frac{سر\,سر_0}{تع}$ – $\frac{سر_0^2}{تع}$

$س - س_{\circ} = \frac{1}{2 \text{ تع}} (سر^2 - سر^2_{\circ})$

و منه نجد : $\boxed{سر^2 - سر^2_{\circ} = 2 \text{ تع } (س - س_{\circ})}$

و – خاصية أساسية للحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام :

في الحركة المستقيمة المتغيرة بإنتظام تشكل المسافات المقطوعة خلال مجالات زمنية متتالية ومتساوية (θ) متتالية حسابية أساسها $\rho = \text{تع } \theta^2$

البرهان :

للتبسيط نأخذ المعادلة الزمنية في أبسط أشكالها : $س = \frac{1}{2} \text{ تع } ز^2$

في اللحظة ز : $س_{\circ} = \frac{1}{2} \text{ تع } ز^2$

وفي اللحظة $ز + \theta$: $س_1 = \frac{1}{2} \text{ تع}(ز + \theta)^2 = \frac{1}{2} \text{ تع } ز^2 + \text{تع } ز\theta + \frac{1}{2}\theta^2$

وفي اللحظة $ز + 2\theta$: $س_2 = \frac{1}{2} \text{ تع}(ز + 2\theta)^2 = \frac{1}{2} \text{ تع } ز^2 + 2 \text{ تع } ز\theta + \frac{4}{2} \text{ تع } \theta^2$،

و في اللحظة $ز + 3\theta$: $س_3 = \frac{1}{2} \text{ تع}(ز + 3\theta)^2 = \frac{1}{2} \text{ تع } ز^2 + 3 \text{ تع } ز\theta + \frac{9}{2} \text{ تع } \theta^2$،

و في اللحظة $ز + ن\theta$: $س_ن = \frac{1}{2} \text{ تع}(ز + ن\theta)^2 = \frac{1}{2} \text{ تع } ز^2 + ن \text{ تع } ز\theta + \frac{ن^2}{2} \text{ تع } \theta^2$،

فتكون المسافة المقطوعة خلال المجال الزمن الأول (θ) :

$ف_1 = س_1 - س_0 = \text{تع } ز\theta + \frac{1}{2} \text{ تع } \theta^2$،

وتكون // // // // الثاني (θ) $ف_2 = س_2 - س_1 = \text{تع } ز\theta + \frac{3}{2} \text{ تع } \theta^2$،

وتكون // // // // الثالث(θ) $ف_3 = س_3 - س_2 = \text{تع } ز\theta + \frac{5}{2} \text{ تع } \theta^2$،

وتكون المسافة المقطوعة خلال المجال الزمني الأخير (θ) :

$ف_ن = س_ن - س_{ن-1} = \text{تع } ز\theta + \frac{2ن - 1}{2} \text{ تع } \theta^2$،

ومنه نجد : $ف_1 - ف_0 = ف_2 - ف_1 = ف_3 - ف_2 = \ldots = ف_ن - ف_{ن-1} = \text{تع } \theta^2$

تمارين محلولة :

1 – أكتب المعادلات الزمنية لحركة مستقيمة متغيرة بإنتظام باستخدام المعطيات التالية $\left\{\begin{array}{l} ز = 0 : س = 0 \ ، \quad سر = -4 \ م/ثا \\ ز = 2 \ ثا ، \quad سر = 2 \ م/ثا \end{array}\right.$

وارسم مخططي المسافة والسرعة في نفس المعلم

الحل :

الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام، إذن معادلاتها من الشكل :

$$س = \frac{1}{2} تع ز^2 + سر_0 ز + س_0$$

$$سر = تع ز + سر_0$$

في اللحظة ز = 0 $\quad س = س_0 = 0$

$$سر = سر_0 = -4 \ م/ثا$$

في اللحظة ز = 2 ثا : سر = 2 م/ثا ، بالتعويض في معادلة السرعة نجد :

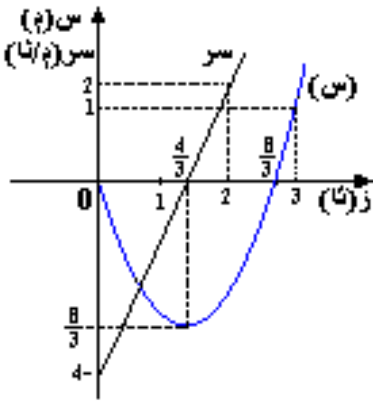
$$2 = 2 تع + سر_0$$

$$2 = 2 تع - 4 \Leftarrow تع = \frac{4 + 2}{2} = 3 \ م/ثا^2$$

إذن معادلات الحركة هي : $س = \frac{3}{2} ز^2 - 4 ز$

$$سر = 3 ز - 4$$

رسم المخططين :



* مخطط المسافة هو عبارة عن قطع مكافئ ذي محور شاقولي ، ونهاية صغرى تحسب إحداثياتها كالتالي :

$سر = 0 \Leftarrow ز = \frac{4}{3}$ ثا بالتعويض في

معادلة المسافة نجد : $س = -\frac{8}{3}$ م

ومنه إحداثيات النهاية الصغرى ($ز = \frac{4}{3}$ ثا ، $س = -\frac{8}{3}$ م)

– إيجاد نقاط تقاطع مخطط المسافة مع محور الأزمنة :

س = 0 $\Leftarrow$ $\frac{3}{2}$ ز^2 − 4 ز = 0

$$\left(4 - \frac{3}{2} ز \right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} ز_0 = 0 \\ 4 - \frac{3}{2} ز = 0 \Leftarrow ز_1 = \frac{8}{3} \text{ ثا} \end{cases}$$

ومنه إحداثيات نقطتي التقاطع مع محور الأزمنة (0 ثا ، 0 م)، ($\frac{8}{3}$ ثا ، 0 م)

− في اللحظة ز = 3 ثا $\Leftarrow$ س = $\frac{3}{2}$ (3)^2 − 4 (3) = 13.5 − 12 = 1.5 م

ومنه نرسم مخطط المسافة بإختيار سلم رسم مناسب : (في الشكل السابق : 1 سم $\leftarrow$ 1 ثا ، 1 سم $\leftarrow$ 2 م)

- **مخطط السرعة :** هو عبارة عن خط مستقيم يكفي لرسمه تعيين نقطتين منه

ز (ثا)	0	2
سر (م/ثا)	−4	2

ولرسمه نختار سلم رسم مناسب : (في الشكل السابق : 1 سم $\leftarrow$ 2 م/ثا)

لاحظ أنه عند إنعدام السرعة في اللحظة ز = $\frac{4}{3}$ ثا يغير المتحرك إتجاه حركته.

2 – تنتقل سيارة على مسار مستقيم نسجل سرعاتها في لحظات زمنية معينة فنجد :

ز (ثا)	0	1	2	5	10	20
سر(م/ثا)	0	7.2	14.4	36	72	144

أ – إستنتج من هذه المعطيات طبيعة الحركة

ب – أكتب المعادلات الزمنية للحركة بإعتبار مبدأ الفواصل نقطة إنطلاق المتحرك.

جـ – أحسب المسافة التي تقطعها السيارة بعد 20 ثا من بدء الحركة.

الحل :

نحول السرعات إلى (م / ثا) ونكتب الجدول من جديد: سر (م/ثا)

$$= \frac{\text{سر(كم /سا)}}{3.6}$$

ز (ثا)	0	1	2	5	10	20
سر (م /ثا)	0	2	4	10	20	40

نحسب التسارعات الوسطية بين أزمنة مختلفة فنجد :

$$تع_{و1} = \frac{سر_1 - سر_0}{ز_1 - ز_1} = \frac{0 - 2}{0 - 1} = 2 \text{ م /ثا}^2$$

$$تع_{و2} = \frac{سر_2 - سر_1}{ز_2 - ز_1} = \frac{2 - 4}{1 - 2} = 2 \text{ م /ثا}^2$$

$$تع_{و3} = \frac{سر_3 - سر_2}{ز_3 - ز_2} = \frac{4 - 10}{2 - 5} = 2 \text{ م /ثا}^2$$

$$تع_{و4} = \frac{سر_4 - سر_3}{ز_4 - ز_3} = \frac{10 - 20}{5 - 10} = 2 \text{ م /ثا}^2$$

$$تع_{و5} = \frac{سر_5 - سر_4}{ز_5 - ز_4} = \frac{20 - 40}{10 - 20} = 2 \text{ م /ثا}^2$$

ومنه نستنتج أن التسارع الوسطي ثابت وبالتالي فالحركة مستقيمة متغيرة بإنتظام تسارعها : تع = $تع_{و}$ = 2 م/ثا^2

ملاحظة :

يمكنك عزيزي الطالب إستنتاج طبيعة الحركة برسم مخطط السرعة سر = تا(ز) فتجده عبارة عن خط مستقيم مار بالمبدأ ميله ثابت يساوي عددياً تسارع الحركة تع.

ب – معادلات الحركة : لدينا : ز = 0 $\Leftarrow$ س$_{ه}$ = 0 ، سر$_{ه}$ = 0 (من الجدول)

إذن : س = $\frac{1}{2}$ تع ز^2 = ز^2 ، سر = تع ز = 2 ز.

جـ – المسافة المقطوعة خلال 20 ثا الأولى :

س = $(20)^2$ = 400 م

تمرين (3):

تتحرك سيارة بحركة مستقيمة منتظمة سرعتها سر = 90 كلم / سا ، تمر في لحظة ما بنقطة " هـ" يوجد بها دراج ينطلق عند مرورها به بحركة مستقيمة متسارعة بإنتظام ليلتحق بها ، فيكتسب سرعة قدرها 90 كم/ سا خلال زمن قدره 10 ثا.

أ – ما هو الزمن اللازم للدراج ليلتحق بالسيارة ؟

ب – ما هي المسافة التي يكون قد قطعها لحظة إلتحاقه بالسيارة ؟ ما سرعته عندئذ ؟

الحل :

أ – نعتبر مبدأ الأزمنة لحظة مرور السيارة بالنقطة " هـ " (لحظة إنطلاق الدراج) ومبدأ الفواصل النقطة " هـ " ،

فتكون : $س_0$ ، $سر_0$ للدراج معدومين ، وتكون معادلات الحركة :

بالنسبة للدراج : $\left\{ \begin{array}{l} س_2 = \frac{1}{2} \text{ تع } ز^2 \quad \ldots\ldots(1) \\ سر_2 = \text{ تع } ز \quad \ldots\ldots(2) \end{array} \right.$

بالنسبة للسيارة : $س_1$ = سرز . . . . . (3)

يلتحق الدراج بالسيارة عندما تتساوى فاصلتهما أي تكون : $س_1 = س_2$

$س_1 = س_2$ ،

أي : سرز = $\frac{1}{2}$ تع $ز^2 \Leftarrow$ ز = $\frac{2 \text{ سر}}{\text{تع}}$ . . . . . (4)

نحسب تسارع حركة الدراج : تع = $\frac{سر_2}{ز} = \frac{25}{10}$ = 2.5 م /ثا^2 ، ومنه زمن الإلتحاق : ز = $\frac{2 \text{ سر}}{\text{تع}} = \frac{25 \times 2}{2.5}$ = 20 ثا.

ب – المسافة التي يكون الدراج قد قطعها وسرعته عندئذ :

$س_2 = \frac{1}{2}$ تع $ز^2 = \frac{1}{2} \cdot 2.5 \ (20)^2 = 500$ م ، $سر_2$ = تع ز

= 2.5 × 20 = 50 م /ثا

تمرين (4) :

ينطلق جسم من السكون على طريق مستقيم بتسارع ثابت قدرة 0.8 م / ثا^2 ، وعندما تصل سرعته إلى 8 م / ثا يحافظ عليها مسافة 24 م ، ثم تتباطأ حركته بإنتظام حتى يتوقف بعدما يقطع 8 م في هذه المرحلة الأخيرة.

أ – ما هي المدة الإجمالية للحركة.

ب – ما هي المسافة الإجمالية المقطوعة ؟

جـ – مثل مخططات : التسارع والسرعة والمسافة.

الحل : للحركة ثلاثة أطوار :

الطور الأول : حركة مستقيمة متسارعة بإنتظام.

الطور الثاني : حركة مستقيمة منتظمة.

الطور الثالث : حركة مستقيمة متباطئة بانتظام.

* نعتبر مبدأ الأزمنة بداية كل طور ومنه تكون السرعة النهائية لكل طور هي السرعة الإبتدائية للطور الذي يليه.

- **الطور الأول :** الحركة متسارعة بإنتظام

بإعتبار مبدأ الأزمنة لحظة الإنطلاق ومبدأ الفواصل نقطة الإنطلاق تكون المعادلات الزمنية للحركة : $س_1 = \frac{1}{2}$ تع $_1 ز_1^2$

$سر_1 =$ تع$_1 ز_1 \Leftarrow ز_1 = \frac{سر_1}{تع_1} = \frac{8}{0.8} = 10$ ثا

$س_1 = \frac{1}{2}$ تع$_1 ز_1^2 = \frac{1}{2} \times 0.8 \times (10)^2 = 40$ م

- **الطور الثاني :** نعتبر مبدأ الأزمنة لحظة بداية الطور الثاني، ومبدأ الفواصل نقطة بدايته فتكون.

$س_2 = سر_1 ز_2 \Leftarrow ز_2 = \frac{س_2}{سر_1} = \frac{24}{8} = 3$ ثا.

الطور الثالث : نعتبر مبدأ الأزمنة لحظة بداية الطور الثالث ومبدأ الفواصل نقطة بدايته فتكون معادلات الحركة :

$س_3 = \frac{1}{2}$ تع$_3 ز_3^2 + سر_1 ز_3$ ، ($سر_0 = سر_1$)

$سر_3 =$ تع$_3 ز_3 + سر_1$ ،

$سر_3^2 - سر_1^2 =$ -2تع $س_3 \Leftarrow$ تع$_3 = \frac{سر_3^2 - سر_1^2}{2 س_3} = \frac{64-0}{8 \times 2} = -4$ م / ثا^2 ، ويكون

زمن هذا الطور :ز $_3 = \frac{سر_3 - سر_1}{تع_3} = \frac{8-0}{-4} = 2$ ثا.

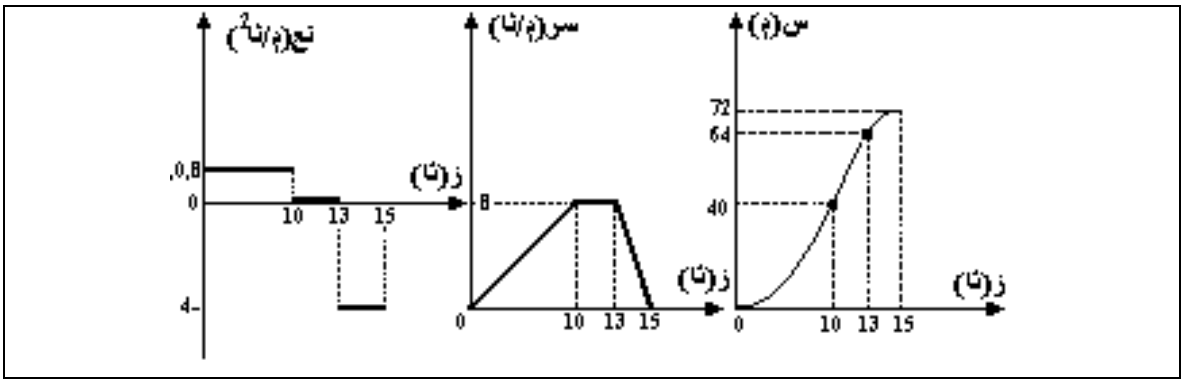
ومنه يكون الزمن الإجمالي للحركة :

ز = ز$_1$ + ز$_2$ + ز$_3$ = 10 + 3 + 2 = 15 ثا.

ب – المسافة الإجمالية المقطوعة :

س = س$_1$ + س$_2$ + س$_3$ = 40 + 24 + 8 = 72 م .

جـ – المخططات :



الخلاصة :

إذا كان $\overleftarrow{سر} = \overleftarrow{سر}_0$ ثافإن $\overleftarrow{تع} = \overleftarrow{0}$ والحركة مستقيمة منتظمة.

– إذا كان $\overleftarrow{تع} = \overleftarrow{تع}_0$ ثافالحركة مستقيمة متغيرة بإنتظام ،

و هي متسارعة إذا كان $\overleftarrow{تع} \overleftarrow{سر} > 0$

ومتباطئة إذا كان $\overleftarrow{تع} \overleftarrow{سر} < 0$

أسئلة التصحيح الذاتي : (الجزء الثاني)

1 – تنطلق سيارة من السكون على طريق مستقيم، أعطى تسجيل حركتها النتائج التالية :

س (م)	20	44	76	116	164
ز (ثا)	4	6	8	10	12

أ – عين طبيعة الحركة وأكتب معادلتها الزمنية.

ب – أين توجد السيارة في اللحظة ز = 3 ثا

وما هي سرعتها عندئذ ؟

2 – يتحرك جسم نقطي على مستقيم سَ س بتسارع ثابت، في اللحظة ز$_1$ = 2 ثا يوجد في النقطة التي فاصلتها س$_1$ = 5 م وتكون سرعته سر$_1$ = 4 م/ثا ، وفي اللحظة ز$_2$ = 5 ثا يوجد المتحرك في النقطة التي فاصلتها س$_2$ = 35 م وتكون سرعته عندئذ سر$_2$ = 16 م/ثا.

أ – عين تسارع الحركة، ثم سرعتها وفاصلتها في اللحظة ز = 0 واستنتج المعادلة الزمنية للحركة.

ب – عين اللحظة التي يغير فيها المتحرك إتجاهه ثم عين فاصلته في هذه اللحظة.

3 – يتحرك جسم نقطي(ن) على مسار مستقيم بتسارع ثابت بحيث تدوم حركته 5 ثانية. ينطلق المتحرك في اللحظة ز = 0 من النقطة $ن_0$ التي فاصلتها س$_0$ = −0.5 م بسرعة سر$_0$ = −1 م/ثا ويمر بالنقطة ن$_1$ التي فاصلتها س$_1$ = 5 م بسرعة سر$_1$ = 4.7 م/ثا.

أ – أحسب تسارع الجسم ن.

ب – عين اللحظة $ز_1$ التي يمر فيها المتحرك بالنقطة $ن_1$

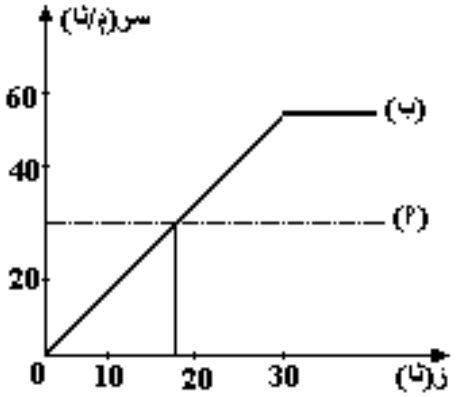
جـ – أكتب المعادلة الزمنية للحركة .

د – في اللحظة ز = 2 ثا ينطلق متحرك نقطي أ خر نَ من النقطة $ن_1$ التي فاصلتها $سَ_2$=5 م بسرعة ثابتة $سرَ$ = 4 م / ثا :

– احسب زمن تلاقي المتحركين ن ، نَ و عين فاصلة نقطة التّلاقي.

هـ – تحقق من النتيجتين الأخيرتين من مخططي المسافة للحركتين.

4 – يمثل المخططان الممثلان في الشكل سرعتي متحركين أ ، ب بدلالة الزمن . (على مسار مستقيم).



أ – ما طبيعة حركة كل من أ و ب ؟

ب – ما الزمن الذي يستغرقه المتحرك (ب) حتى تصير سرعته مساوية لسرعة المتحرك (أ) ؟

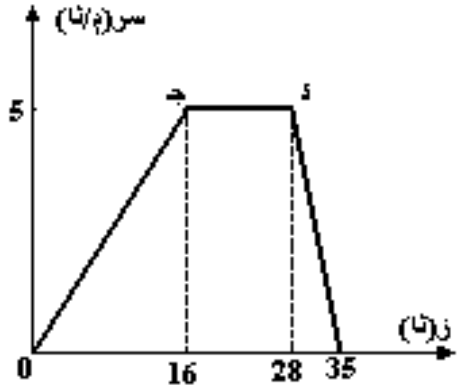
ج- ما هي المسافة المقطوعة من طرف كل من أ ،ب خلال 10 ثا ثم 20 ثا ثم 30 ثا ؟

د – هل يلتحق الجسم (ب) بالجسم (أ) ؟

5 – يمثل الشكل المقابل تغير سرعة متحرك نقطي على مسار مستقيم بدلالة الزمن

أ – أحسب تسارع الحركة في كل طور من أطوارها

ب –أحسب المسافة المقطوعة خلال كل طور من أطوار الحركة واستنتج المسفة الإجمالية التي يقطعها المتحرك.



ج –أرسم مخططي التسارع و المسافة أي تع = تا (ز) ، س = ها (ز) .

أجوبة التصحيح الذاتي (الجزء الثاني)

1 – أ – طبيعة الحركة :

$ف_1 = س_2 - س_1 = 44 - 20 = 24$ م

$ف_2 = س_3 - س_2 = 76 - 44 = 32$ م

$ف_3 = س_4 - س_3 = 116 - 76 = 40$ م

$ف_4 = س_5 - س_4 = 164 - 116 = 48$ م

$ف_2 - ف_1 = ف_3 - ف_2 = ف_4 - ف_3 = 8$ م $= تع\ \theta^2$ حيث $\theta = 2$ ثا

و منه نجد : $تع = \frac{8}{\theta^2} = \frac{8}{4} = 2$ م / ثا^2 = ثابت

و منه فالحركة مستقيمة متغيرة بانتظام معادلتها الزمنية من الشكل :

$س = \frac{1}{2} تع\ ز^2 + سر_0\ ز + س_0 = ز^2 + سر_0\ ز + س_0$

بأخذ قيمتين من الجدول نكتب :

$20 = 16 + 4$ ..... $سر_0 + س_0$ (1)

$44 = 36 + 6$ $سر_0 + س_0$ .....(2)

بطرح (1) من (2) نجد : $24 = 20 + 2$ $سر_0 \Leftarrow سر_0 = \frac{20 - 24}{2} = 2$ م / ثا

بالتعويض في (1) نجد : $20 = 16 + 4 \times 2 + س_0 \Leftarrow س_0 = -4$ م

و منه نكتب المعادلة الزمنية للحركة :

$س = ز^2 + 2ز - 4$

ب – موضع السيارة في اللحظة ز = 3 ثا :

$س = (3)^2 + 2 \times 3 - 4 = 11$ م

و سرعتها $سر = تع\ ز + سر_0 = 2 \times 3 + 2 = 8$ م / ثا.

2 – المسار مستقيم والتسارع ثابت إذن فالحركة مستقيمة متغيرة بإنتظام معادلاتها الزمنية :

$س = \frac{1}{2} تع\ ز^2 + سر_0 ز + س_0$ ،

$سر = تع\ ز + سر_0$

أ – **تسارع الحركة :** نعوض في معادلة السرعة :

في اللحظة ز$_1$ = 2 ثا سر$_1$ = 4 م/ثا⇐ 4 =2 تع + سر$_\circ$ . . . . .(1)

في اللحظة ز$_2$ = 5 ثا سر$_2$ = 16م/ثا⇐ 16 = 5 تع + سر$_\circ$ . . . . (2)

بطرح (1) من (2) نجد : 12 = 3 تع ⇐ تع = $\frac{12}{3}$ = 4م/ثا^2

– السرعة الابتدائية : (السرعة في اللحظة ز = 0)

بالتعويض في (1) نجد : 4 = 2 × 4 + سر$_\circ$ ⇐ سر$_\circ$ = −4 م/ثا

– الفاصلة الابتدائية للحركة (س$_\circ$) :

نكتب المعادلة الزمنية للحركة :

س = $\frac{1}{2}$ تع ز^2 + سر$_\circ$ ز + س$_\circ$ = 2 ز^2 – 4ز + س$_\circ$.

في اللحظة ز$_1$ = 2 ثا ، س = س$_1$ = 5 م.

ومنه 5 = 2 × (2)^2 – 4 × 2 + س$_\circ$ ⇐ س$_\circ$ = 5م.

ومنه نكتب المعادلة الزمنية للحركة :

س = 2 ز^2 – 4ز + 5.

ب – عندما يغير المتحرك اتجاهه عندما تنعدم سرعته أي سر = 0 ، لدينا سر = $\frac{\text{د س}}{\text{د ز}}$ = 4 ز – 4 ،

سر = 0 4ز – 4 = 0⇐ ز = 1 ثا وتكون فاصلته س = 2 – 4 + 5 = 3 م .

3 – أ – الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام (المسار مستقيم و التسارع ثابت)

ومنه نكتب : سر$_1^2$ – سر$_\circ^2$ = 2 تع (س$_1$ – س$_\circ$)،

تع = $\frac{\text{سر}_1^2 - \text{سر}_\circ^2}{2(\text{س}_1 - \text{س}_\circ)}$ = $\frac{(-1)^2 - (4.7)^2}{2(5 + 0.5)}$ ≅ 1.92 م/ثا^2

ب – اللحظة ز$_1$ التي يمر فيها المتحرك بالنقطة ن$_1$:

سر$_1$ = تع ز$_1$ + سر$_\circ$ ⇐ ز$_1$ = $\frac{\text{سر}_1 - \text{سر}_\circ}{\text{تع}}$ = $\frac{-1 - 4.7}{1.92}$ = 2.97 ثا

جـ – المعادلة الزمنية للحركة :

س = $\frac{1}{2}$ تع ز^2 + سر$_0$ ز + س$_0$ = 0.96 ز^2 - ز - 0.5

د – دراسة إلتقاء المتحركين :

حركة المتحرك الثاني مستقيمة منتظمة(لأن المسار مستقيم والسرعة ثابتة)

معادلتها : سَ = سرَ ز + $سَ_0$ ،

في اللحظة ز = 2 ثا ⟸ سَ = $سَ_2$ = 5 م

ومنه نكتب 5 = 2 × 4 + $سَ_0$ ⟸ $سَ_0$ = – 3 م.

ونكتب المعادلة الزمنية للحركة الثانية :

سَ = 4 ز – 3 .

يلتقي المتحركان عندما يكون : س = سَ

أي : $0.96 ز^2$ – ز – 0.5 = 4 ز – 3

$0.96 ز^2$ – 5 ز + 2.5 = 0

لهذه المعادلة حلان : نحتفظ بالحل الذي ينتمي إلى المجال [2 ثا ، 5 ثا] ،

وهو : ز = 4.65 ثا.

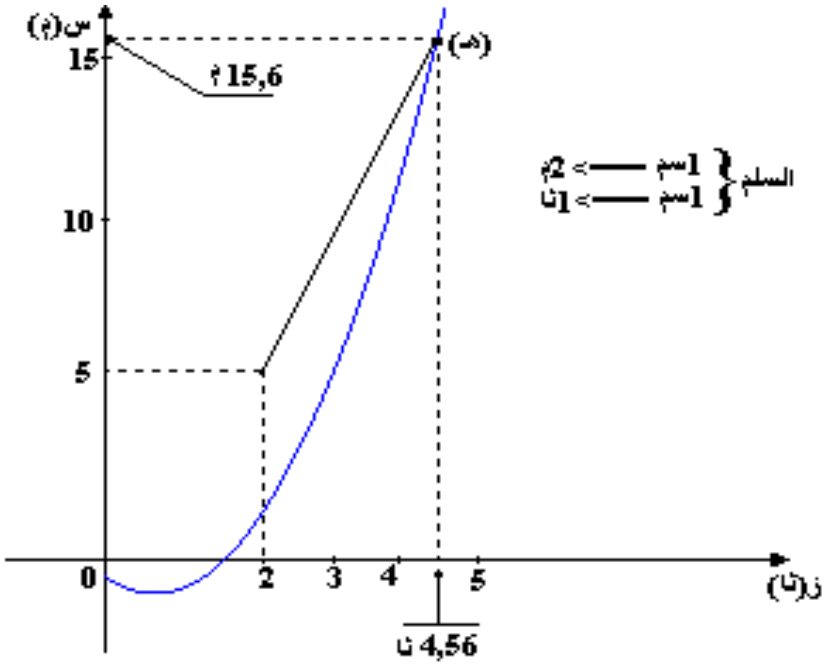
وبالتعويض نجد فاصلة الإلتقاء : سَ = 4 × 4.65 – 3 ≅ 15.6 م.

هـ – التحقق من النتيجتين :

* بيانياً النقطة هـ (4.65 ثا ، 15.6 م)

هي نقطة الإلتقاء.

السلم { 1 سم ← 2 م
1 سم ← 1 ثا



4 – أ – طبيعة حركة (أ) مستقيمة منتظمة لأن سر = ثابت = 30 م / ثا طبيعة حركة (ب) لها طوران :

الطور الأول : (0 إلى 30 ثانية) الحركة مستقيمة متسارعة بإنتظام لأن مخطط السرعة عبارة عن مستقيم مائل ميله موجب ويمثل تسارع الحركة : تع = $\frac{0 - 60}{0 - 30}$

= 2 م/ثا

الطور الثاني : من أجل ز > 30 ثا الحركة مستقيمة منتظمة سرعتها سر = 60 م / ثا = ثابت

ب – من البيان سر$_{أ}$ = سر$_{ب}$ عند ز = 15 ثا.

جـ – المسافة المقطوعة من طرف الجسم أ :

* خلال 10 ثا : س$_1$ = سر$_{أ}$ ز$_1$ = 30× 10 = 300 م

* خلال 20 ثا : س$_2$ = سر$_{أ}$ ز$_2$ = 30× 20 = 600 م

* خلال 30 ثا : س$_3$ = سر$_{أ}$ ز$_3$ = 30× 30 = 900 م

* المسافة المقطوعة من طرف الجسم (ب) :

اللحظات الثلاث تنتمي إلى الطور الأول :

* خلال 10 ثا $سَ_1 = \frac{1}{2}$ تع ز$^2_1$ = $\frac{1}{2}$. 2 × $(10)^2$ = 100 م.

* خلال 20 ثا $س_2 = \frac{1}{2}تع_2 ز_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \times (20)^2 = 400$ م.

* خلال 30 ثا $س_3 = \frac{1}{2}تع_3 ز_3^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \times (30)^2 = 900$ م.

ومنه نلاحظ أن الجسم (ب) يلتحق بالجسم (أ) في اللحظة ز = 30 ثا عند النقطة التي فاصلتها س = 900 م.

5 – أ – الحركة تتم في ثلاثة أطوار مجالاتها الزمنية هي :

الطور الأول : زﺪ [0 ، 16 ثا] الحركة مستقيمة متسارعة بإنتظام.

الطور الثاني : زﺪ [16 ثا، 28 ثا] الحركة مستقيمة منتظمة.

الطور الثالث : زﺪ [28 ثا ، 35 ثا] الحركة مستقيمة متباطئة بإنتظام.

$تع_1 = \frac{5}{16}$ م/ثا^2 ، $تع_2 = 0$ م/ثا^2 ، $تع_3 = -\frac{5}{7}$ م/ثا^2

ب – المسافة المقطوعة خلال الطور الأول: $س_1 = \frac{1}{2}تع_1 ز_1^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{5}{16}\right)(16)^2 = 40$

المسافة المقطوعة خلال الطور الثاني : $س_2 = سر_1 ز_2 = 5 \times 12 = 60$ م

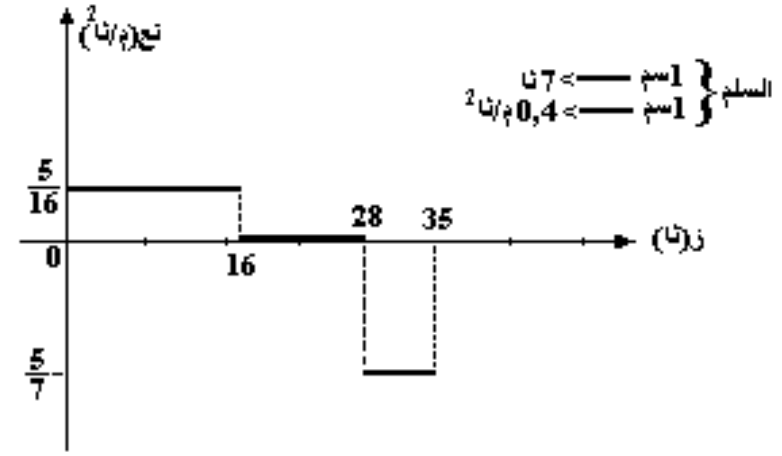
المسافة المقطوعة خلال الطور الثالث : $س_3 = \frac{1}{2} تع_3 ز_3^2 + سر_2 ز_2$

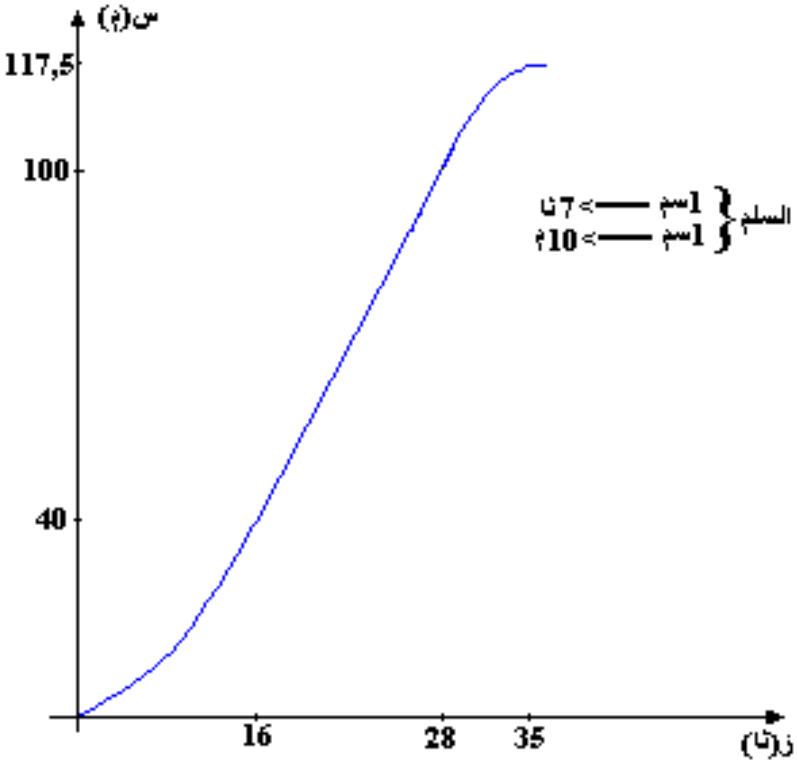
$= \frac{1}{2}(-\frac{5}{7})(7)^2 + 5 \times 7 = 17.5$ م

المسافة الإجمالية : س = $س_1 + س_2 + س_3 = 40 + 60 + 17.5 = 117.5$ م

ملاحظة : يمكن حساب هذه المسافات بطريقة السطوح.

د – مخطط التسارع ومخطط المسافة :


تع(م/ثا²)
السلم
1سم ⟵ 7ثا
1سم ⟵ 0,4م/ثا²
5/16
0
5/7-
16
28
35
ز(ثا)


س(م)
117,5
100
40
السلم
1سم ⟵ 7ثا
1سم ⟵ 10م
16
28
35
ز(ثا)

حركيات النقطة المادية

– دراسة بعض الحركات – 2

أهداف الدرس :

1 – يعبر بيانياً عن مميزات الحركة

2 – يستنتج مميزات الحركة من البيان

3 – يكتب المعادلة الزمنية للحركة اعتمادا على الشروط الإبتدائية.

المدة اللازمة للدرس : 3 ساعات

المراجع : كتاب الفيزياء السنة الثالثة ثانوي – المعهد التربوي الوطني

– كتاب فيزياء خارجي – السنة الثالثة ثانوي.

تصميم الدرس

3 – 1 – 3 الحركة المستقيمة الجيبية :

أ – تعريف

ب – المعادلة الزمنية للحركة

جـ – دور الحركة

د – تواتر الحركة

هـ – سرعة الحركة

و – تسارع الحركة

ز – المعادلة التفاضلية المميزة للحركة

ح – مخططات الحركة

– أسئلة التصحيح الذاتي (ج3)

– أجوبة التصحيح الذاتي (ج3)

3 – 1 – 3 – الحركة المستقيمة الجيبية :

نثبت في نابض مرن جسماً صلباً (ص) ونتركه حتى يتزن في الوضع (م) (الشكل1) ثم نجذبه أفقياً بمسافة (أ) بحيث يشغل الوضع ن1 (الشكل 2) ثم نتركه بدون سرعة ابتدائية فنلاحظ أنه يقوم بالاهتزاز حول وضع توازنه ذهاباً وإياباً بين النقطتين ن1 ،ن2
المتناظرتين بالنسبة لوضع توازنه (م)
على طول القطعة المستقيمة [ن1ن2] التي
طولها 2 أ ، نسمي حركة الجسم (ص)
حركة مستقيمة جيبية

أ – تعريف :

نقول عن حركة نقطة مادية (ن) أنها
حركة مستقيمة جيبية إذا كان مسارها
مستقيما وفاصلتها تابعاً جيبياً للزمن.

ب – المعادلة الزمنية للحركة :

تعطى فاصلة المتحرك في أي لحظة زمنية بالعلاقة :

س = أ جب (ى ز + ص)

– نسمي القيمة الجبرية للقطعة المستقيمة
[م ن] = س مطال الحركة ، ويقدر بالمتر.
– نسمي : |أ| سعة الحركة أوالمطال
الأعظم ، ويقدر بالمتر
– (ى ز + ص) : صفحة الحركة أو طور الحركة في اللحظة ز وهي زاوية تتغير بتغير الزمن، وتقدر بالراديان (راد).
نسمي : ى نبض الحركة وهو ثابت بالنسبة لحركة جيبية معينة ويكون موجباً دوماً (ي> 0) ويقدر بالراديان / الثانية (راد/ثا)
– نسمي ص : الصفحة الابتدائية للحركة وتعين من الشروط الابتدائية للحركة ، وتقدر بالراديان (راد)

جـ – دور الحركة :

لدينا : −1 ≤ جب (ى ز + ص) ≤ + 1.
ومنه فإن مطال الحركة – أ ≤ س ≤ +أ.

أي أن النقطة المتحركة تتحرك بين النقطتين ن1 ، ن2 ذهاباً وإياباً راسمة القطعة المستقيمة [ن1 ،ن2] مرتين كلما ازدادت صفحة الحركة بمقدار $2\ \pi$ راديان ومنه فإن الحركة الجيبية المستقيمة هي حركة دورية أي هي حركة تتكرر مماثلة لنفسها خلال فترات زمنية متساوية ومتتالية نسمي كلا منها دور الحركة (د) ويعرف كالتالي :

تعريف دور الحركة :

هو الزمن الثابت الذي يفصل بين مرورين متتاليين للمتحرك بنفس الوضع وفي نفس الاتجاه، ويقدر بالثانية (ثا) فإذا كان المتحرك في اللحظة ز في الوضع ن1 مثلاً فإنه يعود إليه بعد زمن قدره دور كامل (د) أي في لحظة (ز + د) وعندها يكون مطال الحركة :

س = أ جب [ى (ز + د) + ص] = أ جب (ى ز + ص + 2π)

س = أ جب (ىز + ص + ىد) = أ جب (ىز + ص + 2π)

ومنه نجد : ي د = $2\ \pi$

أي أن دور الحركة يعطي بالعلاقة : $\boxed{د = \frac{2\pi}{ى}}$

د – تواتر الحركة :

نسمي الحركة التي ينجزها المتحرك خلال دور واحد " الهزة " أو " الإهتزازة " ، ويعرف التواتر كالتالي :

تعريف تواتر الحركة :

هو عدد الهزات التي ينجزها المتحرك خلال ثانية واحدة ويرمز له بالرمز "ن" ويقدر بالهرتز أو دورة / ثانية.

– العلاقة بين الدور والتواتر :

$$\Leftarrow \begin{cases} 1 \text{ دورة} \longrightarrow د \text{ ثانية} \\ ن \text{ دورة} \longrightarrow 1 \text{ ثانية} \end{cases} \qquad \boxed{ن = \frac{1}{د}}$$

– العلاقة بين النبض والتواتر :

لدينا : $د = \frac{2\pi}{ى} \Leftarrow$ $\boxed{ي = \frac{2\pi}{د} = 2\ \pi\ ن}$

هـ – سرعة الحركة : إن سرعة الحركة في اللحظة (ز) هي مشتق المطال في اللحظة (ز) بالنسبة للزمن.

$$سر = = \frac{د\ س}{د\ ز} \quad \frac{د}{د\ ز} (\text{أجب} (ىز + ص))$$

$\boxed{سر = \text{أي تجب} (ىز + ص)}$

أو سر = أي جب (ىز + ص + $\frac{\pi}{2}$)

نلاحظ من هذه المعادلة الأخيرة عند مقارنتها بمعادلة المطال س = أجب (ىز + ص) أن السرعة متقدمة في الصفحة عن المطال بمقدار $\frac{\pi}{2}$ راديان.

تكون السرعة عظمى عندما يكون : تجب (ىز + ص) = ±1

أي جب (ىز + ص) = 0 ومنه س = 0.

أي ان السرعة تكون عظمى : سر = سر$_{ء}$ =± أى عندما تكون س = 0 ، أي عند مرور المتحرك بوضع التوازن (م).

وتكون السرعة معدومة (سر = 0) عندما يكون : تجب (ى ز + ص) = 0 ، أي : جب (ىز + ص) = ± 1

ويكون عندئذ : س = ± أ

أي السرعة تكون معدومة عندما يكون س =± أ ، أي عندما يكون المطال أعظمياً

و – تسارع الحركة :

بما أن الحركة تتم على مسار مستقيم فإن التسارع الناظمي تع$_{ن}$ = 0 ، ويكون تسارع الحركة تع = تع$_{م}$ = $\frac{د\ س}{د\ ز}$،

تع = $\frac{د\ سر}{د\ ز}$ = $\frac{د}{د\ ز}$ (أ ي تجب (ي ز + ص))

تع = – أ ي^2 جب (ي ز + ص) ، | تع = – ي^2 س |

من هذه العلاقة نستنتج أن :

– تسارع الحركة يتناسب طردياً مع المطال ويعاكسه في الإشارة (أي عندما يكون المطال موجباً يكون التسارع سالباً والعكس صحيح).

ويكون شعاع التسارع متجهاً دوماً نحو مركز الحركة (وضع التوازن) ونقول أن التسارع مركزي.

⟶

– يكون التسارع أعظمياً عندما يكون المطال أعظمياً س =± أ ⟸ تع = ±ي^2 أ

ويكون التسارع معدوماً عند المرور بوضع التوازن (م) أي عندما يكون المطل معدوماً(س = 0).

ز – المعادلة التفاضلية المميزة للحركة الجيبية المستقيمة.

من معادلة التسارع : تع = $-ى^2$ س

نكتب : تع + $ى^2$ س = 0

$$\frac{د^2 س}{د ز^2} + ي^2 س = 0$$

تسمى هذه المعادلة ، معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية إن حل هذه المعادلة هو من الشكل : س = أجب (ىز + ص)

ملاحظة :

كل حركة لها تسارع من الشكل :

تع = – ثا س حيث ثا > 0 هي حركة جيبية مستقيمة نبضها : ى = $\sqrt{ق ثا}$

ج – مخططات الحركة :

لتبسيط الدراسة نأخذ ص = 0

وبما أن الحركة دورية نكتفي برسم

مخططات الحركة خلال دور واحد :

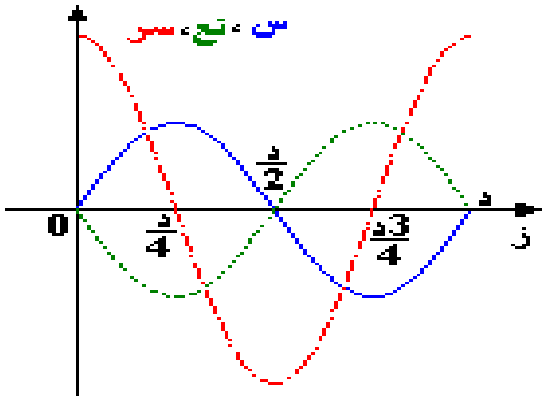
بما أن ص = 0 يكون :

س = أ جب ى ز ،

سر = أي تجب ىز ،

تع = – أ $ى^2$ جب ىز

ز	0		$\frac{د}{4}$		$\frac{د}{2}$		$\frac{3د}{4}$		د
ي ز = $\frac{2\pi}{د}$ز	0		$\frac{\pi}{2}$		π		$\frac{3\pi}{2}$		د
س	0	+	أ	+	0	–	–أ	–	0
سر	أي	+	0	–	أي	–	0	+	أي
تع	0	–	$ى^2$ أ	–	0	+	$ى^2$ أ	+	0
سر.تع	0	– 0		+ 0		– 0		+ 0	
طبيعة الحركة	متباطئة		متسارعة		متباطئة		متسارعة		



تمارين محلولة :

1 – أوجد الصفحة الإبتدائية للحركات الجيبية المستقيمة التي سعتها 2 سم علماً بأن لدينا في اللحظة ز = 0 :

أ : س = ق$\bar{3}$ ، سر < 0

ب : س = ق$\bar{3}$ ، سر > 0

جـ : س = +1 ، سر < 0

د : س = +1 ، سر > 0

هـ : س = −1 ، سر < 0

و : س = −1 ، سر > 0 حيث س بالسم ، سر با (سم /ثا)

الحل :

الحركة جيبية مستقيمة فمعادلتها :

س = أ جب (ىز + ص) = 2 جب (ى ز + ص) (سم) . . . .(1)

وسرعتها سر = أى تجب (ىز+ ص) = 2ي تجب (ىز+ص)(سم/ثا)…. (2)

أ – بالتعويض في معادلة الحركة عن ز و س نجد : ق$\bar{3}$ = 2 جب ص

و منه فإن جب ص = $\frac{\text{ق}\bar{3}}{2}$ ⇐ $\begin{cases} \text{ص} = \frac{\pi}{3} \text{ راديان ،} \\ \text{أو} \\ \text{ص} = \frac{\pi\ 2}{3} \text{ راديان} \end{cases}$

لتحديد قيمة (ص) المقبولة نعوض في معادلة السرعة عن (ز) نجد :

سر = 2 ي تجب ص > 0

2 ى > 0 ⇐ تجب ص > 0 فإذا كان ص = $\frac{\pi\ 2}{3}$ فإن تجب ص > 0

وإذا كـان ص = $\frac{\pi}{3}$ فـإن تـجـب ص > 0

ومـنـه تكون الصفـحـة الإبتدائيـة لـلحـركـة :

ص = $\frac{\pi}{3}$ راديـان

بـالـمـثـل تـجـد فـي الـسـؤال (ب) ص = $\frac{\pi 2}{3}$ راديـان

جـ – نـعـوض فـي مـعـادلـة الـحـركـة عـن س و ز نـجـد :

1 =2 جـب ص $\Leftarrow$ جـب ص= $\frac{1}{2}$ ومنه $\left\{\begin{array}{ll} \text{ص} = \frac{\pi}{6} & \text{راديان} \quad \text{أو} \\ \text{ص} = \frac{\pi\ 5}{6} & \text{راديان} \end{array}\right.$

لتحديد أي قيمتـي (ص) هي المقبولة نعوض في معادلة الـسرعة عن (ز) نـجـد :

سـر = 2 ي تـجـب ص > 0 $\quad$ 2ى > 0 $\Leftarrow$ تـجـب ص > 0 ومـنـه :

فـإذا كانـت ص = $\frac{\pi 5}{6}$ فـإن تـجـب ص< 0 وإذا كـانـت ص = $\frac{\pi}{6}$ فـإن تجـب ص > 0 ومـنـه

فـالقيمة الـمقبولـة هي : ص = $\frac{\pi}{6}$ راديان

بـالـمـثـل نـجـد فـي الـسـؤال (د) ص = $\frac{\pi 5}{6}$ راديـان

هـ – مـن مـعـادلـة الحركـة نجـد : −1 = 2 جـب ص$\Leftarrow$ جب ص = $-\frac{1}{2}$

و مـنـه فـإن : $\left\{\begin{array}{ll} \text{ص} = \frac{\pi 11}{6} & \text{راديان} \quad \text{أو} \\ \text{ص} = \frac{\pi\ 7}{6} & \text{راديان} \end{array}\right.$

ولـتحـديـد أي الـقيمتين هي المقبـولة نعوض في معادلة السرعة عن (ز) :

سـر = 2 ي تـجـب ص > 0

2 ى > 0 $\Leftarrow$ تـجـب ص > 0 $\left\{\begin{array}{ll} \text{ص} = \frac{\pi 7}{6} \Leftarrow & \text{تجب ص } \phi\ 0 \quad \text{أو} \\ \text{ص} = \frac{\pi 11}{6} \Leftarrow & \text{تجب ص } \pi\ 0 \end{array}\right.$

ومنه فإن قيمة (ص) المقبـولة هـي : ص = $\frac{\pi 11}{6}$ راديـان

بالمثل نجد في السؤال (و) ص= $\frac{\pi 7}{6}$ راديان

2 – يتحرك جسم نقطي حركة جيبية مستقيمة سعتها 2 سم ، ويمر في اللحظة ز = 0 بنقطة فاصلتها س = + 1 سم وبسرعة موجبة

أ – أكتب المعادلة الزمنية للحركة

ب – أوجد أزمنة مروره بالفاصلة س$_1$ = ق$\overline{3}$ سم

يعطى دور الحركة : د = 2 ثا

الحل :

أ – الحركة جيبية مستقيمة فمعادلتها من الشكل

س = أجب (ىز + ص)، وسرعتها : سر = أي تجب (ىز + ص)

نعين الثوابت أ ، ى ، ص

ي = $\frac{\pi 2}{د}$ ⇐ ى = $\frac{\pi 5}{2}$ = π راد/ثا

أ = 2 سم

نعين (ص) من الشروط الابتدائية للحركة : ز = 0 : س = 1 سم ، سر > 0

بالتعويض في معادلة الحركة :

1 = 2 جب ص ⇐ جب ص = $\frac{1}{2}$ ومنه

ص = $\frac{\pi}{6}$ راديان أو

ص = $\frac{\pi 5}{6}$ راديان

نعوض في معادلة السرعة :

سر = 2 ي تجب ص > 0

2 ي > 0 ⇐ تجب ص > 0 ومنه نأخذ ص = $\frac{\pi}{6}$ راديان

ومنه تكون المعادلة الزمنية للحركة :

س = 2 جب (πز + $\frac{\pi}{6}$) (سم).

ب – زمن المرور بنقطة فاصلتها س$_1$ = ق$\overline{3}$ سم

بالتعويض في معادلة الحركة : ق$\overline{3}$ = 2 جب(π ز + $\frac{\pi}{6}$)

ومنه جب (π ز + $\frac{\pi}{6}$) = $\frac{ق\overline{3}}{2}$ ،

أي أن : $(\pi\ ز + \frac{\pi}{6}) = \frac{\pi}{3} + 2\ \pi\ ك$ . . . . . (1)

أو $(\pi\ ز + \frac{\pi}{6}) = \frac{\pi 2}{3} + 2\ ك\pi$ . . . . . (2)

من (1) نجد : ز $= \frac{1}{6} + 2\ ك = (\frac{1}{6} + ك\ د)$ ثانية.

من (2) نجد : ز $= (\frac{1}{2} + 2\ ك) = (\frac{1}{2} + ك\ د)$ ثانية.

إن المتحرك يمر بالنقطة ذات الفاصلة س1 مرتين كل دور ، مرة أثناء حركته في الجهة الموجبة ومرة ثانية أثناء حركته في الجهة السالبة ولإيجاد أزمنة مرور المتحرك المتعاقبة بالنقطة المعتبرة نعطي لـ "ك" القيم :

(0 ، 1 ، 2 ، 3 ، . . . .) ونرتب الأزمنة ترتيباً تصاعدياً فنجد :

ز $= \{\frac{1}{6}، \frac{1}{2}، \frac{13}{6}، \frac{5}{2}$ ..... $\}$ ثانية

فإذا طلب زمن أول مرور فيكون هو : ز$_1 = \frac{1}{6}$ ثا

وإذا طلب زمن ثالث مرور مثلاً فيكون هو : ز$_3 = \frac{13}{6}$ ثا وهو زمن المرور الثاني بنفس النقطة وفي نفس الإتجاه

3 – أوجد الدور والصفحة الابتدائية لحركة جيبية مستقيمة سعتها 4 سم ومطالها في اللحظة ز = 0 هو 2 سم وسرعتها في نفس اللحظة سر $= 2\pi$ ق$\bar{3}$ سم / ثا

الحل : الحركة جيبية مستقيمة إذن :

س = أ جب (ىز + ص) = 4 جب (ىز + ص)(سم)

سر = أي تجب (ىز + ص) = 4 ى تجب(ىز + ص) (سم/ثا)

في اللحظة ز = 0 نجد :

2 = 4 جب ص $\Leftarrow$ جب ص $= \frac{1}{2}$ ومنه $\left\{\begin{array}{ll} \text{ص} = \frac{\pi}{6} & \text{راديان} \\ \text{أو} & \\ \text{ص} = \frac{\pi 5}{6} & \text{راديان} \end{array}\right.$

2 π ق$\bar{3}$ = 4 ى تجب ص $\Leftarrow$ تجب ص $= \frac{\pi ق\bar{3}}{2ى} > 0$ لأن : ي> 0

ومنه فإن الحل المقبول هو : ص = $\frac{\pi}{6}$ راديان

لدينا : 2 π ق$\bar{3}$ = 4 ى تجب $\frac{\pi}{6}$ $\Leftarrow$ ى = $\frac{2\pi ق\bar{3}}{4 \text{ تجب } \frac{\pi}{6}}$ = $\frac{2\pi ق\bar{3}}{3.4}$ × 2 = π راديان

ولدينا : ى = $\frac{2\pi}{د}$ $\Leftarrow$ د = $\frac{2\pi}{ى}$ = $\frac{2\pi}{\pi}$ = 2 ثانية

4 – يتحرك جسم على محور سَ م س حركة جيبية مستقيمة دورها د = 2.0 ثا حول النقطة م . في اللحظة المختارة كمبدأ لأزمنة يوجد المتحرك في النقطة التي فاصلتها 1.2 سم وتكون سرعته معدومة .

أ – أوجد المعادلة الزمنية للحركة.

ب – ما هي السرعة العظمى للمتحرك ؟

جـ – ما هو التسارع الأعظمي للمتحرك ؟

وما هي فاصلة النقطة التي يكون فيها التسارع أعظمياً ؟

د – أحسب فاصلة المتحرك وسرعته وتسارعه في اللحظة ز = 1.5 ثا.

الحل : الحركة جيبية مستقيمة إذن :

س = أ جب (ىز + ص) . . . . . (1)

سر = أي تجب (ىز + ص) . . . . . (2)

لكتابة المعادلة الزمنية للحركة نعين أ، ي ، ص :

ي = $\frac{2\pi}{د}$ = $\frac{2\pi}{2}$ = π راد/ثا ، أ = 1.2 سم (من المعطيات) نعين (ص):

لدينا ز = 0 س = 1.2 سم ، سر = 0

بالتعويض في المعادلة (1) :

من (1) نجد : 1.2 = 1.2 جب ص $\Leftarrow$ جب ص = 1 ومنه نجد ص = $\frac{\pi}{2}$ راديان

ومنه تكون المعادلة الزمنية للحركة :

س = 1.2 جب (π ز + $\frac{\pi}{2}$) (سم)

ب – سر$_{ء}$ = أي = 1.2 × π = 3.77 سم /ثا

جـ – تع$_{ء}$ = $|ى^2$ س$_{ء}|$ = ى^2 أ = π^2 × 1.2 ≈ 12 سم/ثا^2

ويكون التسارع أعظمياً في النقطة التي فاصلتها س = ± أ = ± 1.2 سم

د – س = 1.2 جب (1.5π + $\frac{\pi}{2}$) = 0 ، ومنه تع = $-ى^2$ س = 0

أسئلة التصحيح الذاتي (الجزء الثالث) :

س I – تتحرك نقطة مادية حركة جيبية مستقيمة معادلتها : ع = 2 جب 500πز ،ع مقدرة بالسم، ز بالثانية.

أ – أوجد دور وتواتر الحركة

ب –أوجد مطال وسرعة وتسارع الحركة في اللحظة ز = 3 . 10^{-3} ثا.

س II – تقوم نقطة مادية بحركة جيبية مستقيمة دورها 20 ميلي ثانية على قطعة مستقيمة طولها 10 سم في اللحظة ز = 0 تكون النقطة المادية في نقطة فاصلتها +2.5 سم وهي تتحرك في الجهة الموجبة للحركة.

أ – أكتب المعادلة الزمنية للحركة.

ب – أوجد فاصلة النقطة في اللحظة ز = 2 . 10^{-2} ثا

جـ – أحسب السرعة والتسارع الأعظمين

س III – تعطى معادلة حركة جيبية مستقيمة: س = 0.05 تجب (25πز – $\frac{\pi}{3}$)

س بالمتر ، ز بالثانية

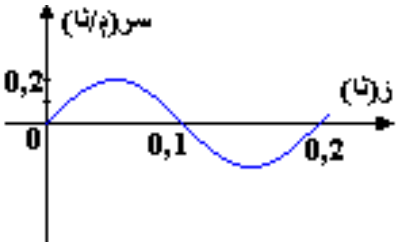
أ – عين سعة ودور الحركة

ب – أوجد فاصلة وسرعة وتسارع المتحرك في اللحظة ز = 0

جـ – أرسم مخططات : المسافة والسرعة والتسارع خلال دور واحد

س IV – يعطي الشكل المقابل مخطط السرعة لحركة جيبية مستقيمة ، أوجد المعادلات الزمنية : سر = تا (ز) ،

س = ها (ز) ، تع = عا(ز)



أجوبة التصحيح الذاتي :

1 – أ – لدينا : ع = 2 جب 500π ز

بالمقارنة مع العلاقة ع = أ جب ي ز نجد : ى = 500π راد/ثا

ومنه يكون دور الحركة : د = $\frac{2\pi}{\text{ى}} = \frac{2\pi}{500\pi}$ = 4 . 10^{-3} ثا

وتواتر الحركة ن = $\frac{1}{\text{د}} = \frac{1}{4 . 10^{-3}} = \frac{10^{3}}{4}$ = 250 هرتز

ب – المطال في اللحظة ز = 3 . 10^{-3} ثا

ع = 2 جب 500 π . 3 . 10^{-3} = 2 جب $\frac{3\pi}{2}$ = −2 سم = −2 . 10^{-2} م

– السرعة في اللحظة ز = 3 . 10^{-3} ثا :

سر = أي تجب ى ز = 1000π تجب 500π ز

سر = 10 ^{3} π تجب 500π . 10^{-3} × 3 = 10 ^{3} π تجب $\frac{3\pi}{2}$ = 0

– التسارع في اللحظة ز = 3 . 10^{-3} ثا

تع = − ى^2ع = − (500π)^2 (−2) ≅ 5 . 10^{6} سم /ثا^2.

= 5 . 10^{4} م/ثا^2.

2 – أ – الحركة جيبية مستقيمة :

س = أ جب (ىز + ص) ، نعين الثوابت أ ، ي ، ص :

2أ = 10 سم ⇐ أ = $\frac{10}{2}$ = 5 سم

ي = $\frac{2\pi}{\text{د}} = \frac{2\pi}{20.10^{-3}}$ = 100π راد/ثا

نعين ص من الشروط الابتدائية للحركة : ز = 0 ، س = +2.5 سم ، سر< 0

من معادلة المطال : س = أجب (ى ز + ص)

ز = 0 ⇐ 2.5 = 5 جب ص ⇐ جب ص = $\frac{1}{2}$ ومنه

ص = $\frac{\pi}{6}$ راديان أو

ص = $\frac{5\pi}{6}$ راديان

من معادلة السرعة : سر = أي تجب (ىز + ص)،

ز = 0 ⇐ سر< 0 ، أي أن : أي تجب ص< 0 ،

لكـن أي > 0 ، إذن : تجـب ص > 0 ويـتحقق ذلـك إذا أخـذنـا ص = $\frac{\pi}{6}$ راديـان ومـنـه نـكـتـب المـعـادلـة الـزمـنـيـة لـلحركـة :

س = 5 جـب (100 π ز + $\frac{\pi}{6}$)(سم).

ب – الفاصلـة في اللحظـة ز = 2 . 10 $^{-2}$ ثـا :

ز = 2 . 10 $^{-2}$ ثـا ⇐ س = 5 جـب (100π . 2 . 10^{-2} + $\frac{\pi}{6}$)

= 5 جـب (2 π + $\frac{\pi}{6}$)،

س = 5 جـب ($\frac{\pi}{6}$) = $\frac{5}{2}$ = 2.5 سم

جـ – السرعة العظمى: سر$_{ء}$ = أي = 5 . 100π = 500π سم/ثا = 5 π م/ثا.

التسارع الأعظمي : تع$_{ء}$ = |–ي^{2} س$_{ء}$| = |–ي^{2} أ| = (100π)^{2} 10.5 = 10.5 $^{2-}$ 3 م/ ثا 2

3 – أ – لدينا س = 0.05 تجب (25 ز – $\frac{\pi}{3}$) ،

بالمقارنة مـع : س = أ تجب (ى ز + ص)،

نجد : أ = 0.05 م ، ى = 25 راد/ثا ، د = $\frac{\pi 2}{ي}$ = $\frac{\pi 2}{25}$ = 0.08π ثـا

ب – الفاصلة في اللحظـة ز = 0 :

س = 0.05 تـجـب (– $\frac{\pi}{3}$) = 0.05 × $\frac{1}{2}$ = 2.5 . 10 $^{-2}$ م.

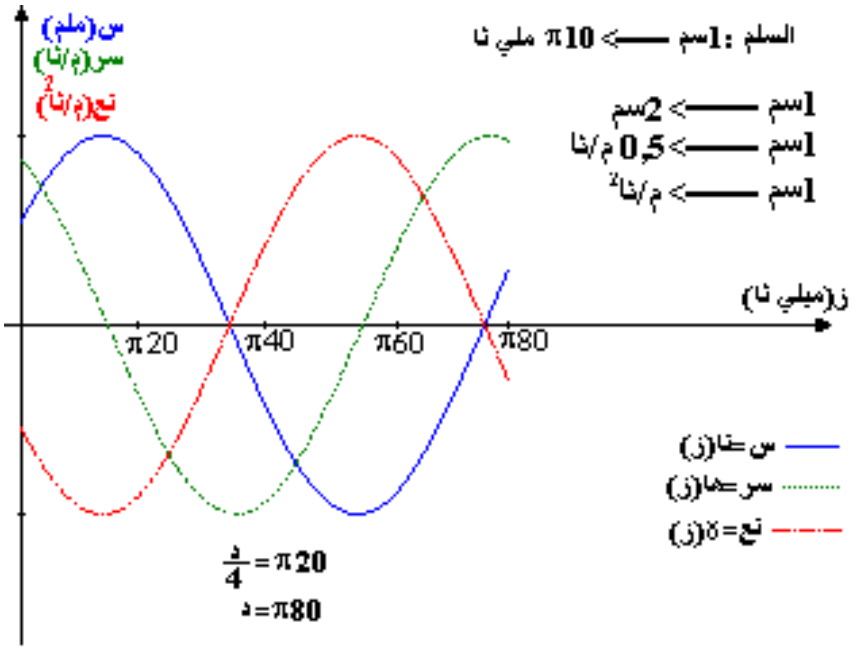
– السرعة فـي اللحظة ز = 0 : لـدينا : س = أ تجب (ى ز + ص)

سر = – أ ي جب (ى ز + ص)، سر = – 0.05 × 25 جـب (25 ز – $\frac{\pi}{3}$) ،

ز = 0 ⇐ سر = –1.25 جـب (– $\frac{\pi}{3}$) = (–1.25) (–$\frac{ق\sqrt{3}}{2}$) = 1.08 م/ثا

التسارع في اللحظة ز = 0: تع = –ى^{2}س = – (25)^{2} × 2.5 × 10 $^{-2}$ = –15.625 م/ثا^{2}.

جـ – مخططات المسافـة والسرعة والتسـارع :



4 – من المخطط : د = 0.2 ثا ، $سر_ء$ = 0.2 م/ثا ، ص = 0

* سر = أي جب (ى ز + ص)، سر = $سر_ء$ جب (ى ز)

سر = $سر_ء$ جب ($\frac{2\pi}{د}$ز)= 0.2 جب (10π ز) (م/ثا).

* س= –أ تجب (ى ز + ص) ، ص= 0

لدينا $سر_ء$ = أي ⟸ أ = $\frac{سر_ء}{ى}$ = $\frac{0.2}{10\pi}$ = $\frac{2}{100\pi}$ م = 6.4 . 10^{-3} م

إذن : س = $-6.4 . 10^{-3}$ تجب (10π ز)،

ومنه : س = $6.4 . 10^{-3}$ تجب (10π ز +π) (م)

تع = $-ى^2$س = $-(10\pi)^2$. 6.4 . 10^{-3} تجب 10π ز

= – 6.28 تجب 10π ز .

حركيات النقطة المادية

– دراسة بعض الحركات – 3

أهداف الدرس :

1 – يعبر بيانياً عن مميزات الحركة

2 – يستنتج مميزات الحركة من البيان

3 – يكتب المعادلة الزمنية للحركة اعتمادا على الشروط الإبتدائية.

المدة اللازمة : 5 ساعات

الدروس التي ينبغي الرجوع إليها :

– درس الحركة الدائرية المنتظمة السنة الأولى ثانوي.

المراجع : كتاب الفيزياء للسنة الثالثة ثانوي – المعهد التربوي الوطني

– كتاب فيزياء خارجي – السنة الثالثة ثانوي.

تصميم الدرس

3 – 2 – الحركات الدائرية

3 – 2 – 1 – الحركة الدائرية المنتظمة

3 – 2 – 2 – الحركة الدائرية المتغيرة بإنتظام

3 – 2 – 3 – الحركة الجيبية الدورانية

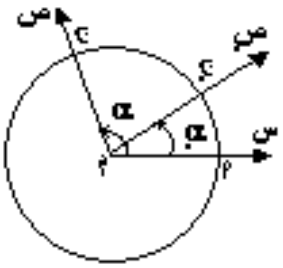
– أسئلة التصحيح الذاتي (الجزء الرابع)

– أجوبة التصحيح الذاتي (الجزء الرابع)

3 – 2 – الحركات الدائرية

لقد سبقت الإشارة إلى أن الحركة الدائرية هي التي يكون مسارها دائرياً ، ومن أمثلة هذه الحركات : حركة الأرض حل نفسها ، حركة الأرض حول الشمس ، حركة نهاية رقاص الساعة تتميز الحركات الدائرية بمميزات نعرفك بها، قبل الشروع في دراسة هذه الحركات

أ – المعادلة الزمنية للحركة :



ينتقل متحرك نقطي على مسار دائري يوجد في اللحظة $ز_0 = 0$ في الوضع $ن_0$ ،يمكن أن نعين وضعه في اللحظة $ز_0 = 0$

بطريقتين : – إما بالفاصلة المنحنية : $ف_0$ = أن

أو – بالفاصلة الزاوية : α_0 = (م س ، م ص) ،

حيث : $ف_0$ = نق α_0 ، (α_0 مقدرة بالراديان)

في اللحظة ز يوجد المتحرك في الوضع ن ويمكن أن يعين هذا الوضع

– بالفاصلة المنحنية : ف = أ ن ،

أو – بالفاصلة الزاوية : α = (م س ، م ص) ،

حيث : ف = نقα

وتكون المعادلة الزمنية للحركة من الشكل :

ف = تا (ز) أو α = هـا(ز).

ب – السرعة :

– السرعة الخطية :نعرف السرعة الخطية الوسطى بين اللحظتين $ز_0$ ، $ز_1$

– بالعلاقة :

$$\text{سر}_{و} = \frac{ف_1 - ف_0}{ز_1 - ز_0} = \frac{\Delta ف}{\Delta ز}$$

ونعرف السرعة الخطية اللحظية في اللحظة ز بالعلاقة :

$$\text{سر}_{\text{نها}} = \text{نها}_{\Delta ز \leftarrow 0} \text{سر}_{و} = \text{نها}_{\Delta ز \leftarrow 0} \frac{\Delta ف}{\Delta ز} = \frac{د ف}{د ز}$$

سر = مشتق ف بالنسبة للزمن ووحدتها في الجملة الدولية هي : (م/ثا).

- **السرعة الزاوية :**

نعرف السرعة الزاوية الوسطي بين اللحظتين $ز_0$ ، $ز_1$ بالعلاقة :

$$سه_و = \frac{\alpha_1 - \alpha_0}{ز_1 - ز_0} = \frac{\Delta\alpha}{\Delta ز}$$

ونعرف السرعة الزاوية اللحظية في اللحظة ز بالعلاقة :

$$سه = نها_{\Delta ز \leftarrow 0} سه_و = نها_{\Delta ز \leftarrow 0} \frac{\Delta\alpha}{\Delta ز} = \frac{د\alpha}{د ز}$$

سه = مشتق α بالنسبة للزمن

إن السرعة الزاوية هي الزاوية (المقدرة بالراديان) التي يمسحها شعاع الموضع $\overleftarrow{م ن}$ خلال ثانية واحدة وتقدر في الجملة الدولية بالراديان / الثانية (راد / ثا).

- العلاقة بين السرعتين الزاوية (سه) والخطية (سر) :

باشتقاق العلاقة ف = نق α بالنسبة للزمن نجد :

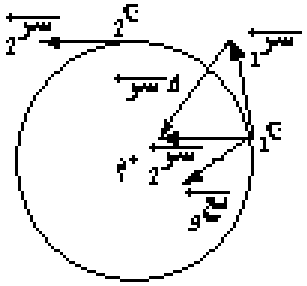
$$\frac{د ف}{د ز} = \frac{د(نق\alpha)}{د ز} = نق\frac{د\alpha}{د ز}$$ ، (نق ثابت ولا يتعلق بالزمن)

$$سر = نق سه$$

جـ – التسارع :

- **التسارع الخطي :**

إذا كان $ن_1$ موضع المتحرك في اللحظة $ز_1$ سرعته $\overleftarrow{سر_1}$ ، $ن_2$ موضع المتحرك في اللحظة $ز_2$ و سرعته $\overleftarrow{سر_2}$،



نعرف شعاع التسارع الوسطى الخطي بين اللحظتين $ز_1$ و $ز_2$ بالعلاقة :

$$\overleftarrow{تع_و} = \frac{\overleftarrow{سر_2} - \overleftarrow{سر_1}}{ز_2 - ز_1} = \frac{\Delta \overleftarrow{سر}}{\Delta ز}$$

و نعرف شعاع التسارع الخطي اللحظي في اللحظة ز بالعلاقة :

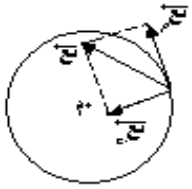
$$\overleftarrow{تع} = نها_{\Delta ز \leftarrow 0} \overleftarrow{تع_و} = نها_{\Delta ز \leftarrow 0} \frac{\Delta \overleftarrow{سر}}{\Delta ز} = \frac{د \overleftarrow{سر}}{د ز}$$

وقد رأينا أن لشعاع التسارع

الخطـي اللحظـي في معلم فريني مركبتان

$\overleftarrow{تع_م}$ ، $\overleftarrow{تع_ن}$ حيث :

$$\overleftarrow{تع} = \overleftarrow{تع_م} + \overleftarrow{تع_ن} = تع_م \overleftarrow{و_م} + تع_ن \overleftarrow{و_ن}$$



حيث :

$$تع_م = \frac{د\ سر}{د\ ز} = \frac{د^2 ف}{د\ ز^2}$$ و $$تع_ن = \frac{سر^2}{نق}$$

التسارع الزاوي :

نعرف التسارع الزاوي الوسطي بين اللحظتين ز1 ، ز 2 بالعلاقة :

$$تعه_و = \frac{سه_2 - سه_1}{ز_2 - ز_1} = \frac{\Delta\ سه}{\Delta ز}$$

ونعرف التسارع الزاوي اللحظي بالعلاقة :

$$تعه = \lim_{\Delta ز \to 0} تعه_و = \lim_{\Delta ز \to 0} \frac{\Delta\ سه}{\Delta\ ز} = \frac{د\ سه}{د\ ز} = \frac{د^2 \alpha}{د\ ز^2}$$

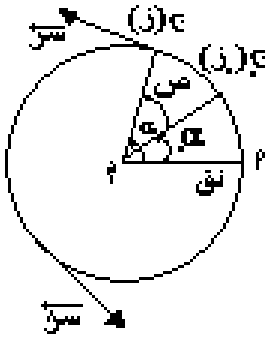
إن التسارع الزاوي اللحظي هو مشتق السرعة الزاوية (سه) بالنسبة للزمن وهو أيضاً المشتق الثاني للفاصلة الزاوية (α) بالنسبة للزمن ويقدر في الجملة الدولية بالراديان /ثا^2 ، (راد/ثا^2)

سندرس فيما يلي الحركات التالية :

- الحركة الدائرية المنتظمة
- الحركة الدائرية المتغيرة بانتظام
- الحركة الدورانية الجيبية

3 –2 – 1 – الحركة الدائرية المنتظمة

أ – تعريف :



نقول عن حركة نقطة

مادية أنها دائرية منتظمة إذا كان مسارها

دائرياً وسرعتها الخطية ثابتة في الشدة

ومنه تكون سرعتها الزاوية ثابتة لأن سر = سه نق.

ملاحظة : إن شعاع السرعة ليس ثابتاً لأن حامله يتغير في كل

ب – المعادلة الزمنية للحركة :

نعين وضع المتحرك في اللحظة ز$_0$ = 0 بفاصلته المنحنية ف$_0$ = أ$'$ن$_0$ أو بفاصلته الزاوية : α_0 = (م أ ، م ن$_0$) .

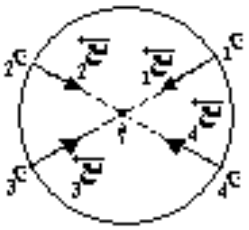
ونعين وضعه في لحظة زمنية ز : بفاصلته المنحنية : ف = أ$'$ن

ف = أ$'$ن$_0$ + ن$_0$ن$'$ = ف$_0$ + سر ز	(لأن : ن$_0$ن$'$ = سر ز) .

ف$_0$: الفاصلة المنحنية الابتدائية أو بفاصلته الزاوية : $\alpha = \alpha_0 +$ ص

$\alpha = \alpha_0 +$ سه ز	(لأن : ص = سه ز)

α_0 : الفاصلة الزاوية الإبتدائية



جـ – تسارع الحركة :

حسب التعريف ، سر = ثابت

ولدينا : $\overleftarrow{تع} = \overleftarrow{تع_م} + \overleftarrow{تع_ن}$

في معلم فريني

ومنه : $\overleftarrow{تع} = \frac{د\ سر}{د\ ز}\overleftarrow{و_م} + \frac{سر^2}{نق}\overleftarrow{و_ن}$

$\overleftarrow{تع} = 0\ \overleftarrow{و_م} + \frac{سر^2}{نق}\overleftarrow{و_ن}$ إذن : $\overleftarrow{تع} = تع_ن\ \overleftarrow{و_ن} = \overleftarrow{تع_ن}$ ومنه

نستنتج أن : التسارع في الحركة الدائرية المنتظمة هو التسارع الناظمي

$تع = تع_ن = \frac{سر^2}{نق} = سه^2$ نق = ثابت

د – دور الحركة وتواترها :

إن الحركة الدائرية المنتظمة حركة دورية إذ أن المتحرك يمر بنفس النقطة وفي نفس الاتجاه خلال فترات زمنية متساوية ومتتالية نسمي كلا منها دوراً ، مثال ذلك دور حركة الأرض حول نفسها : د $\cong$ 24 سا

– **الدور** : هو الزمن اللازم لإنجاز دورة كاملة ، رمزه (د) ووحدته في الجملة الدولية هي الثانية (ثا)

– **التواتر** : هو عدد الدورات التي ينجزها المتحرك خلال ثانية واحدة ، رمزه (ن) ووحدته في الجملة الدولية الهرتز (دورة / ثانية).

ويرتبط التواتر مع الدور بالعلاقة ن = $\frac{1}{د}$

عندما يدور المتحرك دورة كاملة فإنه يصنع زاوية $\alpha = 2\pi$ راديان ويكون الزمن اللازم لذلك ز = د ،

$\alpha = 2\pi$ = سه ز = سه د

ومنه : $\boxed{\text{سه} = \frac{2\pi}{\text{د}} = 2\pi \text{ ن}}$

تمرين :

نثبت كرة معدنية نقطية في خيط عديم الإمتطاط طوله ل = 1.5 م ثم ندير ها بسرعة ثابتة سر = $2\overline{\text{ق}}$ م/ثا ، فترسم الكرة دائرة مركزها (م) ونصف قطرها نق = ل ، نعتبر $\alpha = 0$ في اللحظة ز = 0.

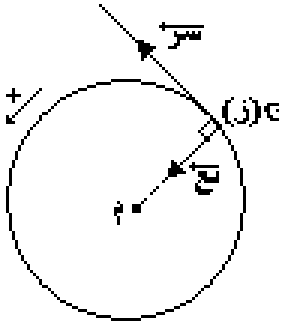
1 – حدد مميزات شعاع سرعة الكرة في لحظة ما (ز) ،وحدد مميزات شعاع التسارع في نفس اللحظة.

2– أوجد السرعة الزاوية للكرة.

3 – أكتب المعادلة الزمنية لحركة الكرة α = تا (ز)

4 – أحسب دور الحركة وتواترها.

الحل :



1 – مميزات شعاع السرعة $\overleftarrow{\text{سر}}$

– نقطة التأثير : النقطة المعتبرة ن.

– الحامل : المماس للدائرة في النقطة ن

– الجهة : جهة الحركة

– الشدة : سر = $2\overline{\text{ق}}$ م/ثا

مميزات شعاع التسارع $\overleftarrow{\text{تع}}$:

– المبدأ : النقطة المعتبرة ن

– الحامل : المستقيم العمودي على المماس للدائرة في النقطة ن

– الجهة : نحو مركز الدائرة (م).

– الشدة : تع = $\text{تع}_{\text{ن}} = \frac{\text{سر}^2}{\text{نق}} = \frac{\left(2\overline{\text{ق}}\right)^2}{1.5} = 1.33$ م/ ثا^2

2 – السرعة الزاوية للكرة : سه = $\frac{\text{سر}}{\text{نق}} = \frac{2\overline{\text{ق}}}{1.5} = 0.94$ راد/ثا.

3 – المعادلة الزمنية لحركة الكرة : α = تا(ز)

الحركة دائرية منتظمة معادلتها : α = سه ز + α_0

من الشروط الإبتدائية : ز = 0 ، $\alpha = 0$

أي 0 = سه 0 + $\alpha_0 \Leftarrow \alpha_0 = 0$

وتكون معادلة الحركة : α = سه ز.

بالتعويض عن (سه) نجد : α = 0.94 ز

4 – دور الحركة : د= $\frac{2\pi}{\text{سه}}$ = $\frac{2\pi}{0.94}$ = 6.7 ثا

تواتر الحركة : ن = $\frac{1}{\text{د}}$ = $\frac{1}{6.7}$ = 0.15 دورة / ثانية.

3 – 2 – 2 – الحركة الدائرية المتغيرة بانتظام :

أ – تعريف :

نقول عن حركة نقطة مادية أنها دائرية متغيرة بانتظام إذا كان تسارعها الزاوي ثابتاً (تعه = ثابت)

ب – المعادلة الزمنية للحركة :

إن المعادلة الزمنية للحركة الدائرية المتغيرة بانتظام هي دالة من الدرجة الثانية بالنسبة للزمن من الشكل : α = أ ز 2 + ب ز + جـ ، أ ، ب ، جـ ثوابت مميزة للحركة ويمكن إيجاد الثوابت أ ، ب ، جـ بنفس الطريقة التي أعتمد في دراسة الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام ولذلك نكتفي ، عزيزي الطالب، بإجراء مماثلة بين الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام والحركة الدائرية المتغيرة بانتظام ، ونلخص ذلك في الجدول التالي :

الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام	الحركة الدائرية المتغيرة بانتظام
المسار : مستقيم	المسار : دائري
الفاصلة الابتدائية : س_0	الفاصلة الزاوية الابتدائية : α_0
السرعة الخطية : سر = $\frac{\text{د سر}}{\text{د ز}}$	السرعة الزاوية : سه = $\frac{\text{د } \alpha}{\text{د ز}}$
التسارع الخطي = $\frac{\text{د سر}}{\text{د ز}}$ = $\frac{\text{د}^2 \text{س}}{\text{د ز}^2}$	التسارع الزاوي :=$\frac{\text{د سه}}{\text{د ز}}$ = $\frac{\text{د}^2 \alpha}{\text{د ز}^2}$
التسارع الخطي ثابت (تع = ثابت)	التسارع الزاوي ثابت (تعه = ثابت)
المعادلة الزمنية للحركة :	المعادلة الزمنية للحركة :
س = $\frac{1}{2}$ تع ز 2 + سر_0 ز + س_0	$\alpha = \frac{1}{2}$ تعه ز 2 + سه_0 ز + α_0
معادلة السرعة: سر = تع ز + سر_0	معادلة السرعة: = تعه ز + سه_0
العلاقة بين السرعة والمسافة :	العلاقة بين السرعة الزاوية والفاصلة الزاوية:
$\text{سر}^2 - \text{سر}_0^2 = 2$ تع (س – س_0)	$\text{سه}^2 - \text{سه}_0^2 = 2$ تعه ($\alpha - \alpha_0$)

إن مركبتي شعاع التسارع في الحركة الدائرية المتغيرة بانتظام هما $\overleftarrow{تع}_م$ ، $\overleftarrow{تع}_ن$ ، وهما تختلفان عن الصفر حيث $\overleftarrow{تع} = \overleftarrow{تع}_م + \overleftarrow{تع}_ن$ وقيمتهما الجبريتان :

$$تع_م = \frac{د\ سر}{د\ ز} = \frac{د\ (سه\ نق)}{د\ ز} = نق \frac{د\ سه}{د\ ز} = تعه\ نق$$

$$تع\ ن = \frac{سر^2}{نق} = سه^2\ نق$$

إن السرعة الزاوية تتغير بتغير الزم (سه = تعه ز) باعتبار $سه_0 = 0$

ومنه يكون التسارع الناظمي : $تع_ن = سه^2\ نق = تعه^2\ نق\ ز^2$

لكن : $سه^2\ نق$ = ثابت $\Leftarrow ز^2$ $تع_ن = ثا$

أي أن التسارع الناظمي يتناسب طردا مع مربع الزمن ولذا فمن الهام جداً أن ندرك أنه في الحركة الدائرية المتغيرة بانتظام يكون $تع_م$ ثابتاً ($تع_م$ = تعه نق = ثابت)و $تع_ن$ متغيراً

تمرين :

لدينا قرص متجانس قطره 200 ملم يبدأ في الدوران إنطاقا من السكون بحركة متسارعة بانتظام فيكتسب سرعة قدرها 1200 دورة / دقيقة خلال 15 ثانية ثم يحافظ على هذه السرعة بعد ذلك.

1 – أحسب السرعة الزاوية للقرص مقدرة بالراديان/ثانية بعد 15 ثانية من بدء حركته

2 – أحسب التسارع الزاوي للقرص.

3 – أحسب عدد الدورات المنجزة خلال الـ15 ثا الأولى من حركته.

4 – أحسب تسارع نقطة من محيط القرص خلال انطلاقه ثم أثناء عمله النظامي، (أي بعد 15 ثانية من بدء حركته).

الحل :

1 – نحسب سرعة الدوران بالدورة /ثانية فنحصل على تواتر الحركة ن ،

$$ن = \frac{1200}{60} = 20 \text{ دورة/ثا}$$

ومنه تكون السرعة الزوية للحركة : $سه = 2\pi ن = 2\pi \times 20 = 40\pi$ رد/ ثا

2 – حساب التسارع الزاوي للقرص :

باعتبار مبدأ الأزمنة (ز = 0) لحظة المرور بمبدأ الفواصل تكون $\alpha_0 = 0$ بما أن الحركة ورانية متغيرة بانتظام فإن سرعتها الزاوية في أي لحظة زمنية سه = تعه ز + $سه_0$

وبما أن القرص ينطلق من السكون في للحظة ز = 0 فإن $سه_0 = 0$ ونكتب:

سه = تعه ز ⇐ تعه = $\frac{\text{سه}}{\text{ز}}$ = $\frac{\pi 40}{15}$ = $\frac{125.6}{15}$ = 8.37 رد/ ثا^2

3 – حساب عدد الدورات المنجزة خلال 15 ثا الأولى من بدء الحركة :

$$\text{ك} = \frac{\alpha}{\pi 2} \begin{cases} \text{1 دورة} \longleftarrow \text{زاوية قدرها } 2\pi \text{ راديان} \\ \text{ك دورة} \longleftarrow \text{زاوية قدرها } \alpha \text{ راديان} \end{cases}$$

حيث : $\alpha = \frac{1}{2}$ تعه ز^2 + زسه$_0$ + α_0 ، وحسب الشروط الابتدائية :

$\alpha_0 = 0$ ، سه$_0 = 0$ و منه $\alpha = \frac{1}{2}$ تعه ز^2 ،

$\alpha = \frac{1}{2}$ = (8.37) (15)^2 = 941.6 راديان.

ويكون عدد الدورات :

ك = $\frac{\alpha}{\pi 2}$ = 150 دورة.

4 – حساب تسارع نقطة من محيط القرص خلال انطلاقه :

الحركة دورا نية متغيرة بانتظام $\overleftarrow{\text{تع}} = \overleftarrow{\text{تع}}_{\text{م}} + \overleftarrow{\text{تع}}_{\text{ن}}$:في معلم فريني ومنه :

$\text{تع} = \text{ق} \sqrt{\overleftarrow{\text{تع}}_{\text{م}}^2 + \overleftarrow{\text{تع}}_{\text{ن}}^2}$

حيث $\text{تع}_{\text{م}}$ = تعه نق ، $\text{تع}_{\text{ن}}$ = سه^2 نق = تعه^2 ز^2 نق ،

إذن : تع = ق $\sqrt{\text{تعه}^2 \text{ نق}^2 + (\text{تعه}^2 \text{ نق ز}^2)}$

$\text{تع} = \text{ق نعه}^2 \sqrt{\text{نق}^2 + \text{تعه}^4 \text{ نق}^2 \text{ ز}^4} = \text{ق تعه}^2 \text{ نق}^2 \sqrt{(1 + \text{تعه}^2 \text{ ز}^4)}$

تع = تعه نق ق$\sqrt{1 + \text{تعه}^2 \text{ ز}^4}$

تع = 8.37 × 0.1 ق$\sqrt{1 + (8.37)^2 \text{ ز}^4}$

تع = 0.37 ق$\sqrt{1 + 70.2 \text{ ز}^4}$

لاحظ عزيزي الطالب ، أن التسارع (تع) مرتبط بالزمن أما أثناء العمل النظامي فإن حركة القرص تصبح دورا نية منتظمة وتكون حركة نقطة م محيط القرص دائرة منتظمة (سر = ثابت)

أي تع$_{\text{م}}$ = $\frac{\text{د سر}}{\text{دز}}$ = 0

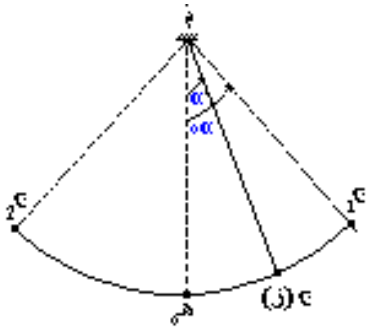
ويكون تسارع حركة نقطة من محيط القرص في هذه الحالة :

تع = $\text{تع}_{\text{ن}}$ = سه^2 نق

تع = $(\pi 40)^2 \times 0.1$

تع = 1579 م/ثا^2

3 – 2 – 3 – الحركـة الجيبية ألد ورانية :



نأخذ كرة معدنية صغيرة ونعلقها في خيط عديم
الإمتطاط طوله "ل" ونثبته في نقطة ثابتة (م).
نزيح الكرة عن وضع توازنهـا المستقر (م)
$_0$
بزاوية صغيرة (α_0) ونتركها بدون سرعة ابتدائية،
نلاحظ أن الكرة ترسم قوس دائرة $ن_1 ن_2$ مركزه
(م) ونصـف قطـره نق = ل ذهاباً وإياباً بين النقطتين الحديتين [illegible]
الخيط فـي لحظـة (ز) مـع شـاقـول نقطـة التعلـيق (م) تتغير جيبـياً بدلالـة الزمن(سنبرهن عن ذلك في أوانه)، نقول عن حركة هذه الكرة أنها جيبية دورا نية.

أ – تعريف : نقـول عـن حـركة نقطـة مادية "ن" أنها جيبية دورا نية إذا كان مسارها دائرياً (أو قوس دائرة) وفاصلتها الزاوية (α) تابعاً جيبياً للزمن.

ومن أمثلة هذه الحركة:حركة النواس البسيط، ونواس الفتل، حركة رقاص ساعة حائطية.

ب – المعادلة الزمنية للحركـة :

إن المعادلة الزمنية للحركة الجيبية الدورانية تعطى بالعـلاقـة :

$$\alpha = \alpha_0 \text{ جب } (ى ز + ص)$$

– نسمي : (α) مطال الحركة في اللحظـة (ز) ، ويقدر بالراديـان(راد).

– نسمـي (α_0) المطال الزاوي الأعظمي، وهو مقدار الزاوية التي نزيح بها المتحرك عن وضع توازنه المستقر ونتركـه بدون سرعة ابتدائية، وتقدر بالراديان (راد).

– نسـمي (ي ز + ص) صـفحة الحـركة أو طـور الحـركة فـي اللحظـة (ز) وهـي زاوية تتغير بتغير الزمن، وتقدر بالراديان (راد).

– نسـمي (ي) نـبض الحـركة وهـو ثابـت بالنسـبة لحـركـة جيبـية معيـنة ، ويكـون موجـباً دوماً، ويقدر بالراديان / ثانية (راد / ثا)

نسمي (ص) الصفحة الابتدائية للحركة، وتعين من الشروط الابتدائية للحركة، وتقدر بالراديان (راد).

جـ – دور الحركة وتواترها :

إن الحركة الجيبية الدورانية هي حركة دورية، حيث أنها تتكرر بنفس الشكل خلال أزمنة متتالية ومتساوية يسمى كل منها دوراً.

دور الحركة :

هو الزمن الثابت الذي يفصل بين مرورين متتالين للمتحرك بنفس الوضع وفي نفس الاتجاه ونرمز له بالرمز (د) ويقدر بالثانية (ثا) .

تواتر الحركة :

هو عدد الهزات التي ينجزها المتحرك خلال ثانية واحدة ويرمز له بالرمز (ن) ويقدر بالهرتز.

ونذكر بالعلاقات التالية :

$$د = \frac{2\pi}{ى}$$

$$ى = \frac{2\pi}{د} = 2\pi ن$$

$$ن = \frac{1}{د}$$

د – السرعة الزاوية للحركة :

هي مشتق المطال الزاوي بالنسبة للزمن :

$$سه = \frac{د\ \alpha}{زد} = \frac{د}{د\ ز} (\alpha_0 جب (ى ز + ص))$$

$$سه = \alpha_0 ي جب (ى ز + ص)$$

أو

$$سه = \alpha_0 ي جب (ى ز + ص + \frac{\pi}{2})$$

نلاحظ من هذه المعادلة الأخيرة أن السرعة الزاوية متقدمة في الصفحة عن المطال الزاوي بمقدار :

$\frac{\pi}{2}$ راديان

تكون السرعة الزاوية (سه) عظمى عندما يكون : تجب (ى ز + ص) = ± 1

أي جب (ى ز + ص) = 0 ومنه α = 0

أي أن السرعة الزاوية تكون عظمى : سه= $سه_{ء} = \pm \alpha_0$ ي عندما تكون α = 0 أي عند مرور المتحرك بوضع التوازن المستقر ($م_0$)

وتكون السرعة الزاوية معدومة (سه = 0) عندما يكون :تجب (ى ز + ص) = 0

أي جب (ى ز + ص)= ± 1 ،

وتكون عندئذ : $\alpha = \pm \alpha_0$

أي أن السرعة الزاوية تكون معدومة عندما تكون ($\alpha = \pm \alpha_0$)أي عندما يكون المطال الزاوي أعظمياً

هـ – التسارع الزاوي للحركة :

هو مشتق السرعة الزاوية (سه) بالنسبة للزمن وهو أيضاً المشتق الثاني للمطال الزاوي (α) بالنسبة للزمن تعه = $\frac{\text{د سه}}{\text{د ز}} = \frac{\text{د}^2 \alpha}{\text{دز}^2}$

$$\text{تعه} = -\text{ى}^2 \alpha_0 \text{ جب } (\text{ى ز} + \text{ص})$$

$$\text{تعه} = -\text{ى}^2 \alpha$$

تعه = $-\text{ى}^2 \alpha$

فالتسارع الزاوي يتناسب طردياً مع المطال الزاوي ويخالفه في الإشارة

و – المعادلة التفاضلية للحركة الجيبية الدورانية :

من معادلة التسارع الزاوي : تعه = $-\text{ى}^2 \alpha$

نكتب : تعه + $\text{ى}^2 \alpha = 0$

$$\frac{\text{د}^2 \alpha}{\text{دز}^2} + \text{ى}^2 \alpha = 0$$

تسمى هذه المعادلة معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية

– إن حل هذه المعادلة هو من الشكل : $\alpha = \alpha_0$ جب (ى ز + ص)

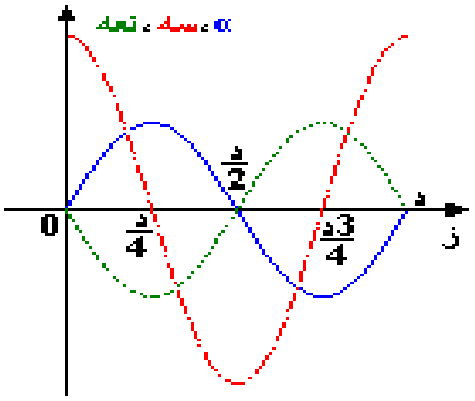
ملاحظة :

كل حركة لها تسارع زاوي من الشكل : تعه = $-\text{ثا} \alpha$ ، حيث ثا > 0 هي حركة جيبية دورانية نبضها ي = ق $\overline{\text{ثا}}$

ز – مخططات الحركة : لتبسيط الدراسة نأخذ ص = 0 ونكتفي برسم مخططات الحركة خلال دور واحد.

بما أن ص = 0 فإن $\alpha = \alpha_0$ جب ي ز

سه = α_0 ي تجب ى ز ، تعه = $-\text{ى}^2 \alpha_0$ جب ى ز



ز	0	د/4	د/2	د3/د	د
ىز = π2/د ز	0	π/2	π	π3/2	π 2
α	0 +	α_0+ +	0 +	α_0– –	0 –
سه	α_0ى +	0 +	α_0ي– +	0 –	α_0ي +
تعه	0 –	α_0^2ى– –	0 –	α_0^2ى +	0 +
سه تعه	0 –	0 +	0 –	0	0 +
طبيعة الحركة	متباطئة	متسارعة	متباطئة	متسارعة	

__ α = تا (ز)

.... تعه = هـا (ز)

--- سه = عـا (ز)

الخلاصة :

– الحركة الدائرية المنتظمة مسارها دائري وشدة سرعتها الخطية ثابتة

دورها : د = π2/سه وتواترها : ن = 1/د

تسارعها هو التسارع الناظمي تع$_{ن}$ = سه^{2}نق، (تع$_{م}$ = 0) (تعه = 0)

– الحركة الدائرية المتغيرة بانتظام : مسارها دائري وتسارعها الزاوي ثابت

تعه = ثابت وسرعتها الزاوية (سه) متغيرة

تسارعها المماسي ثابت تع$_{م}$ = تعه نق

وتسارعها الناظمي متغير تع$_{ن}$ = سه^2 نق.

أسئلة التصحيح الذاتي (الجزء الرابع) :

1 – تتحرك نقطة مادية بسرعة ثابتة على مسار دائري نصف قطره 1 م بحيث تنجز 120 دورة في الدقيقة الواحدة.

أ – أوجد تواتر الحركة. ب – أحسب السرعة الزاوية للحركة.

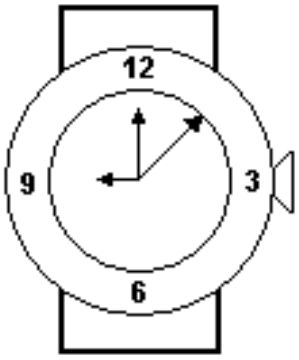
جـ – أحسب السرعة الخطية للحركة. د – أحسب تسارع الحركة.

2 – تدور الأرض حول محور القطبين دورة واحدة كل 24 ساعة بسرعة ثابتة

أ – أحسب سرعة نقطة من سطح الأرض تقع على خط الاستواء علماً بأن نصف قطر الأرض يساوي 6400 كم.

ب – أحسب سرعة نقطة من سطح الأرض تقع فوق خط العرض 45°

3 – أحسب تسارعات نهايات عقارب الساعة الثلاثة علما أن الساعة ممثلة تمثيلاً حقيقياً (1 سم ← 1 سم)



4 – يدور قرص حول محوره الثابت بسرعة زاوية ثابتة قدرها 60 دورة في الثانية لمدة 10 ثواني،ثم تكبح حركته ليتوقف بعد إنجاز 100 دورة ابتداء من لحظة الكبح

أ – أحسب عدد الدورات المنجزة في الطور الأول.

ب – عين التسارع الزاوي لكل طور علماً أن حركة الطور الثاني متباطئة بانتظام.

جـ – أحسب مدة الطور الثاني.

5 – تعطى السرعة الزاوية لحركة قرص بالعلاقة :سه = أ ز +ب ، حيث أ ، ب ثابتان : أ = 0.2π ، ب = 10π

أ – ماذا يمثل كل من أ و ب ؟

ب – أحسب الزمن اللازم لتصير سرعة القرص 10 دورة/ثا

جـ – أحسب عندئذ السرعة ، التسارع المماسي، التسارع الناظمي ثم التسارع تع لنقطة تقع على بعد 0.40 سم من مركز القرص.

6 – يبدأ قرص دائري حركته في اللحظة ز = 0، نقيس الزمن المستغرق خلال 1 ثم 2 ثم 3 ثم 4 دورات فنجد على التوالي

الأزمنة (ثا) : 6.6 ، 9.4 ، 11.4 ، 13.2 .

أ – أرسم البيان الممثل لتغيرات زاوية الدورانيه بدلالة مربع الزمن.

ب – استنتج من البيان طبيعة حركة القرص

جـ – استنتج من البيان التسارع الزاوي للقرص

د – أحسب سرعة نقطة ن من محيط القرص في اللحظة ز = 20 ثـا.

هـ – ابتداء من اللحظة ز = 20 ثا يحافظ القرص على سرعته لمدة 10 ثا أكتب المعادلة الزمنية لهذا الطور وأحسب عدد الدورات المنجزة خلالـه.

و – يكبح بعد ذلك القرص فيتوقف بعد أن ينجز 20 دورة.

– أحسب مدة الكبح حتى التوقف التام للقرص.

– أحسب عدد الدورات الإجمالية للقرص (م بداية الحركة حتى نهايتها) تعتبر الحركة خلال هذا الطور متباطئة بانتظام.

7 – تقوم نقطة مادية بحركة جيبية دورانية سعتها 0.3 راديان وترسم قوساً من دائرة نصف قطرها 50 سم، تنطلق النقطة بدون سرعة ابتدائية من مطالها الأعظم وتمر بوضع التوازن بسرعة خطية سر = 1.5م/ثا.

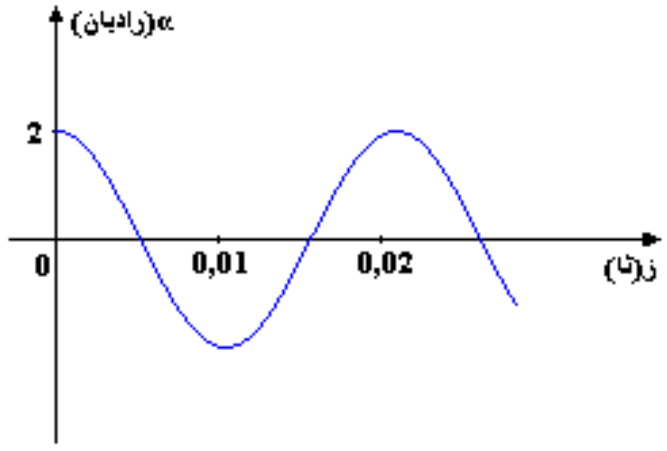
نأخذ : $\pi^2 = 10$

أ – أوجد دور الحركة

ب – أكتب المعادلة الزمنية للحركة

جـ – أحسب زمن أول مرور للنقطة المتحركة بوضع التوازن.

8 – يمثل الشكل المقابل مخطط الحركة لنقطة مادية تتحرك على مسار دائري :



أ – استنتج من البيان طبيعة الحركة

ب – أكتب المعادلة الزمنية للحركة

جـ – أحسب مطال الحركة وسرعتها الزاوية في اللحظة ز = 5 ميلي ثـا.

أجوبـة الـتـصـحـيـح الـذاتـي (الـجـزء الـرابـع) :

1 – أ – تـواتـر الـحـركـة :

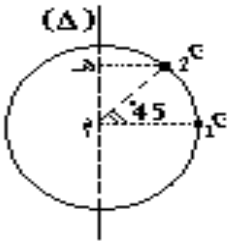
ن = $\frac{120}{60}$ = 2 دورة /ثـانـيـة

ب – سـه = 2π ن ⇐ سـه = 4π راد/ثـا

ج – سـر = سـه نـق ⇐ سـر = 4 π × 1 = 4 π م/ثـا

د – تع = $تع_{ن}$ = $\frac{سر^2}{نق}$ = $\frac{(4\pi)^2}{1}$ = $16\pi^2$ = 160 م / ثـا^2.

2 – 1 – الحركة دائرية منتظمة :



سـر$_1$ = $\frac{ف_1}{ز}$ = $\frac{نق \ 2\pi}{ز}$ = $\frac{2\pi.6400.10^3}{86400}$

سـر$_1$ = 465 م/ثـا.

ب – تنجز النقطة ن$_2$ دائرة نصف قطرها

نـقَ = $ن_2$ هـ خلال نفس الزمن (24 سا)

لدينا : تجب α = $\frac{ن_2 \ هـ}{نق}$ = $\frac{نقَ}{نق}$ ⇐ نـقَ = نـق تجبα.

سـر$_2$ = $\frac{ف_2}{ز}$ = $\frac{نقَ \ 2\pi}{ز}$ = $\frac{نق \ 2\pi}{ز}$. تـجـبα.

سـر$_2$ = سـر$_1$ تـجـبα = 465 × $\frac{\bar{2}ق}{2}$ = 329 م/ثـا.

3 – حركة نهاية كل رقاص – كل عقرب – هي حركة دائرية منتظمة،

إذن : تـع = تـع$_ن$ = $\frac{سر^2}{نق}$ = سـه^2 نـق = $4\pi^2$ن^2 نـق

* عقرب الثواني : ن1 = 1 دورة /د = $\frac{1}{60}$ دورة/ثـا ،

نـق$_1$ = 1.3 سـم = 1.3 . 10^{-2} م.

إذن : تـع$_1$ = $4\pi^2$ن$^2_1$نـق$_1$ = 4 $\frac{1}{3600}$ π^2 1.3 × 10^{-2} = 1.44 × 10^{-4} م/ثـا^2

- عقرب الدقائق : تع$_2$ = $4\pi^2 ن_2^2$ نق$_2$

ن$_2$ = 1دورة/ سا = $\frac{1}{3600}$ دورة/ثا ،نق$_2$ = 1.2 سم = $1.2 . 10^{-2}$ م.

تع$_2$ = $4\pi^2$ $\frac{1}{(3600)^2}$ 1.2×10^{-2} = 3.7×10^{-8} م/ثا^2.

- عقرب الساعات : تع$_3$ = $4\pi^2 ن_3^2$ نق$_3$ ،

ن$_3$ = 1 دورة /12سا = $\frac{1}{43200}$ دورة/ثا، نق$_2$ = 0.6 سم = 0.6×10^{-2} م

تع$_3$ = $4\pi^2$ $\frac{1}{(43200)^2}$ $.6 \times 10^{-2}$ = 1.3×10^{-10} م/ثا^2.

4 – في الطور الأول الحركة دائرية منتظمة.

ن = 60 دورة /ثا ، ز = 10 ثا

أ – عدد الدورات : ك = ن ز = 60× 10 = 600 دورة

ب – التسارع الزاوي :

- للطور الأول : الحركة دائرية منتظمة : تعه = 0

- للطور الثاني : الحركة دائرية متباطئة بانتظام

لدينا : سه^2 – سه$_0^2$ = 2 تعهα $\Leftarrow$ تعه = $\frac{سه^2 - سه_0^2}{2\alpha}$ ،

سه : السرعة الزاوية النهائية للطور الثاني (سه= 0)

سه$_0$ = السرعة الزاوية الابتدائية للطورالثاني (سه$_0$ = 2π ن = $2\pi \times 60$ ،

سه$_0$ = 120π راد/ثا)

α = الزاوية المنجزة خلال الطور الثاني :α = 2 هـπ = $2 . 100\pi$

α = 200π راديان

تعه = = $\frac{(120\pi)^2 - 0}{(200\pi)2}$ = $\frac{14400\pi^2}{400\pi}$ = -36π راد/ثا^2 .

جـ – مدة الطور الثاني : سه = تعه ز + سه$_0$

$\Leftarrow$ ز = $\frac{سه - سه_0}{تعه}$ = $\frac{0 - 120\pi}{-36\pi}$ = 3.33 ثا.

5 – أ – لدينا سه = أ ز + ب . . . . (1)

في اللحظة ز= 0 سه = سه$_0$ = ب ، إذن ب هي السرعة الزاوية الابتدائية للحركة باشتقاق (1) بالنسبة للزمن :

$\frac{د\ سه}{دز}$ = أ ومنـه فإن أ = تعه : التسارع الزاوي للحركـة

إذن معادلـة الحركـة : سه = تعـه ز + سه ، سه = 0.2π ز + 10π

ب – حسـاب الزمـن : سه = 0.2π ز + 10π ⇐ ز = $\frac{سه - 10\pi}{0.2\pi}$

سه = 2 π ن = 10 . π2 = 20π راد/ثـا

ومنه ز = $\frac{\pi 10}{\pi 0.2} = \frac{\pi 10 - \pi 20}{\pi 0.2}$ = 50 ثـا

جـ – السرعة في اللحظة ز = 50 ثـا لنقطـة تبعد 0.40 سم من مركز القرص :

سـر = سـه نـق = 20π . 0.4 . 10^{-2} = 0.25 م/ثـا

التسارع المماسي في اللحظـة ز = 50 ثا لنفس النقطـة :

$تع_م$ = تـعـه نـق = 0.2π 0.4 . 10^{-2} = 10. 0.25 10^{-2} م/ $ثا^2$.

التسارع الناظمي في اللحظـة ز = 50 ثا لنفس النقطـة :

$تع_ن$ = $\frac{سر^2}{نق}$ = $سه^2$ نـق = (20π)^2 . 0.4 .10 10^{-2} = 15.6 م/ثـا2.

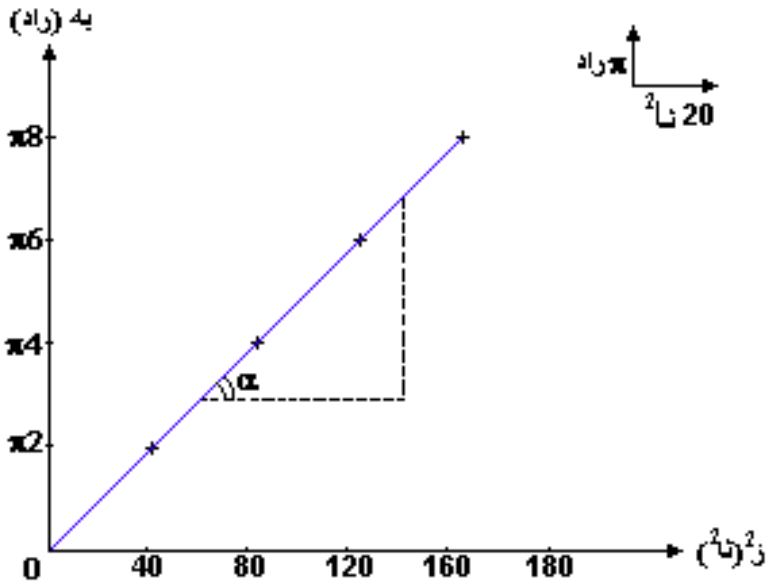
– تسارع الحركـة للنقطة المعتبرة في اللحظـة ز = 50 ثـا :

تـع = ق $\overline{تع_م^2 + تع_ن^2}$ ≅ ق $\overline{تع_ن^2}$ = 15. 6 م/ $ثا^2$.

لأن تع م صغيـر جداً أمام تع ن لذلك تم إهمالـه .

6 – أ –

ك (دورة)	1	2	3	3
يـه = 2ك π (راد)	π 2	π 4	π 6	π 6
ز (ثـا)	6.6	9.4	11.4	11.4
ز 2 (ثـا2)	43.6	88.4	130.0	130.0



ب – البيان مستقيم يمر بالمبدأ معادلته :

يه = أ ز^2 ، أ : ميل المستقيم يه تتناسب طرديا مع مربع الزمن ومنه فالحركة دورانية متغيرة بانتظام.

جـ – التسارع الزاوي للقرص لدينا بيانياً : يه =أ ز^2 ،

نظرياً : يه = $\frac{1}{2}$ تعه ز^2

بالمطابقة نجد تعه = 2أ = $\frac{يه_2 - يه_1}{ز_2^2 - ز_1^2}$ 2 = 2 $\frac{\pi 3 - \pi 7}{65 - 152}$ =0.29 راد/ثا^2 .

د – سرعة نقطة ن من محيط القرص في اللحظة ز = 20 ثا.

سه = تعه ز + سه$_0$

باعتبار أنه في اللحظة ز = 0 انطلق المتحرك دون سرعة ابتدائية : أي سه$_0$ = 0

ونكتب : سه = تعه ز ⇐ سه = 0.29 × 20 = 5.8 راد/ثا.

هـ – السرعة ثابتة فالحركة دورانية منتظمة معادلتها الزمنية :

يه$_2$ = سه ز + يه$_0$

يه$_2$ = 5.8 ز + يه$_0$

– عدد الدورات المنجزة خلال الدور الثاني :

يه$_2$ $يه_0$ -= 2 ك π = 5.8 ز ⇐ عدد الدورات ك = $\frac{5.8 \text{ ز}}{\pi 2}$ = $\frac{10 \times 5.8}{6.28}$

ك = $\frac{58}{6.28}$ = 9.2 دورة

و – حساب تسارع الطور الثالث للحركة :

تعه = $\frac{سه_3^2 - سه_0^2}{2(يه_3 - يه_0)}$ ⇐ $سه_3^2 - سه_0^2 = 2تعه_3(يه_3 - يه_0)$ = $\frac{سه_3^2 - سه_0^2}{2(2 ك \pi)}$

$سه_0$: هي السرعة الزاوية للطور الثاني أي : $سه_0$ = سه = 5.8 راد/ثا

إذن : تعه = $\frac{0 - (5.8)^2}{\pi 80}$ = $\frac{33.64 -}{\pi 80}$ = −0.13 راد/ $ثا^2$.

وتكون مدة الكبح : $سه_3$ = $تعه_3$ ز + سه ⇐ ز = $\frac{سه_3 - سه_0}{تعه_3}$ = $\frac{5.8-0}{0.13 -}$ =44.6 ثا

عدد دورات الطور الأول : $يه_1$ = 2 ك π_1 = $\frac{1}{2}$ $تعه_1 ز^2$ ⇐

ك$_1$ = $\frac{تعه_1 ز^2}{\pi 4}$ = $\frac{(20)^2 \times 0.29}{\pi 4}$ = 1.8 دورة

وعدد الدورات الإجمالي: ك = ك$_1$ +ك + كَ =1.8 + 9.2 + 20 =31 دورة.

7 – الحركة جيبية دورانية :

مطالها الزاوي : α = α_0 جب (ى ز + ص)

سرعتها الزاوية :سه = α_0 ى تجب (ى ز+ ص) = $سه_ء$ تجب (ى ز+ ص)

تسارعها الزاوي : تعه = −ى$^2\alpha$

أ – عند المرور بوضع التوازن تكون السرعة الزاوية عظمى.

أي سه = سه ء = α_0 ى . . . . (1)

ولدينا : سه = $\frac{سو}{نق}$ . . . . . (2)

من (1) ،(2) نجد $\frac{سو}{نق}$ = ىα_0 ⇐ ى = $\frac{سر}{نق \quad \alpha_0}$ = $\frac{1.5}{0.5 \times 0.3}$ = 10راد/ثا .

ومنه دور الحركة : د = $\frac{2 \pi}{ى}$ = $\frac{6.28}{10}$ = 0.628 ثا

ب – لكتابة المعادلة الزمنية للحركة بقي أن نعين صفحتها الابتدائية (ص) لدينا حسب الشروط الابتدائية : ز = 0 α = α_0

من معادلة المطال الزاوي : α = α_0جب (ى ز + ص) ،

ز = 0 $\Leftarrow$ $\alpha = \alpha_0$ جب ص $\Leftarrow$ جب ص = 1 ومنه ص = $\frac{\pi}{2}$ راديـان

إذن معادلة الحركة : α = 0.3 جـب (10 ز + $\frac{\pi}{2}$) (راديـان)

جـ – زمن أول مرور بوضع التوازن : ز = $\frac{د}{4}$ = 0.157 ثـا.

8 – أ – المسار دائري والمطال تابع جيبي للزمن ومنه فالحركة جيبية دورانية.

ب – المعادلة الزمنية للحركة : $\alpha = \alpha_0$ جب (ى ز + ص)

من الشكـل : α_0 = 2 راديـان

د = 0.02 ثا ومنه ى = $\frac{2\pi}{د}$ = $\frac{2\pi}{0.02}$ = 100π راد/ثـا

نعين ص : من الشروط الابتدائية :ز = 0 $\alpha = \alpha_0$ = 2 راديـان

إذن : ز = 0 $\Leftarrow$ $\alpha = \alpha_0$ جب ص $\Leftarrow$ جـب ص = 1 ومنه ص = $\frac{\pi}{2}$ راديان

ومنه المعادلة الزمنية للحركة : α =2 جب (100π ز + $\frac{\pi}{2}$) (راديـان)

جـ – مـطال الحركة فـي اللحظة ز = 5 ملي ثا = 5 . 10^{-3} ثـا.

α =2 جب (100π. 5 . 10^{-3} + $\frac{\pi}{2}$)

=2 جـب ($\frac{\pi}{2}$ + $\frac{\pi}{2}$) =2 جـب π = 0

يمكنك التحقق من النتيجـة من الشكـل

– السرعـة الزاوية في اللحظة ز = 5 ملي ثـا = 5 . 10^{-3} ثـا:

سه = α_0 ى تجب (ى ز + ص)

سه = 2 . 100π تجب (100π. 5 . 10^{-3} + $\frac{\pi}{2}$)

سه = 200π تجب ($\frac{\pi}{2}$ + $\frac{\pi}{2}$) ،

سـه = 200π تـجـبπ = – 200π راد/ثـا.

حـركة مركـز عطالـة جملـة

أهداف الـدرس :

1 – يعين مركـز عطـالـة جملـة.

2 – يتذكـر مبـدأ العطالـة ويعـرف المرجـع الغاليـلـي

3 – يعرف كميـة الحركـة لجـمـلـة ماديـة ويمثل شعاعهـا.

4 – يتعرف علـى مبـدأ إنحفـاظ كميـة الحركـة ويطبقـه.

المـدة الزمنيـة اللازمـة : 6 ساعـات

الـدروس التـي يجب مراجعتـهـا :

– الجمل الماديـة ومبـدأ العطـالـة من بـرنامج السنة الأولى ثانـوي.

المراجـع : – كتـاب الفيزيـاء للسنـة الثالثـة ثانـوي – المعهد الربوي الوطني

– كتاب الفيزيـاء خـارجـي

–

تـصميـم الـدرس

– تمهـيـد

1 ـ تذكيـر بمركـز العطـالـة.

2 ـ مبـدأ العطالـة والمراجـع الغاليليـة

3 ـ كميـة الحركـة

4–أسئلة التـصحيح الذاتي (الجـزء الأول) وأجوبتـهـا

ـ تطبيقـات مبـدأ إنحفـاظ كميـة الحركـة.

تمهيد :

درسنا في السلسلة السابقة حركيات النقطة المادية ، أحد فروع الميكانيك ويهتم بدراسة حركة الأجسام وعلاقتها بالزمن دون التعرض إلى مسببات الحركة، وتعرفنا خلال ذلك على أنواع مختلفة من الحركات من حيث مساراتها (مستقيمة ، دائرية) وطبيعتها (منتظمة ، متغيرة بانتظام ، جيبية). وسنتناول خلال دراستنا هذه موضوع التحريكيات الذي هو أيضاً فرع من فروع الميكانيك ، ويهتم بدراسة حركة الأجسام وعلاقتها بمسبباتها ، أي أنه يمكن من :

أ – تحديد طبيعة الحركة إذا علمت مسبباتها (القوى ، العزوم) :

ب – تحدد مسببات الحركة إذا علمت طبيعتها.

1 – تذكير بمركز العطالة :

أنت تعلم يقينا، عزيزي الطالب أن عالمنا يحتوي على جمل مادية كثيرة تتبادل الأفعال مع بعضها البعض : لو تخيلنا جملة مادية لا تتبادل الأفعال إطلاقاً مع أي جملة أخرى، فإننا نسمي هذه الجملة جملة معزولة ميكانيكياً.

1 – 1 – تعريف الجملة المادية المعزولة ميكانيكياً :

نقول عن جملة مادية أنها معزولة ميكانيكياً إذا كانت لا تخضع لأي فعل خارجي.

وفي الحقيقية ، يستحيل الحصول على جملة معزولة ميكانيكياً، فمثلاً في التجارب التي نجريها في المخبر لا نستطيع أبداً التخلص م الجاذبية الأرضية وتحقيق جملة معزولة ميكانيكياً، بل نستطيع فقط أن نوازن فعلاً بواسطة فعل آخر فنحصل على جملة شبه معزولة ميكانيكياً ويتم ذلك باستخدام الطاولة ذات المسند (البساط) الهوائي.

الشكل 1

تحتوي هذه الطاولة على ثقوب متعددة وصغيرة جداً يخرج منها الهواء المضغوط بواسطة مضخة هوائية .

يوضع جسم ذو كتلة مناسبة على الطاولة فيتسبب تيار الهواء الذي يضغط على قاعدة إسناده في رفعه ببضعة أعشار من الميليمتر فوق

سطح الطاولة، وتعتبر عندئذ قوى الاحتكاك بين الجسم والهواء ضعيفة جداً وبذلك يمكن إهمالها، وبهذه الطريقة نحصل على جملة شبه معزولة ميكانيكياً، لأن قوة دفع الهواء توازن ثقل الجسم.

1 – 2 – تعريف مركز عطالة جملة :

إذا دفعنا أفقياً جسماً على سطح الطاولة ذات مسند هوائي فإن التجربة تبين أن هناك نقطة وحيدة من الجسم تكون حركتها مستقيمة منتظمة. هذه النقطة هي الوحيدة من الجسم التي تمتاز بهذه الخصية

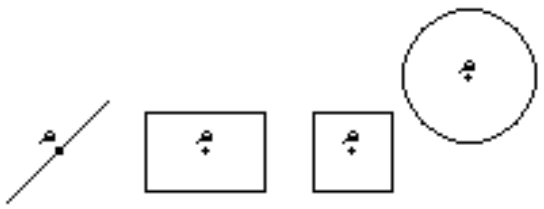
تسمى هذه النقطة مركز عطالة الجسم ومنه يكون تعريف مركز عطالة جملة كالتالي:

لاحظ أن هناك نقطة وحيدة من الجسم لها حركة مستقيمة منتظمة إنها مركز عطالة الجسم

إذا خضع جسم صلب لقوى متوازنة، توجد دوماً نقطة وحيدة من الجسم تكون حركتها مستقيمة منتظمة. تسمى هذه النقطة مركز عطالة الجسم (م).

ملاحظة : لا يشترط أن يكون مركز عطالة جملة (م) واقعاً ضمن مادة الجسم ومثال ذلك حلقة.

إن مركز عطالة الأجسام الصلبة المتجانسة والمنتظمة الشكل يقع في مركزها الهندسي ومثال ذلك الأجسام المربعة والمستطيلة والدائرية الشكل، قضيب خطي الشكل . . .



1 – 3 – تعيين مركز عطالة جسم مكون من قسمين صلبين :

نوضح ذلك بالمثال التالي :

نأخذ قطعة خشبية مربعة الشكل ومسطحة (أ) كتلتها $ك_أ$ وطول ضلعها " ل "، نعين مركز عطالتها (مـ $_أ$)

نأخذ قطعة خشبية أخرى مثلثة الشكل ومسطحة (ب) كتلتها $ك_ب = \frac{ك_أ}{2}$ وطول كل من ضلعيها المتعامدين " ل "، نعين مركز

نلصق القطعتين كما هو مبين بالشكل ونعين مركز عطالة الجملة (مـ) تجريبيا فنحصل على النتائج التالية :

أ) يقع مركز عطالة الجملة (م) داخ القطعة المستقيمة [مـ$_ب$ مـ$_أ$]

ب) يكون مـ مـ$_أ$ < مـ مـ$_ب$ أي أن مركز عطالة الجملة يكون قريباً من مركز عطالة القسم ذي الكتلة الأكبر (أ)

جـ) مـ مـ$_ب$ = 2 مـ مـ$_أ$ $\Leftarrow$ $\frac{\text{مـ مـ}_ب}{\text{مـ مـ}_أ}$ = 2

أي أن النسبة بين البعدين : مـ مـ$_أ$ ، مـ مـ$_ب$ تساوي مقلوب النسبة بين الكتلتين $ك_أ$ ، $ك_ب$ ،

بمعنى أن : $\frac{ك_أ}{ك_ب}$ = $\frac{\text{مـ مـ}_ب}{\text{مـ مـ}_أ}$ = 2 .

وفي الحقيقة فإن هذه النتائج ليست خاصة، بهذه الجملة فهي محققة من أجل أي جسم مكون من قسمين مختلفين كتلتاهما $ك_أ$ ، $ك_ب$ مع ملاحظة أن مقدار النسبة فقط يتغير.

ولإيجاد علاقة رياضية تمكننا من تعيين مركز عطالة الجملة السابقة ننطلق من النتائج التجريبية السابقة.

– الشعاعان – $\overleftarrow{\text{مـ مـ}_أ}$ و $\overleftarrow{\text{مـ مـ}_ب}$ لهما نفس الحامل وجهتان مختلفتان.

من العلاقة $\frac{ك_أ}{ك_ب}$ = $\frac{\text{مـ مـ}_ب}{\text{مـ مـ}_أ}$ = 2 .

وبما أن الشعاعين $\overleftarrow{\text{مـ مـ}_أ}$ و $\overleftarrow{\text{مـ مـ}_ب}$ متعاكسان فإن :

$$\left\| \overleftarrow{\text{مـ مـ}_ب} \right\| = 2 \left\| \overleftarrow{\text{مـ مـ}_أ} \right\|$$

أي : $\overleftarrow{مـ مـ}_{ب} = -2 \quad \overleftarrow{مـ مـ}_{أ}$

$$\overleftarrow{مـ مـ}_{ب} = -\frac{ك_{أ}}{ك_{ب}} \overleftarrow{مـ مـ}_{أ} \Leftarrow \boxed{ك_{أ} \overleftarrow{مـ مـ}_{أ} + ك_{ب} \overleftarrow{مـ مـ}_{ب} = \overleftarrow{0}} \quad \ldots(1)$$

إن العلاقة (1) يمكن أن تكتب بشكل آخر :

فإذا اعتبرنا نقطة (م) اختيارية كمبأ في المعلم (م ، $\overleftarrow{و}$) المار بـ $مـ_{أ}$ و $مـ_{ب}$

فإن : $\begin{cases} \overleftarrow{مـ مـ}_{أ} = \overleftarrow{م مـ}_{أ} - \overleftarrow{م مـ} \\ \overleftarrow{مـ مـ}_{ب} = \overleftarrow{م مـ}_{ب} - \overleftarrow{م مـ} \end{cases}$ و هذا بتطبيق علاقة شال في الشكل 2

بالتعويض في العلاقة (1) نجد :

$$ك_{أ}\left(\overleftarrow{م مـ}_{أ} - \overleftarrow{م مـ}\right) + ك_{ب}\left(\overleftarrow{م مـ}_{ب} - \overleftarrow{م مـ}\right) = \overleftarrow{0}$$

$$ك_{أ} \overleftarrow{م مـ}_{أ} - ك_{أ} \overleftarrow{م مـ} + ك_{ب} \overleftarrow{م مـ}_{ب} - ك_{ب} \overleftarrow{م مـ} = \overleftarrow{0}$$

ومنه : $ك_{أ} \overleftarrow{م مـ}_{أ} + ك_{ب} \overleftarrow{م مـ}_{ب} = ك_{أ} \overleftarrow{م مـ} + ك_{ب} \overleftarrow{م مـ}$

أي : $ك_{أ} \overleftarrow{م مـ}_{أ} + ك_{ب} \overleftarrow{م مـ}_{ب} = (ك_{أ} + ك_{ب}) \overleftarrow{م مـ}$

وفي النهاية نجد :

$$\overleftarrow{م مـ} = \frac{ك_{أ} \overleftarrow{م مـ}_{أ} + ك_{ب} \overleftarrow{م مـ}_{ب}}{ك_{أ} + ك_{ب}} \quad \ldots\ldots(2)$$

وهذه العلاقة تعطي مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $مـ_{أ}$ و $مـ_{ب}$ المرفقتين بالمعاملين الموجبين $ك_{أ}$ و $ك_{ب}$ على الترتيب. ومنه نستنتج التعريف التالي :

إن مركز عطالة جملة مادية هو مركز الأبعاد المتناسبة لمختلف النقاط المادية المكونة لها.

ملاحظة :

بإسقاط العلاقة الشعاعية (2) على محور سَ س

(الشكل 2) نحصل على العلاقة الجبرية التالية :

$$\overline{م مـ} = \frac{ك_{أ} \overline{م_{أ} مـ} + ك_{ب} \overline{م مـ}_{ب}}{ك_{أ} + ك_{ب}}$$

يسمى (م) أيضا مركز الكتلة.

تعميم :إذا كانت لدينا جملة مادية مكونة من عدة أجزاء كتلهاك$_1$ ، ك$_2$ . . . . ، ك$_ن$ ومراكز عطالتها على الترتيب م$_1$ ، م$_2$ . . . . ، م$_ن$ ، فإن مركز عطالة الجملة يعطى بالعلاقة :

$$\overrightarrow{م_{مـ}} = \frac{ك_1 \overrightarrow{م_{مـ1}} + ك_2 \overrightarrow{م_{مـ2}} + \ldots\ldots\ldots + ك_ن \overrightarrow{م_{مـن}}}{ك_1 + ك_2 + \ldots\ldots\ldots + ك_ن} \quad \ldots (3)$$

التي يمكن كتابتها على الشكل التالي :

$$\overrightarrow{م_{مـ}} = \frac{\sum_{هـ=1}^{ن} ك_{هـ} \overrightarrow{م_{مـ هـ}}}{\sum_{هـ=1}^{ن} ك_{هـ}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

مثال 1 : على طرفي قضيب متجانس أب طوله ل = 20 سم نثبت كتلتين ك$_أ$ = 100 غ وك$_ب$ = 150 غ . أوجد مركز عطالة الجملة المكونة من القضيب والكتلتين في الحالتين التاليتين :

أ – بإهمال كتلة القضيب.

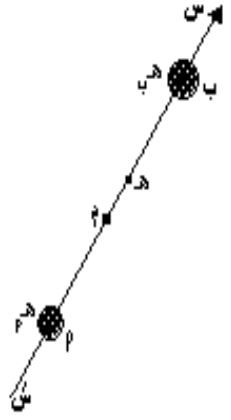
ب – باعتبار كتلة القضيب ك = 10 غ.

الحل :

أ) نختار النقطة "م" مركز القضيب كمبدأ سَ س ، فيكون مركز عطالة الجملة (مـ) قريباً من (ب) لأن ك$_ب$ > ك$_أ$.

بتطبيق العلاقة (2) وإسقاطها على المحور الموجه سَ س نجد

$$\overline{م_{مـ}} = \frac{ك_أ \overline{م_{مـ أ}} + ك_ب \overline{م_{مـ ب}}}{ك_أ + ك_ب}$$



بالتعويض نجد :

$$\overline{م_{مـ}} = \frac{ك_أ \left(-\frac{ل}{2}\right) + ك_ب \left(\frac{ل}{2}\right)}{ك_1 + ك_2} = \frac{(ك_ب - ك_أ) ل}{2 (ك_أ + ك_ب)}$$

تطبيق عددي : $\overline{م_{مـ}} = \frac{20 (150 - 100)}{2 (150 + 100)} = \frac{500}{250} = 2$ سم

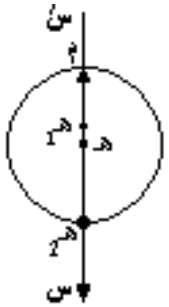
ب) كتلة القضيب ك = 10 غ.

باعتبار نفس المبدأ (م) وبتطبيق العلاقة (3) وإسقاطها على المحور سَ س.

نجـد : $\overline{م\ مـ} = \frac{ك_أ\ \overline{مـ\ مـ_أ} + ك_ب\ \overline{م\ مـ_ب} + ك.\overline{م\ م}}{ك_أ + ك_ب + ك}$ (م منطـبق مـع مركـز عطالـة القضـيب)

بـالتعويض : $\overline{م\ مـ} = \frac{ك_أ \left(-\frac{ل}{2}\right) + ك_ب \left(-\frac{ل}{2}\right) + ك \times 0}{ك_أ + ك_ب + ك} = \frac{(ك_ب - ك_أ)\ ل}{2(ك_أ + ك_ب + ك)}$

تطبيق عددي : $\overline{م\ مـ} = \frac{20\ (100 - 150)}{2(10 + 150 + 100)} = \frac{500}{260}$ = 1.97 سم



مـثال 2 : تستند حلقة كتلتها $ك_1$ = 200 غ ونصف قطرها نق = 30 سم على محور أفقي Δ كما بالشكل.

تـحمّلْ الحلقة بكتلة إضافية $ك_2$ = 20 غ مناظرة لنقطة الإسناد.عين مركز عطالة الجملة (الحلقة ، الكتلة $ك_2$).

الحل : بتطبيق العلاقة (2) وإسقاطها على المحور الموجه سَ س.

نجد : $\overline{م_م} = \frac{ك_1\ \overline{مـ_1\ مـ} + ك_2\ \overline{مـ_2\ مـ}}{ك_1 + ك_2}$ حيث $\overline{م\ مـ}_1$ = نـق ، $\overline{مـ_2\ مـ}$ = 2 نـق.

$$\overline{م_م} = \frac{ك_1\ نـ\ق + 2ك_2\ نـ\ق}{ك_1 + ك_2} = \frac{(ك_1 + 2ك_2)\ نـ\ق}{ك_1 + ك_2}$$

تطبيق عددي : $\overline{م_م} = \frac{30\ (40 + 200)}{20 + 200} = \frac{700}{220}$ = 32.73 سم.

أي أن مركز عطالة الجملة يوجد على بعد 32.73 سم من " م " و 2.73 سم من $م_1$.

2 – مبدأ العطالة والمراجع الغاليلية :

2 – 1 – مبدأ العطالة :

إن أول مـن اقترح هذا المبدأ العالم الإيطالي غاليلي (1564 ، 1642) ونص عليه كالتالي : إذا كـان لديـنا جسـ غير خاضع لأي مؤثر خارجي فإنه إما أن يبقى ساكناً وإما أن يتابع سيره على خط مستقيم بسرعة ثابتة إذا كان في الأصل متحركاً.

وهذا المبدأ يعبر عن عطالة الجسم المادي أو قصوره الذاتي

وقـد إعـتمد العـالم الإنجلـيزي نيوتـن (1642 – 1727) على مبدأ غاليلي في صياغة المبدأ الأول في التحريك كالتالي : الجسم الساكن يبقى ساكناً والجسم المتحرك يبقى متحركاً بسرعة ثابتة في خط مستقيم ما لم تؤثر عليه قوة تغير من حالته الحركيـة.

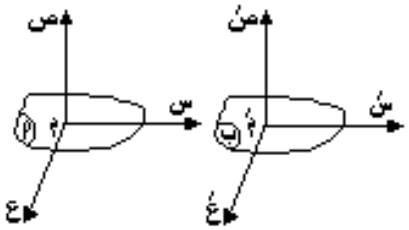
نـص المـبدأ : إن حـركة مركـز عطالــة جسم صـلب معـزول (أو شـبه معزول) ميكانيكياً هي حركة مستقيمة منتظمة في مرجع غاليلي.

2 – 2 – المراجع والمعالم :

مـا دامـت الحـركة والسـكون مـفهومين نسبيين فإن دراسة حركة أي جملة أو سكونها تحتاج إلى مرجع تنسب إليه.

أ – المرجـع :

هـو الجسـم أو مجموعـة الأجسام التي تدرس حركـة الجملة بالنسبة لها (المسار، السرعة ، التسارع) ، فالمراجع إذن هي الأجسام المرجعية ومثال ذلـك المرجعان أ و ب في الشكـل المقابل



ب – المعلم :

يـتكون المعلـم مـن مبدأ وثلاثة محاور مرتبطة بالمرجع ومثال ذلك المعلمان ☹م س ع ص) و(مَ سَ عَ صَ)

جـ – المراجع الغاليلية (العطالية) :

* **تعريف :** ندعو مرجعاً غاليليا (عطاليا) كل مرجع يتحقق فيه مبدأ العطالة.

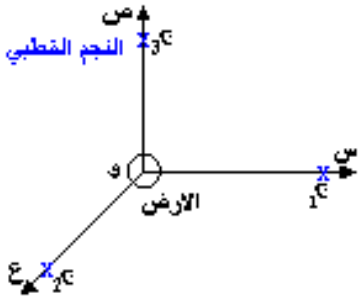
د – أمثلة عن المراجع الغاليلية :

*** مرجع كوبرنيك :**

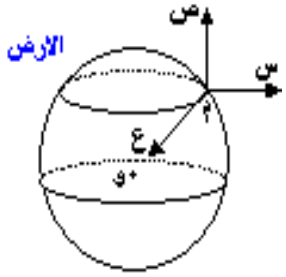
يـتكون مـن المجموعـة الشمسـية وثلاثــة نجـوم ثابتة بالنسبة للمجموعـة الشمسـية ،ويسمى المعلم الذي مبدؤه مركز عطالة المجموعة الشمسـية (عمليـاً مركـز عطالـة الشمس) ومحاوره الثلاثة موجهة نحو النجوم الثابتة بمعلم كوبرنيك. ويعتبر مرجع كوبرنيك أفضل المراجع الغاليلية.

*** المـرجـع المـركزي الأرضي**

(الجيـو مركزي).



إن مـبدأ معلـم المـرجع المركـزي الأرضـي هـو مركـز عطالـة الأرض ومحـاوره الـثلاثة موجهـة نحـو ثلاثـة نجـوم ثابـتة فـي مرجع كوبرنيك ، المحور"وص " هو محور دوران الأرض ضـمن تقريـب جـيد يمكـن اعتبار المرجع المركزي الأرضي مرجعاً غاليلياً. يستخدم المرجع المركزي الأرضي في دراسـة حركة الأقمار الصناعية حول الأرض.

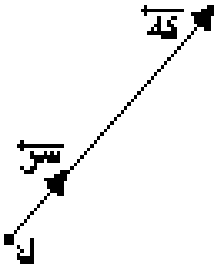


*** المرجع الأرضي :**

إن مبدأ معلم المرجع الأرضي هو نقطة من الأرض ومحاوره الثلاثة مرتبطة بالأرض وهو يدور مع الأرض حول نفسها، يعتبر المرجع الأرضي غالبلياً بتقريب جيد من أجل التجارب التي لا تتطلب دقة كبيرة كالتجارب المخبرية مثلاً .

3 – كمية الحركة :

3 – 1 – كمية الحركة لنقطة مادية :



تعريف :

إن كمية الحركة لنقطة مادية هي جداء كتلتها (ك) بسرعتها اللحظية ($\vec{سر}$) ، ويرمز $\vec{كه}$

$$\vec{كه} = ك \quad \vec{سر}$$

إن كمية الحركة هي مقدار شعاعي له حامل وجهة السرعة $\vec{سر}$ وطويلته :

$$كـه = ك \cdot سر$$

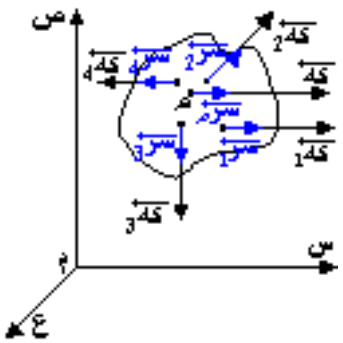
وحدة قياس كمية الحركة في الجملة الدولية هي : كغ م /ثا . (كغ . م.ثا$^{-1}$)

إن كمية الحركة مفهوم فيزيائي أساسي يفسر خصائص حركة الجسم أكثر مما تفسرها السرعة، ذلك أن الكتلة تلعب أيضاً دوراً هاماً في تفسير خصائص حركة الجسم

3 – 2 – كمية الحركة لجملة مادية :

نعتبر جملة مادية مكونة من مجموعة من النقاط المادية كتلها ك$_1$ ، ك$_2$ . . . . ك$_ن$ سرعاتها على التوالي $\vec{سر}_1$ ، $\vec{سر}_2$ ، . . . . . ، $\vec{سر}_ن$ في اللحظة (ز).

كمية الحركة للجملة المادية في هذه اللحظة تساوي المجموع الشعاعي لكميات حركة النقاط المادية المكونة للجملة، أي :



$$\vec{كه} = \vec{كه}_1 + \vec{كه}_2 + ... + \vec{كه}_ن$$

$$\vec{كه} = ك_1 \vec{سر}_1 + ك_2 \vec{سر}_2 + ... + ك_ن \vec{سر}_ن .$$

نعبر عن هذا المجموع بالعلاقة :

$$\vec{كه} = \sum_{ه=1}^{ه=ن} ك_ه \quad \vec{سر}_ه$$

ليكن (م) مبدأ المعلم الفضائي (م س ع ص) ، وليكن نْي موضع إحدى النقاط المادية المكونة للجسم في هذا المعلم في اللحظة (ز).

لدينا بالتعريف : $\vec{سر}_ي = \frac{د \vec{م ن}_ي}{د ز}$ (أي مشتق $\vec{م ن}_ي$ بالنسبة للزمن)

ومنه نكتب :

$$\vec{كه} = \sum_{ه=1}^{ه=ن} ك_ه \quad \vec{سر}_ه = \sum_{ه=1}^{ه=ن} ك_ه \frac{د \vec{م ن}_ه}{د ز} = \sum_{ه=1}^{ه=ن} \frac{د}{د ز}\left(ك_ه \vec{م ن}_ه\right)$$

$$\vec{كه} = \sum_{ه=1}^{ه=ن} ك_ه \frac{د \vec{م ن}_ه}{د ز} = \sum_{ه=1}^{ه=ن} \frac{د}{د ز}\left(ك_ه \vec{م ن}_ه\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

إذا كان (م) مركز عطالة الجملة المادية المعتبرة فحسب علاقة مركز الأبعاد المتناسبة (4) نجد :

$$\sum_{ه=1}^{ه=ن} ك_ه \vec{م ن}_ه = \vec{م م} \sum_{ه=1}^{ه=ن} ك_ه = \vec{م م}_م . ك \quad \text{(حيث ك كتلة الجملة)}$$

وبالتعويض في العلاقة (5) نجد :

$$\vec{كه} = \frac{د}{د ز}\left(\vec{م م}_م . ك\right) = ك \frac{د \vec{م م}_م}{د ز}$$

وبما أن : $\frac{د \vec{م م}_م}{د ز} = \vec{سر}_م$ (سرعة مركز عطالة الجملة (م))

فإن : $\boxed{\vec{كه} = ك . \vec{سر}_م}$

أي أن كمية الحركة لجملة مادية كتلتها (ك) ومركز عطالتها (م) في لحظة (ز) تساوي جداء كتلة الجملة بسرعة مركز عطالتها $\left(\vec{سر}_م\right)$ في تلك اللحظة.

مثال : أحسب كمية الحركة لشاحنة كتلتها 10 طن تتحرك إنسحابية مستقيمة بسرعة سر = 72 كم / سا.

الحل : لدينا ك = 10 طن = 10 4 كغ.

سر = 72 كم / سا = $\frac{72}{3.6}$ م/ثا = 20 م/ثا.

كمية الحركة : عه = ك . سر

عه = 10^4 . 20 = 2 . 2. 10 ^{5} كغ م ثا$^{-1}$.

أسئلة التصحيح الذاتي : (الجزء الأول)

– 1نعتبر الأرض متجانسة مركز عطالتها (مـ$_1$)ونصف قطرها 6370 ق$_1$=كم وكتلتها ك$_1$ = 5.98 . 10 ^{24} كغ ، كما نعتبر القمر كرة متجانسة مركز عطالتها (مـ$_2$) كتلتها ك$_2$ = 7.36 . 10 ^{22} كغ البعدين مركزي العطالة هو 3.84 . 10كم

أوجد بعد مركز عطالة الجملة (قمر ، أرض) (مـ) :

أ – عن مركز الأرض

ب – عن سطح الأرض

2 – لدينا جسمان صلبان مصنوعان من نفس المادة المتجانسة : أحدهما له شكل كرة نصف قطرها نق = 5 سم والآخر له شكل مكعب طول ضلعه ل = 10 سم . نضع الكرة فوق المكعب بحيث يكون مركزاً عطالتهما على نفس الشاقول.

أوجد موضع مركز عطالة الجملة.

3 – تجتاز سيارة كتلتها ك = 1 طن منعرجاً دائرياً بسرعة 72 كم / سا فيرسم مركز عطالتها قوس دائرة

– عين مميزات شعاع كمية الحركة في اللحظة

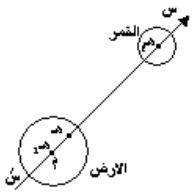
(ز) ثم أرسم.

4 – يدور قرص متجانس كتلته ك = 500 غ حول محور ثابت مار بمركز عطالته.

أوجد كمية حركة القرص.

أجوبة التصحيح الذاتي : (الجزء الأول)

1 – أ) لدينا حسب العلاقة (2) :



$$\overline{م\,م_-} = \frac{ك_1\ \overleftarrow{م\,م_-}_1 + ك_2\ \overleftarrow{م\,ن}_2}{ك_2 + ك_1} = \frac{ك_1\ \overleftarrow{م\,م_-}_1 + ك_2\ \overleftarrow{م\,ن}_2}{ك_1 + ك_2}$$

حيث م مبدأ المعلم سَ س منطبق على م$_1$.

بالإسقاط نجد : $\overline{م\,م_-} = \frac{ك_2\ \overleftarrow{م\,م_-}_2}{ك_2 + ك_1}$

تطبيق عددي : $\overline{م_م} = \frac{10.3.84.^{22}\ 10.7.36^{5}}{10.7.36^{22} + 10.5.98^{24}} = 4.68 \cdot 10^{3}$ كم.

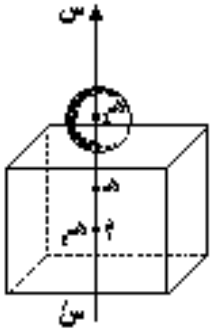
$\overline{م_م}$ = 4680 كم.

ب) بعد (م) عن سطح الأرض : ب = نق – م$_1$م ،

ب = 6370 – 4680 = 1690 كم.

2 – بتطبيق العلاقة (2) وبإعتبار المبدأ م منطبقا على م$_2$.

$\overline{م\,م_-} = \frac{ك_1\ \overline{م\,م_-}_1}{ك_2 + ك_1}$.



بالإسقاط نجد :

$\overline{م\,م_-} = \frac{ك_1\ \overline{م\,م_-}_1}{ك_2 + ك_1}$ ، $\overline{م\,م_-}_1 = نق + \frac{ل}{2}$.

ك$_1$ = كح . ح$_1$ = كح . $\frac{4}{3}\ \pi$ نق^3

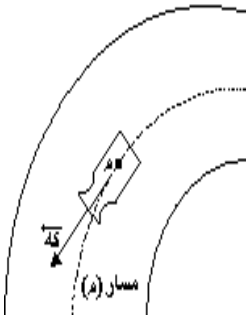
ك$_2$ = كح ح$_2$ = كح . ل^3 ،

بالتعويض نجد :

$$\overline{م\,م_-} = \frac{كح\frac{4}{3}\pi.نـق^3\ (نـق+\frac{ل}{2})}{كح(\frac{4}{3}\pi\ نـق^3+ل^3)} = \frac{2\pi نـق^3\ (2نـق+ل)}{4\pi نـق^3+3ل^3}$$ ،

بوضع ل = 2 نق نجد : $\overline{م\,م_-} = \frac{2\pi نـق^3\ (4\ نـق)}{4\pi نـق^3 + 24 نـق^3} = \frac{2\pi ق}{\pi + ن} = \frac{5.6.28}{9.14}$

$\overline{م\,م_-}$ = 3.44 سم.



3 – مميزات شعاع كمية الحركة

- نقطة التأثير هي (م) ،
- **الحامل :** هو المماس للمسار في النقطة (م).
- **الجهة :** جهة شعاع السرعة أي جهة الحركة.
- **الشدة :** عه = ك سر = $10^{3} \times 20 = 2 \cdot 10^{4}$ كغ.م.ثا$^{-1}$

تمثيل عه : أنظر الرسم حيث 1 سم يمثل 10^{5} كغ 3م ثا$^{-1}$

4 – إن مركز عطالة القرص يوجد على محور الدوران الثابت ، إذن فهو ساكن ، أي أن سرعته $\vec{سر}_0 = \vec{0}$

ومنه $\vec{كه} = ك \vec{سر}_0 = \vec{0}$

إستنتاج :

إذا كانت كمية الحركة لجملة معدومة ($\vec{كه} = \vec{0}$) فهذا يستلزم أن تكون الجملة ساكنة وإنما يستلزم أن يكون مركز عطالتها ساكناً.

3 – 3 – مبدأ إنحفاظ كمية الحركة (خاص بالعلوم الدقيقة)

إن مبدأ إنحفاظ كمية الحركة يعتبر من أهم مبادئ العلوم الفيزيائية وذلك لكثرة تطبيقاته، وهو يظهر كنتيجة لمبدأ العطالة، فمن أجل جملة معزولة ميكانيكياً في معلم غاليلي تكون سرعة مركز العطالة للجملة $\overrightarrow{سر}_م$ ثابتة وتكون بالتالي كمية الحركة ثابتة :

$$\overrightarrow{كه} = ك = \overrightarrow{سر}_م = \overrightarrow{ثا}$$

ولتوضيح ذلك : فحسب مبدأ العطالة إذا كانت محصلة القوى الخارجية المؤثرة في جملة مادية معدومة ($\sum ف_خ = \overrightarrow{0}$) فإن الجسم يكون إما :

– ساكناً وهذا يعني أن : $\overrightarrow{سر} = \overrightarrow{0}$ منه . $\overrightarrow{كه} = \overrightarrow{0}$

– أو متحركاً بحركة مستقيمة منتظمة ($\overrightarrow{سر} = \overrightarrow{ثا}$) ومنه $\overrightarrow{كه} = ك = ك \overrightarrow{سر} = \overrightarrow{ثا}$

ومنه فإن كمية الحركة للجملة المادية ثابتة لا تتغير بتغير الزمن سواءً كان الجسم ساكناً أو متحركاً بحركة مستقيمة منتظمة، ونعبر عن ذلك بقولنا أن :

كمية الحركة محفوظة (مصونة)

نص مبدأ إن حفاظ كمية الحركة : في المرجع الغاليلي ، تكون كمية الحركة لجملة مادية معزولة ميكانيكياً محفوظة.

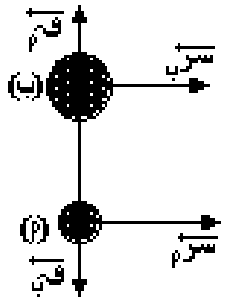
4 - تطبيقات مبدأ إنحفاظ كمية الحركة :

لقد أشرنا أن لهذا المبدأ تطبيقات كثيرة ، سندرس البعض منها في هذه الفقرة.

4 – 1 – إنشطار جسم إلى جزئين :

إن ظاهرة إنشطار جسم إلى عدة أجزاء (إنكسار كأس أو إناء زجاجي ، إنفجار قنبلة . . .) كثيرة المصادفة في الحياة اليومية إلا أن دراستها صعبة نظراً

لتعدد العوامل التي تتدخل فيها، لذلك نكتفي بدراسة إنشطار جسم إلى جزئين ، وتجرى الدراسة التجريبية في المخبر بالطريقتين التاليتين.



أ – الطريقة الأولى :

نأخذ جملة مادية مكونة من قرصين كتلتاهم $ك_أ$ ، $ك_ب$ ، موصولين بخيط قصير ومحمليين بمغناطيسين متنافرين. نرسل القرصين فوق طاولة ذات مسند هوائي، فتكون حركة مركز عطالة

الجملة مستقيمة منتظمة لأن الجملة شبه معزولة

$$\vec{ث}_أ + \vec{ر}_أ + \vec{ث}_ب + \vec{ر}_ب + \vec{ف}_أ + \vec{ف}_ب = \vec{0}$$

حيث : $\vec{ث}_أ$ ، $\vec{ث}_ب$: ثقلا أ ، ب

على التوالي $ر_أ$ ،$ر_ب$: فعلا الهواء على القرصين أ ، ب على التوالي.

$\vec{ف}_أ$ ، $\vec{ف}_ب$: قوتا التنافر المغناطيسيتان.

نحرر بعد ذلك القرصين بإحراق الخيط فنلاحظ أنهما يبتعدان عن بعضهما تحت تأثير القوتين المغناطيسيتين $\vec{ف}_أ$ ، $\vec{ف}_ب$.

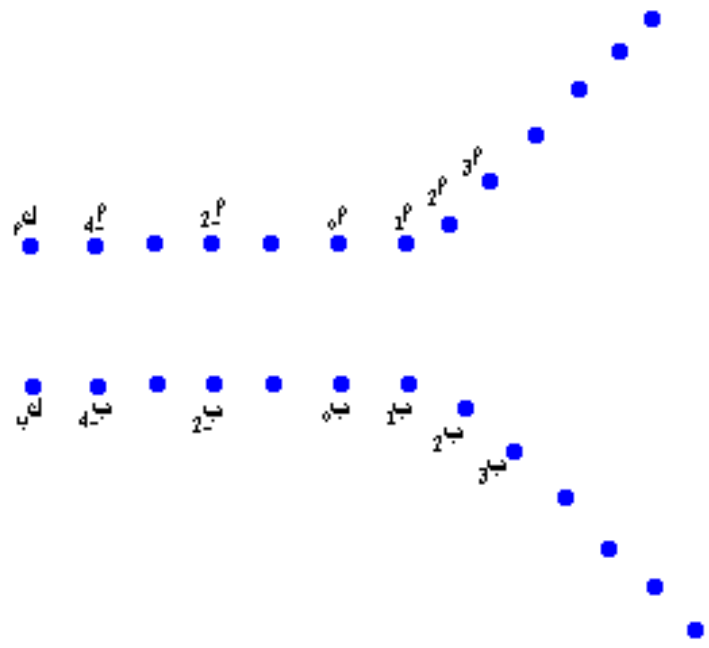
نسجل حركة الجملة قبل وبعد حرق الخيط بالإضاءة المتقطعة مثلاً ونبرهن عن إنحفاظ كمية الحركة :

– إما برسم شعاعي كمية الحركة للجملة (أ ، ب) قبل وبعد حرق الخيط ومقارنتهما.

– أو برسم مسار مركز عطالة الجملة (أ ، ب) قبل الحرق وبعده وثبات أن حركة مركز عطالة الجملة مستقيمة منتظمة أي أن سرعته ثابتة وبالتالي فإن كمية حركة مركز عطالة الجملة ثابتة (محفوظة)

وسنوضح لك عزيزي الطالب ، ذلك بالتسجيل التالي الذي تم الحصول عليه تجريبياً حيث :

$ك_أ$ = 0.1 كغ ، $ك_ب$ = 0.2 كغ والزمن الفاصل بين إضاءتين متتاليتين θ = 0.2 ثا ، سلم الرسم :1 سم ← 10 سم.



نعين مركز عطالة الجملة (أ ، ب) في كل لحظة زمنية θ :

– إن مركز عطالة الجملة هو مركز الأبعاد المتناسبة ب أ ، ب الذين كتلتاهما $ك_أ$، $ك_ب$ حيث:

$ك_أ \overleftarrow{مـأ} + ك_ب . \overleftarrow{مـب} = \overleftarrow{0}$

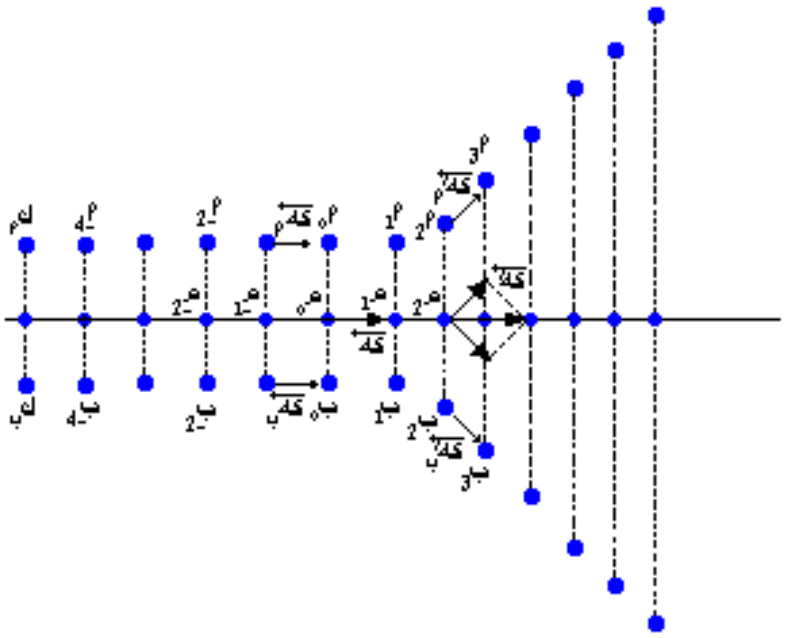
ومنه $\frac{ك_ب}{ك_م} = \frac{م أ}{م ب}$ = 2 أي أن : $ك_أ$ أ = $ك_ب$. مـ ب

أي أن : مـ أ = 2 م ب ⇐ مـ أ – 2 مـ ب = 0 _____ (1)

لكن مـ أ + م ب = أ ب _____(2)

بطرح (1) من (2) نجد : 3 مـ ب = أب ⇐مـ ب = $\frac{أب}{3}$،

أي أن : (مـ) يوجد على بعد $\frac{1}{3}$مـ ب من (ب) وعلى بعد $\frac{2}{3}$أب من (أ)



نرسم على الشكل الأوضاع المختلفة لمركز عطالة الجملة (مـ) ونرمز له في اللحظة التي نحرق فيها الخيط بالرمز (هـك) وقبل حرق الخيط بالرمز هـك (مثال م $_{-2}$ هي وضع مركز العطالة قبل حرق الخيط ب 2θ ثانية) وبعد حرق الخيط الرمز هـ$_{+3}$

(مثلاً مـ$_{+3}$ هي وضع مركز العطالة بعد حرق الخيط بـ 3 θ ثانية) نبرهن الآن عن إنحفاظ كمية الحركة للجملة قبل وبعد حرق الخيط.

قبل حرق الخيط لدينا : $\overleftarrow{كه} = \overleftarrow{كه}_{أ} + \overleftarrow{كه}_{ب} = ك_{أ} \overleftarrow{سر}_{أ} + ك_{ب} \overleftarrow{سر}_{ب}$ ،

نحسب طويلة $\overleftarrow{سر}_{أ}$ ، وطويلة $\overleftarrow{سر}_{ب}$ في نقطتين (ب $_{-1}$ أ $_{-1}$ مثلاً) بإعتبار السرعتين سر$_{أ}$ سر$_{ب}$ مساويتين للسرعتين الوسطتين بين اللحظتين –2θ و 0 (صفر)

سر$_{أ}$ = سر$_{و(-2\theta\ ،\ 0)}$ = $\frac{أ_{-2}\ أ_{0}}{2\theta}$ = $\frac{1.6\ سم \times 10}{0.2 \times 2\ ثا}$ = 40 سم /ثا = 0.40 م/ثا. سر$_{ب}$

= سر$_{و(-2\theta\ ،\ 0)}$ = $\frac{ب_{-2}\ ب_{0}}{2\theta}$ = $\frac{1.8\ سم \times 10}{0.2 \times 2\ ثا}$ = 45 سم /ثا = 0.45 م/ثا.

عـه$_{أ}$ = ك$_{أ}$ سر$_{أ}$ = 0.40 × 0.1 = 4.0 10^{-2} كغ م/ثا

عـه$_{ب}$ = ك$_{ب}$ سر$_{ب}$ = 0.45 × 0.2 = 9.0 10^{-2} كغ م/ثا

نختار سلم رسم مناسب : 1 سم يقابل 8.0 10 $^{-2}$ كغ م/ثا ونرسم $\overleftarrow{كه}_{أ} = \overleftarrow{كه}_{ب}$ في الوضعين ب $_{2}$ - أ $_{1}$ -

ثم $\overleftarrow{كه} = \overleftarrow{كه}_{أ} + \overleftarrow{كه}_{ب} = ك_{أ} \overleftarrow{سر}_{أ} ، \overleftarrow{سر}_{ب} = ك_{ب} \overleftarrow{سر}_{ب}$

- بعد حرق الخيط لدينا : $\overleftarrow{كه} = + \overleftarrow{كه}_{أ} + \overleftarrow{كه}_{ب} = ك_{أ} \overleftarrow{سر}_{ب} \overleftarrow{سر}_{أ} ، = ك_{ب}$

$\overleftarrow{سر}_{ب}$ نحسب طويلة $\overleftarrow{سر}_{أ}$ ، $\overleftarrow{سر}_{ب}$ في نقطتين (ب $_{2}$ و أ $_{2}$ مثلاً)

بإعتبار $\overline{سر_{أ}}$ ، $\overline{سر_{ب}}$ مساويتين لسرعتين الوسطيتين بين اللحظتين θ ، 3 θ

$سر_{أ} = سر_{(3\theta ، \theta)} = \frac{أ_{3} - أ_{1}}{2\theta} = \frac{1.9 \text{ سم}}{2 \times 0.2 \text{ ثا}} = 47$ سم /ثا = 0.47 م/ثا.

$سر_{ب} = سر_{(3\theta ، \theta)} = \frac{ب_{3} - ب_{2}}{2\theta} = \frac{1.8 \text{ سم}}{2 \times 0.2 \text{ ثا}} = 45$ سم /ثا = 0.45 م/ثا.

$كه_{أ} = ك_{أ} سر_{أ} = 0.1 \times 0.47 =) 4.7 . 10^{-2}$ كغ م/ثا.

$كه_{ب} = ك_{ب} سر_{ب} = 0.2 \times 0.52 = 1.04 . 10^{-2}$ كغ م/ثا.

بإستعمال نفس سلم الرسم السابق نرسم $\overleftarrow{كه}_{أ}$ في الوضع أ $_{2}$ ، $\overleftarrow{كه}_{ب}$ في الوضع ب $_{2}$ ثم $\overleftarrow{كه} = \overleftarrow{كه}_{أ} + \overleftarrow{كه}_{ب}$ في الوضع مـ $_{2}$ برسم في عين مسايرين لـ $\overleftarrow{كه}_{أ}$ ، $\overleftarrow{كه}_{ب}$ في إيجاد محصلتهما.

$\overleftarrow{كه} = + \overleftarrow{كه}_{أ} + \overleftarrow{كه}_{ب} = ك_{أ} \overleftarrow{سر}_{ب} \overleftarrow{سر}_{أ} ، =$

نجد أن : + $\overleftarrow{كه}_{أ}$ ، $\overleftarrow{كه}_{ب}$ لهما نفس الحامل والجهة ونفس النسبة ، عه = عهَ = $1.0 \times 8.0 \ 10^{-2} \cong 13 . 10 - 2$ كغ م/ثا.

ومنه عه = عهَ أي أن كمية الحركة للجملة محفوظ.

نبرهن الآن أن حركة مركز عطالة الجملة حركة مستقيمة منتظمة :

نعين مركز عطالة الجملة قبل وبعد حرق الخيط وذلك θ ثانية θ = 0.2 ثا) فنجد أن هذه المواضع تقع على إستقامة واحدة وأن مسافات بين موضعين متتاليين متساوية :

.. مـ $_{-2}$ = مـ $_{-1}$ = مـ $_{0}$ = مـ $_{1}$ = مـ $_{1}$ = مـ $_{2}$ = . . .

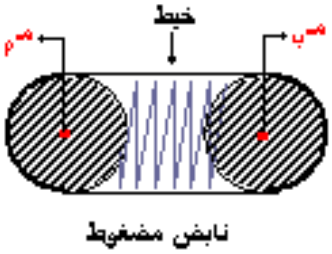
أي المسافات المقترحة خلال أزمنة متساوية ومتتالية متساوية ، ومنه نستنتج أن الحركة مستقيمة منتظمة ومنه فإن سرعة مركز عطالة الجملة (أ ، ب) ثابتة :

$\overleftarrow{سر} =$ ثابت.

∴ $\overleftarrow{كه}$ = (ز $ك_{أ}$ + $ك_{ب}$) $\overleftarrow{سر}$ = $\overleftarrow{ثا}$ أي أن كمية الحركة ثابتة فهي إذن محفوظة

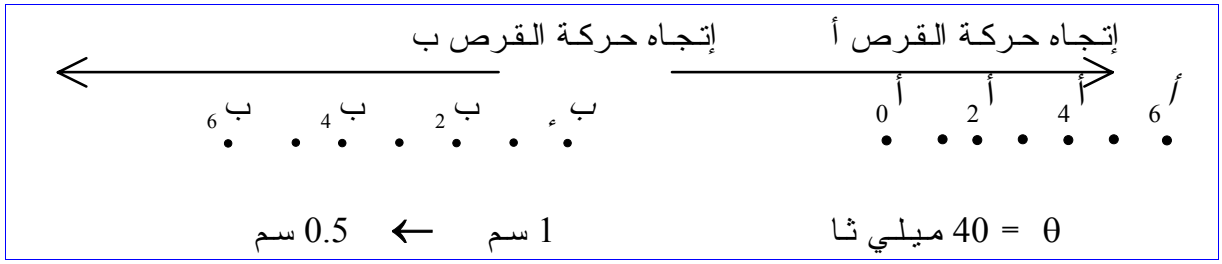
ب- الطريقة الثانية :

نأخذ قرصين أ ، ب كتلتاهما $ك_{أ}$ = 0.610 كغ ، $ك_{ب}$ = 1.220 كغ نضع بينهما نابضاً حلقاته غير متلاصقة ونضغطه بتقريب القرصين من بعضهما ثم نلف على الجملة خيطاً عديم الإمتطاط لكي تبقى جملة متزنة



(الشكل)

نضع الجملة على طاولة ذات مسند ثم حرق الخيط فيتحرر القرصان ويتحركان في إتجاهين متعاكسين تحت تأثير النابض نسجل الأوضاع المختلفة لمركزي عطالة القرنين $مـ_{أ}$ ، $مـ_{ب}$ خلال أزمنة متساوية θ = 40 ميلي ثانية فنحصل على التسجيل التالي :



نرسم شعاع كمية الحركة للجملة المكونة من قرصين قبل وبعد الإنشطار (حرق الخيط) بإتباع نفس الطريقة المستعملة في المثال السابق

- قبل الإنشطار : أي في اللحظة ز = 0 الجملة ساكنة $\overleftarrow{كه}$ = $\overleftarrow{0}$

- بعد الإنشطار : نختار لحظة ز (مثلا ز = 3θ) ونرسم شعاعين الحركة للقرصين أ ، ب ثم نجمعهما :

$سر_{أ}$ = $\frac{أ_{2} أ_{0}}{2\theta}$ = $\frac{2.0 \text{ سم} \times 0.5}{2 \times 40 \text{ ميلي ثا}}$ = $\frac{0.5 \text{ سم}}{80 \times 10^{-3} \text{ ثا}}$ = $\frac{10^{-2}}{80 \times 10^{-3}}$ = 127 م/ثا.

$سر_{ب}$ = $\frac{ب_{2} ب_{0}}{2\theta}$ = $\frac{1.0 \text{ سم} \times 0.5}{2 \times 40 \text{ ميلي ثا}}$ = $\frac{0.5 \text{ م} \cdot 10^{-2}}{80 \times 10^{-3} \text{ ثا}}$ = 0.063 م/ثا.

$\overleftarrow{كه}_{أ}$ = $ك_{أ}$ $سر_{أ}$ = 0.610 × 0.125 = 7.6×10^{-2} كغ م/ثا.

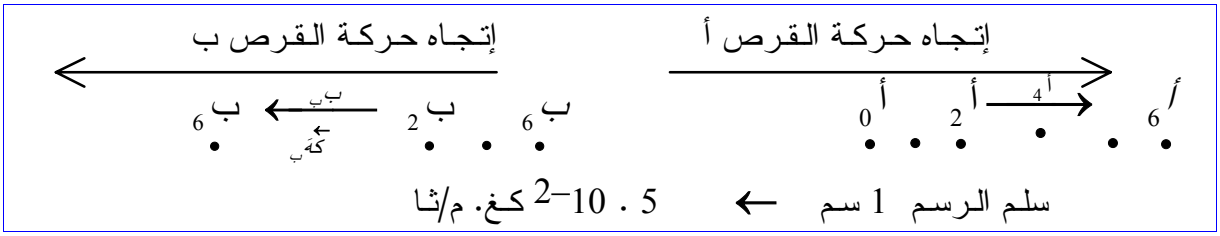
$\overleftarrow{كه}_{ب}$ = $ك_{ب}$ $سر_{ب}$ = 1.220 × 0.063 = 7.6×10^{-2} كغ م/ثا.

أنت تعرف عزيزي الطالب أن شعاع السرعة يكون بجهة الحركة و شعاع كمية الحركة يكون بجهة شعاع السرعة ، لذلك فإن شعاع كمية الحركة $\overleftarrow{ك}_{أ}$ يكون بجهة حركة (أ) ، و $\overleftarrow{ك}_{ب}$ يكون بجهة حركة (ب) وبما أن التسجيل يبين أن للقرصين أ ، ب جهتان متعاكستان فإن لـ $\overleftarrow{ك}_{أ}$ ، $\overleftarrow{ك}_{ب}$ جهتان متعاكستان، وحيث أن $\overleftarrow{ك}_{أ} = \overleftarrow{ك}_{ب}$ فإن $\overleftarrow{ك}_{أ} = -\overleftarrow{ك}_{ب}$ ومنه : $\overleftarrow{ك}_{أ} + \overleftarrow{ك}_{ب} = \overleftarrow{0}$

أي أن كمية الحركة للجملة بعد الإنشطار :

$$\overleftarrow{ك} = \overleftarrow{ك}_{أ} + \overleftarrow{ك}_{ب} = \overleftarrow{0}$$

ومنه فإن كمية الحركة للجملة قبل الإنشطار وبعده هي نفسها : $\overleftarrow{ك} = \overleftarrow{ك}$ ، أي أن كمية الحركة للجملة محفوظة.



ملاحظة : – يمكن إثبات إنخفاظ كمية الحركة للجملة في هذه التجربة بتعيين مركز عطالة الجملة في كل لحظة فنجد أن يشغل نفس الوضع أي أنه ساكن ومنه فإن سرعة مركز عطالة الجملة معدومة في كل لحظة أي كمية الحركة للجملة بعد الإنشطار معدومة أيضاً ومنه فإنها محفوظة.

تمرين : ترسل قذيفة كتلتها 2 ك = 20 كغ وفق خط أفقي بسرعة سر = 150 م/ثا ، فتنفجر وتنقسم إلى شظيتين لهما نفس الكتلة ك ، تنطلق الشظية الأولى نحو الأسفل بسرعة سو$_1$ = 200 م/ثا في إتجاه يصنع مع الأفق زاوية $\alpha = 60°$.

1 – أحسب طويلة شعاع كمية الحركة للقذيفة قبل إنفجارها $\overleftarrow{ك}_0$ وطويلة شعاع كمية الحركة ($\overleftarrow{ك}_1$) للشظية الأولى

2 – مثل بإستعمال السلم : 1 سم 10 3 كغ م/ثا الشعاعين $\overleftarrow{ك}_0$ ، $\overleftarrow{ك}_1$ بأخذ مبدأ مشترك لهما.

3 – عين شعاع كمية الحركة ($\vec{ك}_2$) للشظية الثانية بإنشاء هندسي ثم أحسب طويلة بالكغ م/ثا ، إستنتج حامل وجهة وطويلة شعاع السرعة ($\vec{س}_2$) للشظية الثانية بعد الإنفجار مباشرة

4 – بين أنه يمكن تعيين طويلة $\vec{ك}_2$ بطريقة تحليلية (بالإسقاط على محور عمودي و آخر أفقي) . أحسب طويلة $\vec{س}_2$

الحل :

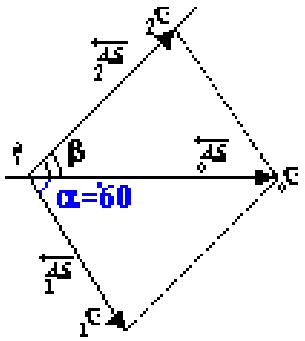
1 – كمية الحركة للقذيفة قبل الإنفجار :

$\vec{ك}_0 = 2$ ك $\vec{س}$، ومنه : $\vec{ك}_0 = 2$ ك $\vec{س} = 20 \times 150 = 3 \times 10$ ^{3} كغ.م/ثا.

كمية الحركة للشظية الأولى بعد الإنفجار مباشرة :

$\vec{ك}_1 = 2$ ك $\vec{س}_1$ ، ومنه : $\vec{ك}_1 = 2$ ك $\vec{س}_1 = 10 \times 200 = 2 \times 10$ ^{3} كغ.م/ثا.

2 – يمثل الشعاع $\vec{ك}_0$ بالشعاع الأفقي $\vec{م ن}_0$ الذي طوله 3 سم ويمثل الشعاع $\vec{ك}_1$ بالشعاع $\vec{م ن}_1$ الذي طوله 2 سم ويصنع زاوية $\alpha = 60°$ نحو الأسفل مع الشعاع $\vec{م ن}_0$ (الشكل).



3 – نطبق مبدأ إنحفاظ كمية الحركة على الجملة التي تفرض معزولة ميكانيكيا :

$\vec{ك}_0 = \vec{ك}_1 + \vec{ك}_2$

يرجع السؤال إلى إيجاد المركبة الثانية لـ $\vec{ك}_0$

3 – نطبق مبدأ انحفاظ كمية الحركة على الجملة التي تفرض معزوله ميكانيكيا :

$\vec{ك}_0 = \vec{ك}_1 + \vec{ك}_2$

يرجع السؤال إلى إيجاد المركبة الثانية لـ $\vec{ك}_0$ وهي $\vec{ك}_2$ الممثلة بالشعاع $\vec{م ن}_2$

ولإيجاد طويلة $\vec{ك}_2$ نقيس $م ن_2$ فنجد : $م ن_2 = 2.7$ سم و.

منه : $ك_2 = 2.7 \times 10$ ^{3} كغ. م/ثا.

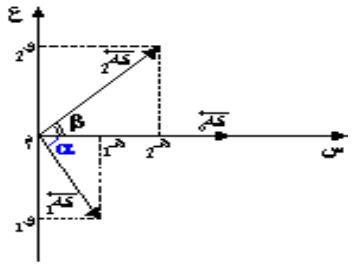
لديـنـا : $\overleftarrow{ك_2} = ك \overleftarrow{سو_2}$ ومـنـه يـكون للشـعـاع $\overleftarrow{سو_2}$ نـفس الحامل وجهة الشعاع $\overleftarrow{ك_2}$ الذي يصنع زاوية $\beta = \widehat{ن_0 م ن_1} = 41°$ (بـالقياس) نـحـو الأعلـى مـع الـشـعـاع $\overleftarrow{ك_0}$.

1. حـسـاب طـويـلـة $\overleftarrow{سو_2}$:

$ك_2 = ك\ سو_2 \Leftarrow سو_2 = \frac{ك_2}{ك} = \frac{10.27^{3}}{10}$ = 270 م/ثـا.

4 – نـسـقـط الـعـلاقـة الـشـعـاعـيـة :

$\overleftarrow{ك_0} = \overleftarrow{ك_1} + \overleftarrow{ك_2}$ على الـمـحـورين المتعـامـدين م س ، م ع (الشكل)



– بـالإسـقـاط عـلـى م س :

– مـسـقـط $\overleftarrow{ك_0}$ هـو $ك_0$،

– مـسـقـط $\overleftarrow{ك_1}$ هـو م $هـ_1$ = $ك_1$تـجـب α

– مـسـقـط $\overleftarrow{ك_2}$ هـو م $هـ_2$ = $ك_2$ تـجـب β

ومنه يكون مـسـقـط الـعـلاقـة $\overleftarrow{ك_0} = \overleftarrow{ك_1} + \overleftarrow{ك_2}$ عـلـى الـمـحـور م س :

$ك_0 = ك_1$تـجـب α + $ك_2$ تـجـب β _____(1)

– بـالإسـقـاط عـلـى م ع :

– مـسـقـط $\overleftarrow{ك_0}$ هـو 0

– مـسـقـط $\overleftarrow{ك_1}$ هـو– $م_{و_1}$ = – $\overleftarrow{ك_1}$جـب α

– مـسـقـط $\overleftarrow{ك_2}$ هـو $م_{و_2}$ = $\overleftarrow{ك_2}$ جـب β

ومنه يـكـون مـسـقـط الـعـلاقـة $\overleftarrow{ك_0} = \overleftarrow{ك_1} + \overleftarrow{ك_2}$ عـلـى الـمـحـور م ع :

0 = – $ك_1$جـب α + $ك_2$ جـب β _____(2)

مـن الـعـلاقـة (1) نـجـد : $ك_2$ تـجـب β = $ك_0$ – $ك_1$تـجـب α

$ك_2$ تـجـب β = 3 . 10^{3} – 2 . 10^{3} × 0.5 = 2 . 10^{3} كـغ. م/ثـا.

$ك_2$ تجب β = $2 \cdot 10^{3}$ . . . . .(3)

من العلاقة (2) نجد :

$$ك_2 \text{ جب}\beta = ك_1 \text{جب}\alpha = 2 \cdot 10^{3} \times \frac{\bar{ق_3}}{2} = \bar{ق_3} 10.^{3} \ldots (4)$$

بتربيع العلاقتين (3) ، (4) ثم يجمعهما طرفا لطرف نجد :

$(ك_2 \text{ تجب}\beta)^2 = (ك_2 \text{ جب}\beta)^2 = (2 \cdot 10^{3})^2 + (\bar{ق_3} 10.^{3})^2$.

$ك_2^2 \text{ تجب}^2\beta + ك_2^2 \text{ جب}^2\beta = 4 \cdot 10^{6} + 3 \cdot 10^{6}$

$ك_2^2 (\text{تجب}^2\beta + \text{جب}^2\beta) = 7 \cdot 10^{6}$ ،

بما أن : $\text{تجب}^2\beta + \text{جب}^2\beta = 1$

إذن : $ك_2^2 = 7 \cdot 10^{6}$ $ك_2 = \overline{ق_6 10^{7}}$ $= \overline{ق_3 10^{7}}$ ،

$ك_2 = 2.65 \cdot 10^{3}$ كغ. م/ثا.

بتعويض $ك_2$ في العلاقة (3) نجد :

$$2.65 \cdot 10^{3} \text{ تجب}\beta = 2 \cdot 10^{3} \Leftarrow \text{تجب}\beta = \frac{10.^{3} 2}{10.^{3} 2.65} = \frac{2}{2.65} = 0.756$$

بالرجوع إلى جدول النسب المثلثية نجد : $\beta = 41°$

وتكون $سو_2 = \frac{ك_2}{ك} = \frac{10.^{3} 2.65}{10} = 265$ م/ثا.

4 – 2 – التصادم المرن بين الجسمين :

يعتبر التصادم ظاهرة جد منتشرة في الطبيعة سواء في المجال الماكرو سكوبي (تصادم سيارتين ، تصادم كرات لعبة البيلياردو . . .) أو في المجال الميكرو سكوبي (التصادم بين بروتونين ، إلكترون وبروتون . . . .) وهو نوعان :

تصادم مرن :

وفيه ينفصل الجسمان المتصادمان عن بعضهما مباشرة بعد التصادم .

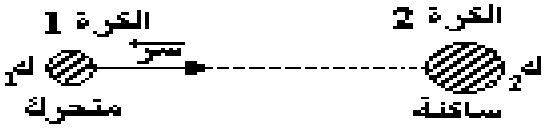
تصادم لين :

وفيه يلتحم الجسمان المتصادمان مع بعضهما مباشرة عند التصادم

ستقتصر دراستنا على التصادم المرن فقط.

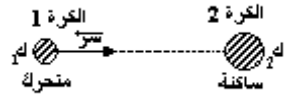
التصادم المرن :

يكون التصادم مرنا عندما تكون الطاقة الحركية لجملة الجسمين المتصادمين محفوظة، وحتى يتحقق ذلك يجب ألا يتبع حادثة التصادم إنتشار لكمية من الحرارة ولا تشوه في شكل الجسمين المتصادمين، سنقتصر في دراستنا على الجمل المادية المعزولة أو شبه المعزولة ميكانيكيا، حيث تكون كمية الحركة للجمل محفوظة.



- الصدم المرن لساكن بمتحرك :

ندفع كرة كتلتها $ك_1$ بسرعة $\overleftarrow{سو}_1$ لتصدم كرة ثانية ساكنة كتلتها $ك_2$ لنحسب سرعتي الكرتين $\overleftarrow{سو}_1$ ، $\overleftarrow{سو}_2$ بعد التصادم مباشرة وذلك في الحالتين التاليتين :



الحالة الأولى :

حوامل السرعات قبل الصدم وبعد الصدم واحدة بما أن الجملة معزولة ميكانيكياً فإن كمية الحركة تكون محفوظة.

أي كمية الحركة قبل الصدم = كمية الحركة بعد الصدم :

$$\overleftarrow{كه} = \overleftarrow{كه}$$

$$ك_1 \overleftarrow{سو}_1 + \overleftarrow{0} = ك_1 \overleftarrow{سو}_1 + ك_2 \overleftarrow{سو}_2 \quad (\overleftarrow{سو}_2 = \overleftarrow{0})$$

$$ك_1 \overleftarrow{سو}_1 - ك_1 \overleftarrow{سو}_1 = ك_2 \overleftarrow{سو}_2$$

$$ك_1 (\overleftarrow{سو}_1 - \overleftarrow{سو}_1) = ك_2 \overleftarrow{سو}_2$$

بما أن حوامل السرعات هي نفسها فإن :

$$ك_1 (سو_1 - سو_1) = ك_2 سو_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

وبما أن الصدم مرن فإن الطاقة الحركية للجملة تكون محفوظة أي :

الطاقة الحركية للجملة قبل الصدم = الطاقة الحركية للجملة بعد الصدم

أي أن : طـح = طـحَ

ومنـه : $\frac{1}{2}ك_1 \text{ سو}_1^2 + 0 = \frac{1}{2}ك_1 \text{ سو}_1^{\prime 2} + \frac{1}{2}ك_2 \text{ سو}_2^{\prime 2}$ ،

ومنـه :

$ك_1 \text{ سـر}_1^2 = ك_1 \text{ سو}_1^{\prime 2} + ك_2 \text{ سو}_2^{\prime 2}$

$ك_1 \text{ سـر}_1^2 - ك_1 \text{ سو}_1^{\prime 2} = ك_2 \text{ سو}_2^{\prime 2}$

$ك_1 (\text{ سـر}_1^2 - \text{ سو}_1^{\prime 2}) = ك_2 \text{ سو}_2^{\prime 2}$ . . . . (2)

بقسمة المعادلة (2) على المعادلة (1) طرفاً لطرف نجد :

$$\frac{ك_1 (\text{سو}_1^2 - \text{سو}_1^{\prime 2})}{ك_1 (\text{سو}_1 - \text{سو}_1^{\prime})} = \frac{ك_2 \text{ سو}_2^{\prime 2}}{ك_2 \text{ سو}_2^{\prime}}$$

$$\frac{\text{سو}_1^2 - \text{سو}_1^{\prime 2}}{\text{سو}_1 - \text{سو}_1^{\prime}} = \text{سو}_2^{\prime} \text{ : لكن : } \text{سو}_1^2 - \text{سو}_1^{\prime 2} = (\text{سو}_1 - \text{سو}_1^{\prime}) (\text{سو}_1 + \text{سو}_1^{\prime})$$

إذن :

$$\frac{(\text{سو}_1 - \text{سو}_1^{\prime})(\text{سو}_1 + \text{سو}_1^{\prime})}{\text{سو}_1 - \text{سو}_1^{\prime}} = \text{سو}_2^{\prime} \Leftarrow \text{سو}_1 + \text{سو}_1^{\prime} = \text{سو}_2^{\prime} \text{ . . . . . (3)}$$

بتعويض (3) في (1) نجد :

$ك_1 (\text{سو}_1 - \text{سو}_1^{\prime}) = ك_2 (\text{سو}_1 + \text{سو}_1^{\prime})$ ،

$ك_1 \text{ سو}_1 - ك_2 \text{ سو}_1^{\prime} = ك_2 \text{ سو}_1^{\prime} + ك_2 \text{ سو}_1^{\prime}$

$$(ك_1 - ك_2) \text{ سو}_1^{\prime} = (ك_1 + ك_2) \text{ سو}_1 \Leftarrow \boxed{\text{سو}_1^{\prime} = \frac{(ك_1 - ك_2)}{ك_1 + ك_2} \text{ سو}_1 \text{ . . . (4)}}$$

من (3) نجد أيضاً : $\text{سو}_2^{\prime} = \text{سو}_1 + \frac{ك_1 - ك_2}{ك_1 + ك_2} \text{ سو}_1$

$$\text{سو}_2^{\prime} = \text{سو}_1 \left(\frac{ك_1 - ك_2}{ك_1 + ك_2} + 1 \right) = \frac{(ك_1 - ك_2) + (ك_1 + ك_2)}{ك_1 + ك_2} \text{ سو}_1^{\prime}$$

إذن :

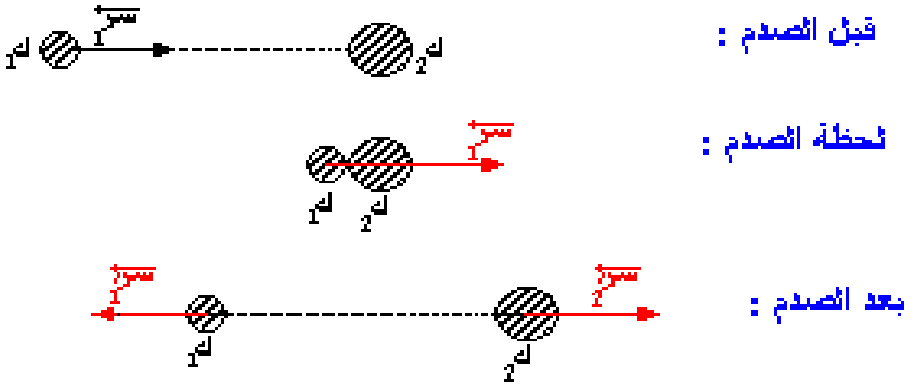
$$\boxed{\text{سو}_2^{\prime} = \frac{2ك_1}{ك_1 + ك_2} \text{ سو}_1} \text{ . . . . . (5)}$$

تبيـن العلاقـة (5) أن إشـارة $\text{سو}_2^{\prime}$ هـي نفسـها إشـارة سو_1 لأن المقدار $\frac{2ك_1}{ك_1 + ك_2}$

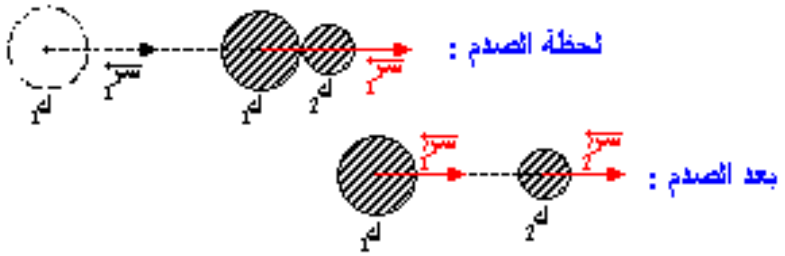
موجب دوماً ومنـه فإن جهـة $\overleftarrow{\text{سو}_2^{\prime}}$ هـي جهـة $\overleftarrow{\text{سو}_1}$

وتبين العلاقة (4) أن إشارة $سو_1'$ مرتبطة بفرق الكتلتين $(ك_1 - ك_2)$ وبإشارة $سو_1$ ومنه :

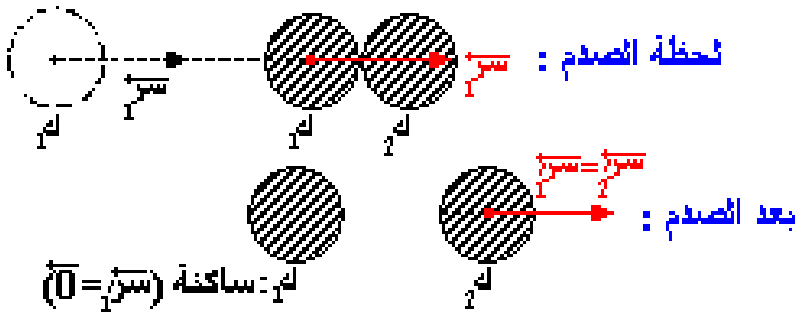
- إذا كانت : $ك_1 > ك_2$: تكون إشارة $سو_1'$ عكس إشارة $سو_1$ أي أن الكرة الأولى ترتد في الإتجاه المعاكس لإتجاه حركتها قبل الصدم أما الكرة الثانية فتتحرك بسرعة $\overleftarrow{سو_2'}$ في جهة حركة الكرة الأولى قبل الصدم . وتوضح ذلك بالشكل التالي :



- إذا كانت : $ك_1 < ك_2$ تكون إشارة $سو_1'$ هي إشارة $= سو_1$ 0 $سو_2' = سو_1$ أي أن الكرة الأولى تتابع حركتها دون أن تغير إتجاهها ولكن بسرعة : $سو_1' < سو_1$ وتتحرك الكرة الثانية في نفس الإتجاه لكن بسرعة : $سو_2'$



- إذا كانت $ك_1 = ك_2$ فإن $سو_2' = سو_1$ ، أي أن الكرة الأولى تتوقف بينما تنطلق الثانية بسرعة $سو_2' = سو_1$ في نفس جهة حركة الكرة الأولى قبل الصدم.



- **الحالة الثانية** : حوامل السرعات مختلفة :

لتبسيط الدراسة نعتبر أن الجسمين المتصادمين لهما نفس الكتلة أي أن : ك$_1$ = ك$_2$ = ك

بما أن الجملة معزولة ميكانيكيا فإن كمية الحركة تكون محفوظة أي : كمية الحركة قبل الصدم = كمية الحركة بعد الصدم

$$\overleftarrow{ك ع} = \overleftarrow{ك ع'}$$

$$ك_1 \overleftarrow{س ع_1} = ك_1 \overleftarrow{س ع'_1} + ك_2 \overleftarrow{س ع'_2}$$

بما أن ك$_1$ = ك$_2$ = ك فإن :

$$\overleftarrow{س ع_1} = \overleftarrow{س ع'_2} + \overleftarrow{س ع'_1} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

وبما أن الصدم مرن فإن الطاقة الحركية للجملة تكون محفوظة أي :

طح = طح'

أي أن : $\frac{1}{2} ك_1 س ع_1^2 = \frac{1}{2} ك_1 س ع'^2_1 + \frac{1}{2} ك_2 س ع'^2_2$ ، حيث ك$_1$ = ك$_2$ = ك

إذن : $س ع_1^2 = س ع'^2_1 + س ع'^2_2$.

ونكتب أيضاً : $\overleftarrow{س ع_1^2} = \overleftarrow{س ع'^2_1} + \overleftarrow{س ع'^2_2}$ .....(2)

(لأن $س ر^2 = س ر . س ر$ تجب $س ر^2 \geq 0$

بتربيع المعادلة (1) نجد :

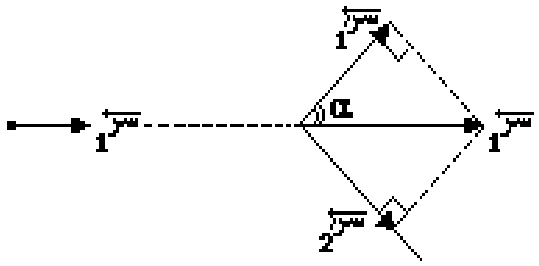
$$\overleftarrow{س ع_1^2} = (\overleftarrow{س ع'_1} + \overleftarrow{س ع'_2})^2 = \overleftarrow{س ع'^2_1} + \overleftarrow{س ع'^2_2} + 2 \overleftarrow{س ع'_1} \overleftarrow{س ع'_2}$$

. . (3)

بمقارنة (3) مع (2) نستنتج أن :

2 $\overleftarrow{س ع'_1} \overleftarrow{س ع'_2} = 0$ أي $\overleftarrow{س ع'_1} \overleftarrow{س ع'_2} = 0$

ولا يتحقق ذلك إلا إذا كان الشعاعان $\overleftarrow{سو_1}$ ، $\overleftarrow{سو_2}$ متعامدين وبالتالي فإذا عرفنا حامل إحدى هاتين السرعتين أمكننا ذلك من معرفة الشعاعين $\overleftarrow{سو_1}$ ، $\overleftarrow{سو_2}$ (حاملاً وجهة وشدة)



مثلاً :

إذا كانت ($\overleftarrow{سو_1}$ ، $\overleftarrow{سو_1}$) = α

فنكتب :

$$\text{تجب } \alpha = \frac{سو_1'}{سو_1} \Leftarrow سو_1' = سو_1 \text{ تجب } \alpha$$

$$\text{جب } \alpha = \Leftarrow \frac{سو_2'}{سو_1} \quad سو_2' = سو_1 \text{ جب } \alpha$$

تمرين 1 :

تتحرك كرة (أ) كتلتها $ك_أ$ بسرعة $سو_أ = 3$ م/ثا فتصدم وجها لوجه كرة أخرى (ب) كتلتها $ك_ب$ ساكنة . إذا كانت الكرة (أ) تبقى ساكنة بعد الصدم فاحسب سرعة الكرة (ب) بعد الصدم في الحالتين التاليتين :

1) $ك_أ = ك_ب$ (كتلتا الكرتين متساويتان)

2) $ك_أ = \frac{9}{10} ك_ب$.

الحل : الجملة الميكانيكية (أ ، ب) شبه معزولة ميكانيكيا إذ كمية الحركة محفوظة أي : $\overleftarrow{كه}$ (قبل الصدم) = $\overleftarrow{كه}$ (بعد الصدم)

$$\overleftarrow{كه_أ} + \overleftarrow{كه_ب} = \overleftarrow{كه_أ'} + \overleftarrow{كه_ب}$$

$$ك_أ \overleftarrow{سو_أ} + 0 = \overleftarrow{0} + ك_ب \overleftarrow{سو_ب'}$$

ومنه : $\overleftarrow{سو_ب'} = \frac{ك_أ}{ك_ب} \overleftarrow{سو_أ}$

أي أن $\overleftarrow{سو_ب'}$ له نفس حامل وجهة $\overleftarrow{سو_أ}$ وطويلته هي :

$$\vec{س}_{ب}' = \frac{ك_{أ}}{ك_{ب}} \vec{س}_{أ}$$

الحالة الأولى :

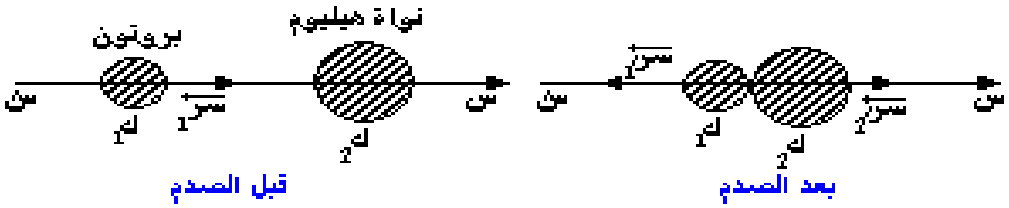
$ك_{أ} = ك_{ب} \Leftarrow \vec{س}_{ب}' = \vec{س}_{أ} = 3$ م / ثا

لحالة الثانية :

$$ك_{أ} = \frac{9}{10} ك_{ب} \Leftarrow \vec{س}_{ب}' = \frac{9}{10} \times \vec{س}_{أ} = \frac{9}{10} \times 3 = 2.7 \text{ م/ثا}$$

تمرين 2 :

يصدم بروتون كتلته $ك_{أ} = 1.67 \cdot 10^{-27}$ كغ وسرعته $\vec{س}_{1} = 5 \cdot 10^{6}$ م/ثا نواة هيليوم ساكنة كما في الشكل



بعد الصدم تتحرك نواة الهيليوم في إتجاه $\vec{س}_{أ}$ بسرعة $س_{2}' = 2 \cdot 10^{6}$ م/ثا

بينما يرتد البروتون بسرعة $\vec{س}_{1}' = 3 \cdot 10^{6}$ م/ثا

إستنتج من هذه المعطيات كتلة نواة الهيليوم 00000000000.

الحل :

نعبر عن كمية الحركة للجملة شبه المعزولة (بروتون ، نواة الهيليوم) قبل وبعد الصدم :

قبل الصدم : $\vec{ك\vec{ه}} = \vec{ك\vec{ه}}_{أ} + \vec{ك\vec{ه}}_{2} = ك_{1} \vec{س}_{1} + 0$

بعد الصدم : $\vec{ك\vec{ه}} = \vec{ك\vec{ه}}_{1} + \vec{ك\vec{ه}}_{2} = ك_{1} \vec{س}_{1}' + ك_{2} \vec{س}_{2}'$

وبما أن كمية الحركة محفوظة إذن :

$$\vec{ك\vec{ه}} = \vec{ك\vec{ه}}$$

$$ك_{1} \vec{س}_{1} = ك_{1} \vec{س}_{1}' + ك_{2} \vec{س}_{2}'$$

إسقاط هذه العلاقة على المحور سَ س نجد :

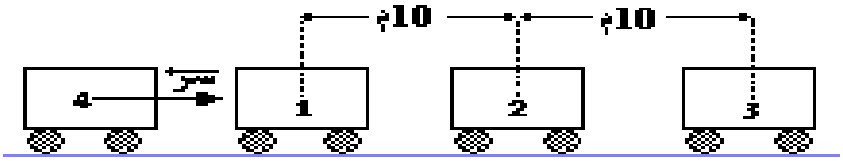
$= ك_1 سو_1 - ك_1 سو_1' + ك_2 سو_2'$

$ك_1 (سو_1 + سو_1') = ك_2 سو_2' \Leftarrow ك_1 = \frac{سو_1 + سو_1'}{سو_2'}$

$ك_1 = \frac{10.3^6 + 10.5^6}{10.2^6} = 27^- 10 . 1.67 = 27^- 10 \times 4 = 27^- 10 . 6.7$ كغ

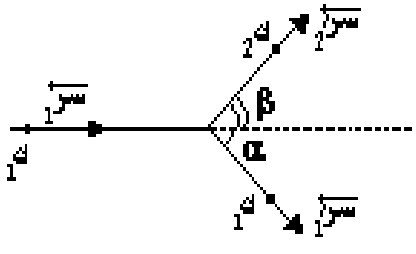
أسئلة التصحيح الذاتي

أ – لدينا 3 عربات متماثلة ساكنة على سكة أفقية تبعد عن بعضها البعض 10 م تأتي عربة مماثلة للثلاث الأولى على نفس السكة بسرعة سر = 2 م/ثا،



إذا كانت العربات تلتحم ببعضها بعد الصدم
(الصدم لين) فعين :
أ – السرعة بعد كل صدم
ب – المدة الزمنية بين الصدم الأولى والصدم الأخير.

2 – نفجر حجراً كبيراً بواسطة الديناميت فينقسم إلى ثلاث شظايا كتلتها على التوالي 10 كغ، 20 كغ تندفع الشظيتان الأوليان وفق مسارين متعامدين بسرعتين $سو_1$ = 6 م/ثا ، $سو_2$ = 16م/ثا على التوالي أرسم شكلاً وعين :
أ – حامل الشظية الثالثة
ب – سرعتها الإبتدائية



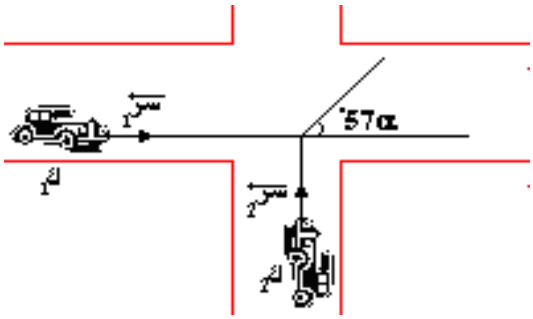
3 – ينزلق جسم كتلته $ك_1$ = 100 غ على سطح بحيرة جليدية فيصدم حجراً ساكناً كتلته $ك_2$ = 70 غ بسرعة $سو_1$ = 10 م/ثا وينطلق بعد الصدم في اتجاه يصنع زاوية $\alpha = 30°$ مع اتجاهه الابتدائي بينما ينطلق الحجر في اتجاه

يصنع زاوية β = 50° مع الاتجاه الابتدائي للجسم (الشكل)

أ – أحسب سرعتي الجسم(سرَ$_1$) والحجر (سرَ$_2$) بعد الصدم مباشرة

ب – هل تنحفظ الطاقة الحركية خلال الصدم ؟

4 – في الشتاء يكثر الإنزلاق في الطرق. نفرض أن السيارات التي تسير فيها هي جمل شبه معزولة.



تصطدم سياراتان كتلتاهما ك$_1$ 1000 كغ، ك$_2$ = 800 كغ في ملتقى طريقين متعامدين (الشكل) بسرعتين سو$_1$ = 40 كلم/سا ، سو$_2$ تبقى السيارتان ملتحمتين بعد الصدم وتأخذ الجملة إتجاها يصنع زاوية α = 57° مع الإتجاه الإبتدائي للسيارة الأولى.

إذا كانت السرعة على الطريقين محدودة بـ 45 كم/سا (حسب قانون المرور في الطرق المتجلدة) فهل كان سائق السيارة الثانية متجاوزاً لقانون المرور أم لا ؟

5 – يضرب لاعب كرة مضرب (تنس) كرة تأتيه بسرعة سو$_1$ = 100 كم /سا فتنطلق الكرة في إتجاه معاكس لاتجاهها الإبتدائي بسرعة سو$_2$ = 160 كم/سا نقيس قوة تأثير الكرة على شباك المضرب أثناء التصادم فنجد أن ق = 520 ن ، نهمل ثقل الكرة أمام قوة المضرب.

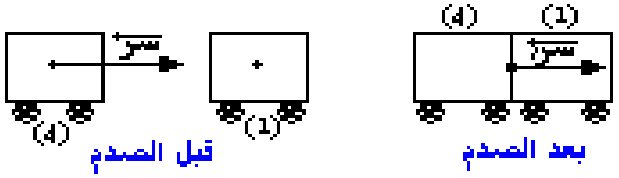
– أحسب مدة تلامس الكرة بالمضرب إذا فرضنا أن ق ثابتة وأن كتلة الكرة هي : ك = 57 غ.

أجوبة التصحيح الذاتي : (الجزء لثاني)

1 – أ – **الصدم الأول** (بين العربة الرابعة والعربة الأولى)

الجملة هي ($ع_4 + ع_1$) نطبق مبدأ إنحفاظ كمية الحركة بإعتبار الجملة معزولة ميكانيكيا :

كمية الحركة قبل الصدم = كمية الحركة بعد الصدم



$\vec{كه} = \vec{كه}$

$\vec{كه} = ك \vec{سر_4} + ك \vec{سر_1} = ك \vec{سر_4} + 0$

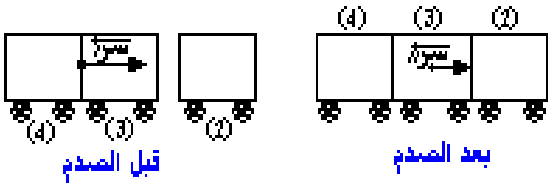
$\vec{كه} = (ك + ك) \vec{سرَ} = 2 ك \vec{سرَ}$

$\vec{كه} = \vec{كه} \Leftrightarrow ك \vec{سر_4} = 2 ك \vec{سرَ} \Leftarrow \vec{سرَ} = \frac{ك}{2ك} (سر_1) = \frac{\vec{سر_4}}{2}$

ومنه نستنتج أن لسرعة الجملة($ع_4 + ع_1$) سرعة $\vec{سرَ}$ لها نفس حامل $\vec{سر_4}$ ونفس جهة $\vec{سر_4}$ وشدتها سرَ $= \frac{سر_4}{2} = \frac{2}{2} = 1$ م/ثا

– الصدم الثاني (بين الجملة $ع_4+ع_1$ والعربة الثانية)

الجملة معزولة ميكانيكيا :



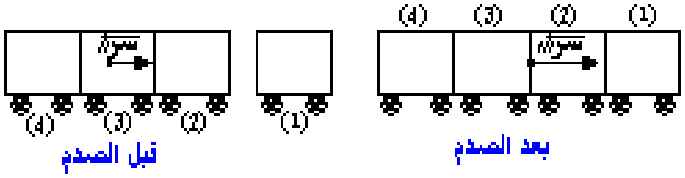
$\vec{كه} = \vec{كه}$

أي $2 ك \vec{سرَ} + 0 = 3 ك \vec{سرً}$

$\Leftarrow \vec{سرً} = \frac{2}{3} \vec{سرً}$

ومنه نستنتج أن للسرعة $\vec{سرً}$ نفس الحامل السرعة $\vec{سرً}$ ونفس جهتها وشدتها : سرً $= \frac{2}{3}$ سرَ $= \frac{2}{3} \times 1 = 0.67$ م/ثا

– الصدم الثالث (بين الجملة ع



الجملة معزولة ميكانيكيا

;

$\overleftarrow{ك_{ه}} = \overleftarrow{ك_{ه}}$

$\overleftarrow{ك_{ه}} = \overleftarrow{ك_{ه}}$

أي : 3 ك $\overleftarrow{سـ_{ه}}$ + 0 = 4 ك $\overleftarrow{سـ_{ه}}$ $\Leftarrow$ $\overleftarrow{سـ_{ه}} = \frac{3}{4}$ سـ$_{ر}$

ومنه نستنتج أن للسرعة $\overleftarrow{سـ_{ه}}$ نفس حامل السرعة $\overleftarrow{سـ_{ه}}$ ونفس جهتها وشدتها :

سـ$_{ر}$ = $\frac{4}{3}$ سـ$_{ر}$ = = $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$ = 0.5م/ثا

ب – المدة الزمنية المستغرقة بين الصدم الأول والأخير = المدة الزمنية بين الصدم الأول والثاني + المدة الزمنية بين الصدم الثاني والثالث ونكتب : ز = ز$_{1}$ + ز$_{2}$

– **حساب** ز$_{1}$:

سرعة الجملة (ع$_{4}$ + ع$_{1}$) بعد الصدم ثابتة ومنه فالحركة مستقيمة منتظمة معادلتها :

س$_{1}$ = سـ$_{ر}$ ز$_{1}$ $\Leftarrow$ ز$_{1}$ = $\frac{س_{1}}{سـ_{ر}}$ = $\frac{10}{1}$ = 0 ثا

– **حساب** ز$_{2}$

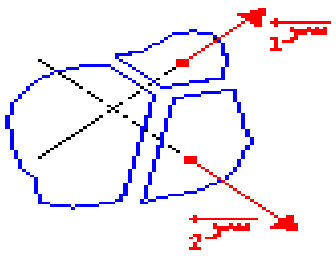
سرعة الجملة (ع$_{4}$+ع$_{1}$ +ع$_{2}$) ثابتة بعد الصدم ومنه فالحركة مستقيمة منتظمة معادلتها

س$_{2}$ = سـ$_{ر}$ ز$_{2}$ $\Leftarrow$ ز$_{2}$ = $\frac{س_{2}}{سـ_{ر}}$ = $\frac{10}{2/3}$ = $\frac{30}{2}$ = 15 ثا

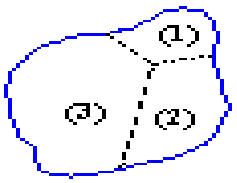
ومنه تكون المدة الزمنية المطلوبة :

ز = ز$_{1}$ + ز$_{2}$ = 10 + 15 = 25 ثا

2 – نعتبر الجملة معزولة ميكانيكيا ومنه نطبق مبدأ إنحفاظ كمية الحركة أي أن كمية الحركة قبل الانفجار تساوي كمية الحركة بعد الانفجار.



بعد الانفجار



قبل الانفجار

ونكتب $\vec{كة} = \vec{كة}$

قبل الانفجار الحجر ساكن ومنه $\vec{كة} = \vec{0}$

بعد الانفجار مباشرة : $\vec{كة} = \vec{كة}_1 + \vec{كة}_2 + \vec{كة}_3$

ومنه $\vec{0} = \vec{كة}_1 + \vec{كة}_2 + \vec{كة}_3$

$\vec{كة}_1 = ك_1 \vec{سر}_1 \Leftarrow \vec{كة}_1 = ك_1 \quad سر_1 = 10 \times 6 = 60$ كغ م/ثا.

$\vec{كة}_2 = ك_2 \vec{سر}_2 \Leftarrow \vec{كة}_2 = ك_2 \quad سر_2 = 5 \times 16 = 80$ كغ م/ثا.

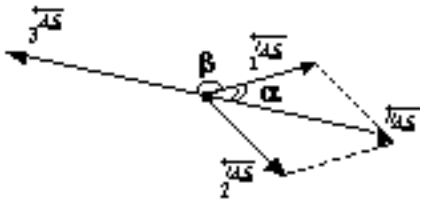
لتبسيط الدراسة نرسم الأشعة $\vec{كة}_1$، $\vec{كة}_2$ ، $\vec{كة}_3$

في نفس نقطة التأثير ونلاحظ أن حاملي $\vec{كة}_1$، $\vec{كة}_2$ متعامدان لأن حاملي $\vec{سر}_1$ ، $\vec{سر}_2$ متعامدان

لدينا $\vec{كة}_1 + \vec{كة}_2 + \vec{كة}_3 = \vec{0}$

$\Leftarrow \vec{كة}_3 = -(\vec{كة}_1 + \vec{كة}_2) = -\vec{كة}$

حيث $\vec{كة}$ محصلة $\vec{كة}_1$ ، $\vec{كة}_2$



من العلاقة $\vec{كة}_3 = -\vec{كة}$

نستنتج خواص $\vec{كة}_3$

وهي : حاملها هو حامل $\vec{كة}$ ، جهتها هي الجهة المعاكسة لجهة $\vec{كة}$

شدتها هي شدة كةً أي : $\vec{كة}_3 = \vec{كة}$

أ – **حامل** $\vec{سر}_3$: لدينا من الشكل ظل$\alpha = \frac{\vec{كة}_2}{\vec{كة}_1} = \frac{80}{60} = \frac{8}{6} = 1.33$

ومنه $\alpha = 53°$

وبما أن $\vec{كة}_3 = ك_3 \vec{سر}_3$ (أي أن حامل $\vec{سر}_3$ هو حامل $\vec{كة}_3$)

$\vec{كة}_1 = ك_1 \vec{سر}_3$ (أي أن حامل $\vec{سر}_1$ هو حامل $\vec{كة}_1$)

فإن السرعة $\overleftarrow{سو}_1$ تصنع زاوية مع $\overleftarrow{سو}_1$ هي : $\beta = \pi - \alpha$

$\beta = 180 - 53 = 127°$ (الشكل)

ب – شدة $\overleftarrow{سو}_3$

$\overleftarrow{كه}$ هي محصلة $\overleftarrow{كه}_1$ ، $\overleftarrow{كه}_2$ إذن : $\overleftarrow{كه} = \text{ق}\sqrt{\text{كه}_1^2 + \text{كه}_2^2}$

لأن زاوية بين $\overleftarrow{كه}_1$ ، $\overleftarrow{كه}_2$ قائمة

أي أن كه = ق $\sqrt{60^2 + 80^2}$ = ق $\sqrt{6400 + 3600}$ = ق $\sqrt{10000}$ = 100 كغ م/ثا

ومن العلاقة $\overleftarrow{كه}_3 = -$ نستنتج أن $\overleftarrow{كه}_3 =$ $\overleftarrow{كه}$ = 100 كغ م/ثا^2

وبما أن $\overleftarrow{كه}_3 = \text{ك}_3$ $\overleftarrow{سو}_3$ ، فإن :

$$\overleftarrow{سو}_3 = \frac{\overleftarrow{كه}_3}{\text{ك}_3} = \frac{100}{20} = 5 \text{ م/ثا}.$$

3 – الجملة معزولة ميكانيكياً إذن :

كمية الحركة قبل الصدم $\overleftarrow{كه}$ = كمية الحركة بعد الصدم $\overleftarrow{كه}$

$\overleftarrow{كه} = \overleftarrow{كه}$

أي أن : $\text{ك}_1 \overleftarrow{سو}_1 = \text{ك}_1 \overleftarrow{سو}_1' + \text{ك}_2 \overleftarrow{سو}_2'$

نرسم الأشعة : $\overleftarrow{كه}_1 = \text{ك}_1 \overleftarrow{سو}_1$: الذي حامله هو حامل $\overleftarrow{سو}_1$ وجهته هي جهة $\overleftarrow{سو}_1$

وشدته كه = $\text{ك}_1 \overleftarrow{سو}_1 = 0.1 \times 10 = 1$ كغ م/ثا

$\overleftarrow{كه}_1 = \text{ك}_1 \overleftarrow{سو}_1'$: الذي حامله هو حامل $\overleftarrow{سو}_1'$ وجهته هي جهة $\overleftarrow{سو}_1'$

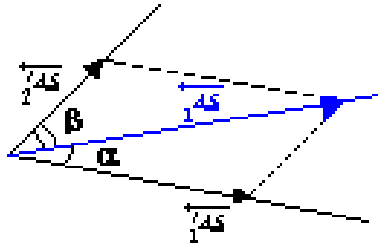
وشدته $\text{كه}_1 = \text{ك}_1 \overleftarrow{سو}_1$

$\overleftarrow{كه}_2 = \text{ك}_2 \overleftarrow{سو}_2'$: الذي حامله هو حامل $\overleftarrow{سو}_2'$ وجهته هي جهة $\overleftarrow{سو}_2'$

وشدته $\text{كه}_2 = \text{ك}_2 \overleftarrow{سو}_2'$

نأخذ نفس نقطة التأثير

للأشعة الثلاثة بإختيار



سلم رسم مناسب :

الشكل : 1 سم ← 0.2 كغ .م/ثا)

ومنه نكتب $\overleftarrow{كه}_1 = \overleftarrow{كه}_1 + \overleftarrow{كه}_2$

حيث $\overleftarrow{كه}_1 = ك_1 \overleftarrow{سو}_1$ ، $\overleftarrow{كه}_1 = ك_1 \overleftarrow{سو}_1$ ، $\overleftarrow{كه}_2 = ك_1 \overleftarrow{سو}_2$

نقيس $\overleftarrow{كه}_1$ ، $\overleftarrow{كه}_2$ نجد :

$\overleftarrow{كه}_1 = 3.85 \times 0.2 = 0.77$ كغ . م/ثا

$\overleftarrow{كه}_2 = 2.50 \times 0.2 = 0.50$ كغ. م/ثا

ومنه نستنتج أن :

$$\text{سو}_1 = \frac{\overleftarrow{كه}_1}{ك_1} = \frac{0.77}{0.1} = 7.7 \text{ م/ثا.}$$

$$\text{سو}_2 = \frac{\overleftarrow{كه}_2}{ك_2} = \frac{0.50}{0.07} = 7.1 \text{ م/ثا.}$$

ب – نحسب الطاقة الحركية للجملة (جسم + حجر) قبل وبعد الصدم.

قبل الصدم : طح = $ك_1 = \frac{1}{2} \times$ سو$_1^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (10)^2 = 5$ جول

بعد الصدم : طحَ = $ك_1 = \frac{1}{2}$ سو$_1^{2}$ + $\frac{1}{2} ك_1$ سوَ$_2^2$

طحَ = $\frac{1}{2} \times 0.1 \times (7.7)^2 + \frac{1}{2} \times 0.07 \times (7.1)^2$

طحَ = 2.97 + 1.76

طحَ = 4.73 جول.

طح ≠ طحَ ومنه فإن الطاقة الحركية للجملة لم تنحفظ خلال الصدم ونلاحظ أن طحَ < طح (4.73< 5) أي أم جزءاً من الطاقة الحركية للجملة ضاع أثناء الصدم بسبب تشوه الجسمين تشوهاً طفيفاً أثناء الصدم وبسبب الاحتكاك الذي يجعل جزءاً من هذه الطاقة تضيع على شكل حرارة وإذا تأملنا جيداً في المصعد نجده في المصعد عبارة عن عَرفة صغيرة تدعى (مقصورة) مشدودة بحبل متين

(كابل) يشده أثناء حركته محرك كهربائي شكل (1)

1 – 1 – دراسة حركة المصعد أثناء الصعود :

– المصعد يخضع لقوتين وهما :

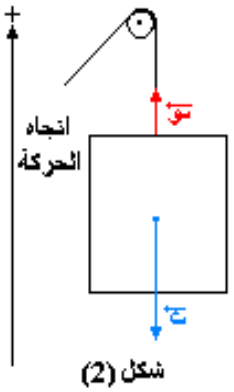
– الثقل ($\overleftarrow{ث}$) وهي قوة شاقولية إتجاهها للأسفل

– توتر الحبل ($\overleftarrow{تو}$) وهي قوة شاقولية إتجاهها للأعلى أنظر الشكل (2)

– لدراسة حركة المصعد نطبق المبدأ الأساسي في التحريك : $\sum \overleftarrow{ق} = ك . \overleftarrow{تع}$

فنحصل على

$\overleftarrow{تو} + \overleftarrow{ث} = ك . \overleftarrow{تع}$



شكل (2)

وبتوجيه الحركة نحو الأعلى

والإسقاط ينتج :

تو – ث = ك . تع ومنه

تو = ث + ك. تع . . . . . (1)

حيث (ك) كتلة المصعد.

– مناقشة :

– من خلال العلاقة (1) يمكن أن نلاحظ ما يلي

– إذا كانت حركة المصعد متسارعة بإنتظام (تع> 0) فيكون تو> ث

– إذا كانت حركة المصعد منتظمة (تع = 0) فيكون تو = ث

إذا كانت حركة المصعد متباطئة بانتظام (تع< 0) فيكون : تو < ث

نتيجة :

قوة شدة الحبل (التوتر : تو) قيمتها لا تكون ثابتة أثناء حركة المصعد فهي تتغير بتغير نوع وطبيعة الحركة.

5 – لدينا $\sum \overleftarrow{ق}_{خ} = \frac{\Delta \overleftarrow{ك ع}}{\Delta ز}$ (قانون الدفع)

القوة الخارجية الوحيدة المؤثرة على الكرة هي قوة المضرب ، وحسب مبدأ الأفعال المتبادلة فإن قوة تأثير المضرب على الكرة تساوي في الشدة قوة تأثير الكرة على المضرب (نهمل ثقل الكرة أمام قوة المضرب) ومنه فإن : $\sum \overleftarrow{ق}_{م} = -\overleftarrow{ق}$

ومنه نكتب $\overleftarrow{ق} = \frac{\Delta \overleftarrow{كه}}{\Delta ز}$

أي ق = $\frac{\Delta \overleftarrow{كه}}{\Delta ز} \Leftarrow \Delta ز = \frac{\Delta \overleftarrow{كه}}{ق} = \frac{كهَ - كه}{ق}$

حيث كهَ : شدة كمية الحركة للكرة بعد التصادم : كهَ = ك $سرَ_1$

كه = شدة كمية الحركة للكرة قبل التصادم كهَ = ك $سر_1$

ومنه $\Delta ز = \frac{ك\ سرَ_1 - ك\ سر_1}{ق} = \frac{ك(\ سرَ_1 - سر_1)}{ق}$

$سر_1 = \frac{100}{3.6}$ م/ ثا $سرَ_1 = \frac{160}{3.6}$ م/ ثا ،

ك = $10\ .57\ ^{-3}$ كغ

$$\Delta ز = \frac{\left(\frac{100}{3.6} - \frac{160}{3.6}\right) \times 10\ .57\ ^{-3}}{520} = \frac{\left(\frac{100\ -160}{3.6}\right) \times 10\ .57\ ^{-3}}{520}$$

$\Delta ز = \frac{60 \times 10\ .57\ ^{-3}}{3.6 \times 520} = 10\ .1.83\ ^{-3}$ ثا = 1.83 ملي ثا.

نظرية مركز العطالة

أهداف الدرس :

1 – يعبر عن المبدأ الأساسي للتحريك بالتغير في كمية الحركة .

2 – يعرف مبدأ العطالة ومبدأ الأفعال المتبادلة.

3 – يبرهن عن نظرية الطاقة الحركية ويطبقها.

المدة اللازمة للدراسة : 3 ساعات

الدروس التي ينبغي الرجوع إليها :

* مبدأ العطالة ومبدأ الأفعال المتبادلة من برنامج السنة الأولى ثانوي

* العمل ونظرية الطاقة الحركية من برنامج السنة الثانية ثانوي.

المراجع : – كتاب الفيزياء للسنة الثالثة ثانوي – المعهد التربوي الوطني

– كتاب فيزياء خارجي.

تصميم الدرس :

1 – المبدأ الأساسي للتحريك

2 – نتائج المبدأ الأساسي للتحريك

3 – مبرهنة الطاقة الحركية

4– أسئلة التصحيح الذاتي

5 –أجوبة التصحيح الذاتي

5 – 1 – المبدأ الأساسي للتحريك :

عرفت عزيزي الطالب ، أن معلم الغاليلي هو المعلم الذي يتحقق فيه مبدأ العطالة، أي أن مركز عطالة الجملة المعزولة ميكانيكيا في هذا المعلم يكون إما ساكن إذا كان في الأصل ساكناً

($\vec{سر} = 0$) أو في حالة حركة مستقيمة منتظمة إذا كان متحركا $\left(\vec{سر} = \overleftarrow{ثابت} \right)$ ومنه فإن كمية حركتها تكون ثابتة وللتغيير من سرعتها وبالتالي من كمية حركتها يجب أن نؤثر عليها بقوة $\vec{ق}$

– إن العلاقة التي تربط بين القوة (أو القوى) المطبقة على الجملة المادية وكمية حركتها تعطى بالمعادلة $\boxed{\sum \vec{ق}_{خ} = \frac{د \vec{كه}}{د ز}}$ نسمي هذه المعادلة العلاقة الأساسية للتحريك حيث $\frac{د \vec{كه}}{د ز}$ هو مشتق كمية الحركة بالنسبة للزمن ، ومنه نكتب

نص المبدأ الأساسي للتحريك :

في المرجع الغاليلي ، يكون المجموع الشعاعي للقوى الخارجية المؤثرة في جملة مادية مساوياً لمشتق كمية حركة هذه الجملة بالنسبة للزمن وذلك في كل لحظة زمنية.

من هذا المبدأ نستنتج نظرية تسمى نظرية مركز العطالة.

فإذا كانت لدينا جملة مادية كتلتها " ك " وسرعة مركز عطالتها (مـ) في مرجع غاليلي $\vec{سر}_{م}$ وتخضع لمجموعة قوى خارجية $\sum \vec{ق}_{خ}$ في لحظة زمنية (ز) فإن كمية حركتها تكتب :

$$\vec{كه} = ك \vec{سر}_{م}$$

وحسب العلاقة الأساسية للتحريك :

$$\sum \vec{ق}_{خ} = \frac{د \vec{ك}_{ه}}{د ز} = \frac{د\left(ك \vec{سو}_{م}\right)}{د ز} = ك \frac{د \vec{سو}_{م}}{د ز} = ك \vec{تع}_{م}$$

$$\boxed{\sum \vec{ق}_{خ} = ك \vec{تع}_{م}}$$

$\vec{تع}_{م}$: تسارع مركز عطالة الجملة (مـ)

*** مميزات تسارع مركز عطالة الجملة $\vec{تع}_{م}$:**

حامله :

حامل محصلة القوى الخارجية المؤثرة في الجملة

جهته :

هي جهة محصلة القوى الخارجية المؤثرة في الجملة.

شدته :

$تع_{م} = \frac{ق}{ك}$ ،حيث " ق " شدة محصلة القوى الخارجية

إن العلاقة السابقة تعبر عن نظرية مركز العطالة وهذا نصها .

نص نظرية مركز العطالة : – في المرجع الغاليلي ، يكون المجموع الشعاعي للقوى الخارجية المؤثرة في جملة مادية مساوياً في كل لحظة زمنية جداء كتلة الجملة بشعاع تسارع مركز عطالتها.

5 – 2 – نتائج المبدأ الأساسي للتحريك :

أ – مبدأ العطالة :

نذكرك عزيزي الطالب بهذا المبدأ الذي تعرضنا له في بداية هذه الوحدة (الفقرة 2 – 1) ونصه :

إن الجسم الساكن يبقى ساكنا والجسم المتحرك يبقى متحركاً بسرعة ثابتة في خط مستقيم ما لم تؤثر عليه قوة تغير من حالته الحركية ونتحقق من ذلك بإستعمال نظرية مركز العطالة.

$$\sum \vec{ق}_{خ} = ك \vec{تع}_{م} = \vec{0} \Leftarrow \vec{تع}_{م} =$$

2 – مفهوم القياس الفيزيائي :

لأن ك ≠ 0

لدينا $\vec{تع}_{م} = \frac{د\ \vec{سر}_{م}}{د ز}$

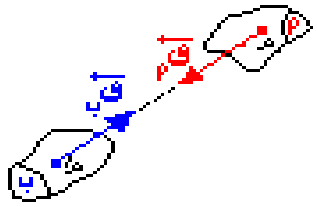
فإذا كان الجسم ساكنا فإن $\vec{سر}_{م} = \vec{0}$ والعلاقة محققة

وإذا كان الجسم في حركة مستقيمة منتظمة $\vec{سر}_{م} \Leftarrow \vec{ثا} \Leftarrow \Leftarrow تع_{م} = \vec{0}$

ب – مبدأ القوى الثابتة :

إذا أثرت قوة ثابتة في الحامل والجهة والشدة ($\vec{ق} = \vec{ثا}$) في جملة مادية كتلتها " ك " فإنها تكسب مركز عطالتها تسارعاً ثابتاً في الحامل والجهة والشدة ($\vec{تع} = \vec{ثا}$)

جـ – مبدأ الأفعال المتبادلة :



– نذكرك عزيزي الطالب

بنص المبدأ ،نص المبدأ :

إذا أثر جسم (أ) على جسم (ب) بقوة $\vec{ق}_{أ}$ فإن الجسم (ب) يؤثر بدوره على الجسم (أ) بقوة $\vec{ق}_{ب}$ بحيث يكون لهاتين القوتين نفس الحامل والشدة ومتعاكسان في الإتجاه، ونعبر عن ذلك رياضيا بالعلاقة :

$$\vec{ق}_{أ} = -\vec{ق}_{ب}$$ أي $$\vec{ق}_{أ} + \vec{ق}_{ب} = \vec{0}$$

فإذا سمينا $\vec{ق}_{أ}$ " الفعل " فإن $\vec{ق}_{ب}$ تسمى " رد الفعل " ومنه يمكن صياغة نص المبدأ كالتالي :

" لكل فعل رد فعل مساو له في المقدار ومضاد له في الإتجاه وعلى إستقامته "

ملاحظات :

1 – الدفع في الجملة المادية : إذا اعتبرنا أن :

$\vec{ق}$ = مجموع القوى الخارجية المؤثرة في الجملةفإن مركز العطالة

تكتب كالتالي : $\vec{ق}$ = ك $\vec{تع}$ $\Leftarrow$ $\vec{ق}$ = ك $\frac{د \vec{سر}_م}{د ز}$ = $\frac{د \vec{كه}}{د ز}$ ،

و منه نكتب : $\boxed{\vec{ق} د ز ك = د \vec{سر}_م = د \vec{كه}}$

يسمى : $\vec{ق}$ د ز الدفع الذي تتلقاه الجملة المادية خلال المجال الزمني د ز وهو يساوي (د $\vec{كه}$) أي التغير في كمية الحركة.

2 – إن المبادئ السابقة ، لا تتحقق إلا إذا كانت سرعة مركز عطالة الجسم المادية أقل من سرعة الضوء في الخلاء ($سر_{ض}$ = 3 . 10 8 م/ثا). أما إذا اقتربت سرعة الجملة من سرعة الضوء في الخلاء فإن قوانين الميكانيك الكلاسيكي تصبح غير

صالحة ونطبق مكانها قوانين أخرى هي قوانين الميكانيك النسبوي والتي سنتعرض إلى دراستها في المحور الأخير من البرنامج (شعبة العلوم الدقيقة فقط)

5 – 3 – مبرهنة الطاقة الحركية :

لقد درست عزيزي الطالب ، نظرية الطاقة الحركية لجملة مادية تتحرك حركة انسحابية في السنة الثانية ثانوي، ولا شك أنك تذكر نصها " التغيير في الطاقة الحركية لجملة مادية خلال مجال زمني معين يساوي المجموع الجبري لأعمال القوى الداخلية

والخارجية المؤثرة في الجملة خلال نفس المجال الزمني "

أي Δ طح= طح$_2$ – طح$_1$ = Σ عم$_{\vec{ق}}$

وإليك برهانها.

لنعتبر جسماً كتلته "ك" يتحرك حركة انسحابية ، في اللحظة (ز) تكون سرعته $\vec{سر}$ = $\vec{سر}_م$ وكمية حركته $\vec{كه}$ = ك $\vec{سر}$ وطاقته الحركية :

طح = $\frac{1}{2}$ ك $سر^2$ ،

ويخضع لمجموعة قوى محصلتها $\vec{ق}$ ($\vec{ق}$ = $\Sigma \vec{ق}_ن$)

فخلال الانتقال العنصري $\overleftarrow{د ل}$ يكون العمل العنصري للقوة $\vec{ق}$ د عم = $\vec{ق}$. $\overleftarrow{د ل}$.

وعندما ينتقل مركز عطالة الجسم من الوضع (1) إلى الوضع (2) فإن عمل القوة ق يساوي مجموع الأعمال العنصرية د عم بين الوضعين (1) و(2) ونكتب :

$$\text{عم}_{\overleftarrow{\text{ق}}(2،1)} = \int_{1}^{2}\int_{1}^{2} \text{د عم} = \int_{1}^{2} \overleftarrow{\text{ق}} \cdot \text{دل}$$

وحيث أن $\overleftarrow{\text{ق}} = \frac{\text{د}\overleftarrow{\text{كـه}}}{\text{د ز}} = \frac{\text{د}\left(\text{ك}\ \overleftarrow{\text{سر}}\right)}{\text{د ز}} = \text{ك}\ \frac{\text{د}\overleftarrow{\text{سر}}}{\text{د ز}}$

و$= \overleftarrow{\text{د ل}} = \overleftarrow{\text{سر}} \cdot \text{د ز}$

فإن :

$$\text{عم}_{(2،1)}^{\leftarrow ق} = \int_1^2 \text{ك} \frac{\text{د سر}}{\text{د ز}} \cdot \overleftarrow{\text{سر}} \cdot \text{د ز} = \int_1^2 \text{ك} \cdot \overleftarrow{\text{سر}} \cdot \text{د } \overleftarrow{\text{سر}}$$

$$\text{عم}_{(2،1)}^{\leftarrow ق} = \left[\frac{1}{2} \text{ك سر}^2 \right]_1^2$$

ومنه نكتب :

$$\text{عم}_{(2،1)}^{\leftarrow ق} = \frac{1}{2} \text{ك سر}_2^2 - \frac{1}{2} \text{ك سر}_1^2 = \text{طح}_2 - \text{طح}_1 \quad \text{طح}_1$$

فإن :

$$\text{عم}_{(2،1)}^{\leftarrow ق} = \int \text{ك} \frac{\text{د سر}}{\text{د ز}} \cdot \text{سر} \cdot \text{د ز} = \int \text{ك} \cdot \text{سر} \cdot \text{د سر}$$

$$\text{عم}_{(2،1)}^{\leftarrow ق} = \frac{1}{2} \text{ك سر}^2$$

ومنه نكتب :

$$\text{عم}_{(2،1)}^{\leftarrow ق} = \frac{1}{2} \text{ك سر}_2^2 - \frac{1}{2} \text{ك سر}_1^2 = \text{طح}_2 - \text{طح}_1$$

الخلاصة :

يجب تذكر العلاقات التالية :

$$\sum \overleftarrow{ق} = \frac{\text{د ك}\overleftarrow{\text{ه}}}{\text{د ز}} \quad ، \quad \sum \overleftarrow{ق} = \text{ك } \overleftarrow{\text{تع}}_م$$

يجب معرفة تطبيق نظرية الطاقة الحركية :

$$\Delta \text{ طح} = \text{طح}_2 - \text{طح}_1 = \text{عم}_{(2،1)}^{\leftarrow ق}$$

أسئلة التصحيح الذاتي : (الجزء الأول)

1 – هل الجملة التالية صحيحة أم خاطئة ؟ علل

أ–إذا كانت سرعة مركز عطالة جسم ثابتة فإن مجموع القوى المطبقة عليه معدومة .

ب – إن العلاقة : $\sum \overleftarrow{ق} = \frac{\text{د ك}\overleftarrow{\text{ه}}}{\text{د ز}}$ تمكن في كل الحالات من تعيين تسارع مركز عطالة جسم.

ج – يوجد مالا نهاية من المراجع الغاليلية .

د – يوجد مالا نهاية من المراجع اللاغاليلية.

2 – ما هو الإقتراح الصحيح من بين الاقتراحات التالية ؟

أ – إن شعاع كمية الحركة لجسم لا يتغير بتغير المرجع الغاليلي.

ب – العبارة $\vec{كه} = ك \vec{سر}$ مـ لا تصح من أجل الجسيمات ذات السرعة الكبيرة

ج – إن العبارة عه = ك سر م الخاصة بجسم صلب هي صحيحة مهما كانت حركة الجسم (دوران ، إنسحاب ، إنسحاب ، دوران)

3 – يخضع جسم صلب في مرجع غاليلي إلى مجموعة قوى محصلتها معدومة ويكون مركز عطالتها في البداية ساكناً . هل يمكننا أن نقول أن الجسم ساكن

4 – نطبق قوة ثابتة ق على متحرك كتلته "ك" وهو ساكن عين الإقتراح (أو الاقتراحات) الصحيحة :

أ – الحركة مستقيمة منتظمة.

ب – الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

ج – كمية الحركة متناسبة مع الزمن.

د – المسافات المقطوعة متناسبة مع الزمن

ه – المسافات المقطوعة متناسبة مع مربع الزمن.

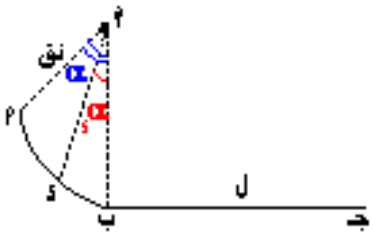
5 – أكتب عبارة الطاقة الحركية في الحالات التالية :

أ – حركة إنسحابية.

ب – حركة دورانية.

ج – حركة إنسحابية ودورانية معاً.

6 – ينزلق متزحلق كتلته 80 كغ ومركز عطالته (م) على مضمار مكون من جزئين أب ، ب ج يوجدان في نفس المستوى الشاقولي، الجزء الأول هو عبارة عن قوس أب مركزه م يوجد في شاقول



النقطة "ب" ونصف قطره نق = 50 م ، والجزء ب ج عبارة عن مستقيم أفقي طوله ل = 50 م

ينطلق المتزحلق بدون سرعة إبتدائية من النقطة أ بحيث ($\vec{م ب}$ ، $\vec{م أ}$) =α= $\frac{\pi}{3}$.

أ – بإهمال الاحتكاكات أحسب سرعة المتزحلق في النقطة (د) حيث ($\overleftarrow{م_ب}$ ، $\overleftarrow{م_أ}$) = $\alpha_د$ = $\frac{\pi}{6}$ ثم في النقطة (ب).

ب – في الحقيقة توجد إحتكاكات على المسار أ ب ج مكافئة لقوة مماسية للمسار شدتها ثابتة ق وجهتها معاكسة لجهة الحركة.

إذا كان المتزحلق يصل إلى ج بدون سرعة ، فأحسب قيمة ق نأخذ ج = 9.8 م.ثا$^{-2}$.

أجوبة التصحيح الذاتي :

1 – أ – $\overleftarrow{سر}$ = ثابت $\Leftarrow$ $\overleftarrow{تع}$ = $\overleftarrow{0}$ ومن نظرية مركز العطالة

$\sum \overleftarrow{ق}_{ـ}$ ك = $\overleftarrow{تع}$ = $\overleftarrow{0}$ فالعبارة صحيحة.

ب – العبارة خاطئة لأنه إذا كانت سرعة الجسم قريبة من سرعة الضوء فإن عبارة كمية الحركة $\overleftarrow{كه}$ = ك $\overleftarrow{سر}$ تصير غير صالحة للتطبيق ونطبق عندئذ قوانين الميكانيك النسبوي بدلاً من الميكانيك الكلاسيكي.

ج – بما أن كل مرجع يتحرك حركة مستقيمة منتظمة بالنسبة لأي مرجع غاليلي هو مرجع غاليلي ، إذن يوجد ما لانهاية من المراجع الغاليلية .

د – العبارة صحيحة أيضاً لأن كل مرجع لا يتحرك حركة مستقيمة منتظمة بالنسبة لمرجع غاليلي هو مرجع غير غاليلي

2 – أ – إن شعاع كمية الحركة لجسم لا بتغير المرجع إذا كان هذا الأخير غاليليا.

ب – نعم – (أنظر الجواب 1 ب)

ج – نعم – العبارة $\overleftarrow{كه}$ = ك $\overleftarrow{سر}_{ـ}$ تصلح مهما كانت حركة الجسم الصلب (إنسحابية – دورانية – إنسحابية ودورانية).

3 – لا – لأن الجسم يمكنه أن يكون في حالة دوران حول محور مار بمركز عطالته.

4 – أ – اقتراح خاطئ.

ب – إقتراح صحيح.

ج – نعم إقتراح صحيح لأن :

$$\frac{\text{د كه}}{\text{د ز}} = \vec{\text{ق}} \Leftarrow \frac{\text{د}}{\text{د ز}} (\text{ك } \vec{\text{سر}}) = \vec{\text{ق}} = \text{ثابت}$$

$$\text{ومنه } [\text{ك } \vec{\text{سر}}]_{\text{ز}=0} \Leftarrow \vec{\text{ق}}\,\text{ز} \quad \text{ك } \vec{\text{سر}} = \vec{\text{ق}}\,\text{ز}$$

$$\text{ومنه : } \vec{\text{كه}} = \vec{\text{ق}}\,\text{ز}$$

بما أن ق ثابتة إذن كمية الحركة تتناسب مع الزمن.

د – لا – لأن الحركة ليست مستقيمة منتظمة بل مستقيمة متغيرة بانتظام

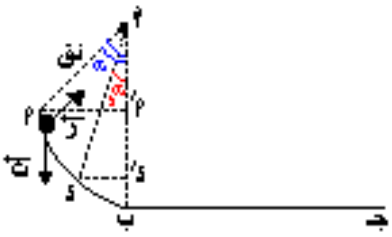
ه – نعم – لأن الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام والاقتراح صحيح.

5 – أ – عبارة الطاقة الحركية لجسم في حركة إنسحابية : طح = $\frac{1}{2}$ ك سر^2

ب – عبارة الطاقة الحركية لجسم في حركة دورانية : طح = $\frac{1}{2}$ عط سه^2

ج – عبارة الطاقة الحركية لجسم في حركة إنسحابية ودورانية معاً : طح = $\frac{1}{2}$ ك سر^2 + $\frac{1}{2}$ عط سه^2

6 – أ – بتطبيق نظرية الطاقة الحركية على المتزحلق في مرجع أرضي غاليلي بين اللحظتين ز$_{\text{أ}}$ ، ز$_{\text{د}}$ نجد : Δ = طح = $\sum$ عم$\left(\vec{\text{ق}}_{\text{ـ}}\right)$



طـح$_{\text{د}}$ – طـح$_{\text{أ}}$ = عم $(\vec{\text{ث}})$ + عم $(\vec{\text{ر}})$ . . . . . (1)

حيث ث ثقل الجملة ر فعل المضمار عليها.

* طـح$_{\text{د}}$ = $\frac{1}{2}$ ك سـر$^2_{\text{د}}$

* = طـح$_{\text{أ}}$ $\frac{1}{2}$ ك سـر$^2_{\text{أ}}$ = 0 (لأن المتزحلق ينطلق من السكون)

* $\text{عم}_{(\overleftarrow{ث})}$ = ث . ق = ك . ج أ دَ . . . . . (2)

حساب أ دَ :

أ دَ = م دَ – م أ

في المثلث م د دَ لدينا تجب $\alpha_{د}$ = $\frac{\text{م د}}{\text{م دَ}}$ = م دَ تجب $\alpha_{د}$ = نق تجب $\alpha_{د}$

في المثلث م أ أَ لدينا : تجب α = $\frac{\text{م أ}}{\text{م أَ}}$ = م أَ = م أَ تجب α = نق تجب α

ومنه : مَ دَ = نق تجب $\alpha_{د}$ – نق تجب α

أ دَ = نق (تجب $\alpha_{د}$ – تجب α)

بالتعويض في (2) نجد :

* $\text{عم}_{(ث)}$ = ك ج نق (تجب $\alpha_{د}$ – تجب α)،

لدينا * $\text{عم}_{(\overleftarrow{ث})}$ = 0 لأن $\overleftarrow{ر}$ عمودي على المسار في كل لحظة

إذن نكتب :

$\text{طـح}_{د}$ – $\text{طـح}_{أ}$ = $\text{عم}_{(\overleftarrow{ث})}$ + $\text{عم}_{(ر)}$

على الشكل :

$\frac{1}{2}$ ك $\text{سر}_{د}^{2}$ = ك ج نق (تجب $\alpha_{د}$ – تجب α)

ومنه نجد :

$\text{سر}_{د} = \sqrt{2 \text{ ج نق (تجب } \alpha_{ء} - \text{ تجب } \alpha)}$

$\text{سر}_{د} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 50 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} \approx 18.9$ م/ثا

حساب سرعة المتزحلق في النقطة (ب) :

– بإتباع نفس الطريقة نجد : $\text{سر}_{ب} = \sqrt{2 \text{ ج نق (تجب } \alpha_{ب} - \text{ تجب } \alpha)}$

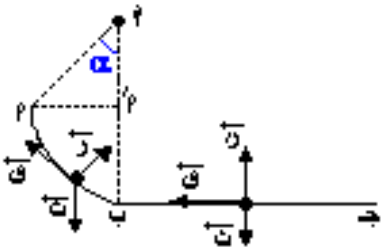
حيث $\alpha_{ب}$ = ($\overleftarrow{\text{م ب}}$ ، م ب) = 0

ومنه :

$\text{سر}_{ب} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 50 \text{ (تجب } 0 - \text{ تجب } \frac{\pi}{3})}$

$$\text{سرب} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}-1\right) 50 \times 9.8 \times 2} = \sqrt{490} \approx 22.1 \text{ م/ثا}$$

ب – نطبق نظرية الطاقة الحركية على المتزحلق بين الوضعين أ ، ب :



Δ طح = $\sum$ عم $\left(\overleftarrow{\text{ق}}_{\text{خ}}\right)$ ،

طح$_{(\text{ب})}$ – طح$_{(\text{أ})}$ = عم $\left(\overleftarrow{\text{ث}}\right)$ + عم $\left(\overleftarrow{\text{ر}}\right)$ + عم $\left(\overleftarrow{\text{ق}}\right)$

$\frac{1}{2}$ ك سر$^2_{\text{ب}}$ – 0 = ث أ ب + 0 – ق . أ ب ،

$\frac{1}{2}$ ك سر$^2_{\text{ب}}$ = ك ج نق (1 – تجبα) – ق . α . نق . . . . . .(3)

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين ب ، ج :

Δ طح = $\sum$ عم $\left(\overleftarrow{\text{ق}}_{\text{خ}}\right)$

طح$_{(\text{جـ})}$ – طح$_{(\text{ب})}$ = عم $\left(\overleftarrow{\text{ث}}\right)$ + عم $\left(\overleftarrow{\text{ر}}\right)$ + عم $\left(\overleftarrow{\text{ق}}\right)$

0 – $\frac{1}{2}$ ك سر$^2_{\text{ب}}$ = 0 + 0 – ق × ب ج

$\frac{1}{2}$ ك سر$^2_{\text{ب}}$ = ق × ب ج ، ب ج = نق

$\frac{1}{2}$ ك سر$^2_{\text{ب}}$ = ق . نق . . . . . (4)

(3) ، (4) نجد : ق نق = ك ج نق (1 – تجبα) – ق α نق

. ق نق + ق α نق = ك . ج نق(1 – تجبα) ،

ق نق (1 + α) = ك.ج نق (1 – تجبα) ،

ق = $\frac{\text{ك ج}(1 - \text{تجب}\alpha)}{\alpha + 1}$

ق = $\frac{9.8 \times 80 (0.5 - 1)}{\frac{\pi}{3} + 1} \approx 191$ ن.

تطبيقات نظرية مركز العطالة

أهداف الدرس :

1 – يكتسب منهجية لحل مسائل الديناميك باستعمال نظرية مركز العطالة

2 – يستنتج أن محصلة القوى في حركة دائرية منتظمة تكون جاذبة مركزية.

المدة الزمنية : 4 ساعات

المراجع : كتابي الفيزياء للسنة الثالثة ثانوي – المعهد التربوي

– كتاب فيزياء خارجي

تصميم الدرس

1 – حركة مركز عطالة جسم ينزلق على مستو مائل.

2 – النواس المخروطي.

3 – إجتياز منعطف.

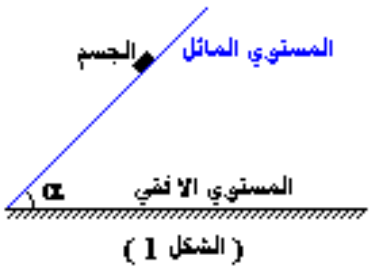
4 – طريقة حل مسألة في الديناميك.

– أسئلة التصحيح الذاتي.

– أجوبة التصحيح الذاتي.

حركة مركز عطالة جسم ينزلق على مستو مائل

يترك جسم صلب كتلته "ك" لينزلق بدون إحتكاك على مستوى مائل بزاوية (α) على المستوي الأفقي (شكل1)



(الشكل 1)

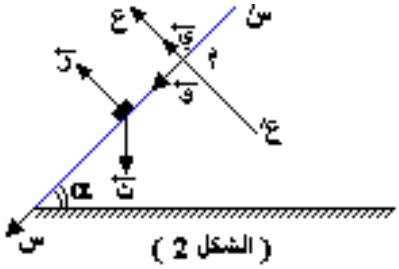
لدراسة حركة هذا الجسم :

– نختار مرجعاً غاليليا مناسبا وليكن المخبر ونزودهبمعلم مناسب وليكن المعلم المتعامد المتجانس (م ، $\vec{و}$ ، $\vec{ى}$)

– نحصى القوى الخارجية المؤثرة على الجسم وهي في هذه الحالة

ثقله $\vec{ث}$ = ك $\vec{ج}$: إتجاهه شاقولي نحو الأسفل

فعل المستوي المائل على الجسم ر وهو عمودي على المستوي المائل لعدم وجود الإحتكاك –



(الشكل 2)

– نطبق نظرية مركز العطالة على الجسم في المعلم (م ، $\vec{و}$ ، $\vec{ى}$)

$$\sum \vec{ق}_{خ} = ك \vec{تع}_{م}$$

حيث $\vec{تع}_{م}$: تسارع مركز عطالة الجسم ،

ومنه نكتب : $\vec{ث} + \vec{ر} = ك \vec{تع}_{م}$ . . . . . (1)

بإسقاط العلاقة (1) على المحورين م س ، م ع (الشكل 3) نجد :

– على م ع : ر – ث تجبα = 0 لأنه لا توجد حركة وفق عَ ع.

ومنه : | ث تجبα = ر | . . . . . (2)

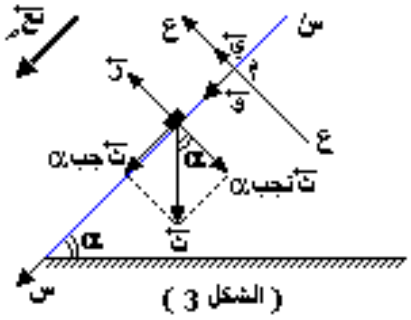
بالإسقاط عل م س :

ث جبα = ك تـع$_{م}$ ،

ونكتب :

ك ج جبα = ك تـع$_{م}$ ،

ومنه نجد :



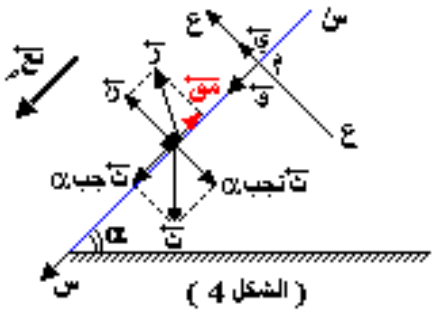
(الشكل 3)

| تـع$_{م}$ = ج جبα ، | . . . . (3)

من هذه العلاقة نستنتج أن :

تسارع مركز عطالة الجسم على المستوي المائل لا يتعلق بكتلة الجسم وإنما يتعلق بتسارع الجاذبية الأرضية في مكان التجربة (ج) وبزاوية ميل المستوي (α)

ففي مكان معين ومن أجل زاوية ميل ثابتة يكو α = $\overleftarrow{تع}_م$ ثابتاً وتكون حركة الجسم مستقيمة متسارعة بانتظام.



(الشكل 4)

- أما في وجود قوى إحتكاك فإن الدراسة تكون كالتالي .

نتبع نفس الخطوات السابقة :

- نختار مرجعا غاليليا ونزوده بمعلم،
- نحصي القوى المؤثرة مع ملاحظة أن رد الفعل يكون مائلاً في الاتجاه المعاكس للحركة ، نحلله إلى مركبتيه (الشكل 4)

$\overleftarrow{ر}$ $\overleftarrow{رَ}$: عمودية على المستوي المائل :

$\overleftarrow{مق}$: موازية للمستوي المائل وتمثل قوة الإحتكاك المعيقة للحركة.

نطبق نظرية مركز العطالة على الجسم في المعلم (م ، $\overleftarrow{و}$ ، $\overleftarrow{ى}$) :

$\sum \overleftarrow{ق}_{خ} = ك \overleftarrow{تع}_م$ ، $\overleftarrow{تع}_م$: تسارع مركز عطالة الجسم.

$\overleftarrow{ث} + \overleftarrow{ر} = ك \overleftarrow{تع}_م$ ،

بالإسقاط على م ع نجد : رَ – ث تجبα = 0 ، لأنه لا توجد حركة على م ع

ومنه : $رَ = ث تجب \alpha$

بالإسقاط على م س نجد : ث تجبα – مق = ك $تع_م$ ،

ومنه يكون تسارع مركز عطالة الجسم :

$$تع_م = \frac{ث جب \alpha - مق}{ك} = \frac{ك ج جب \alpha - مق}{ك}$$

نلاحظ من هذه العلاقة أن تسارع مركز عطالة الجسم في هذه الحالة يتعلق بكتلة الجسم.

ملاحظة :

إذا كانت : مق = ث جبα ، فإن $تع_م$ = 0

ومنه فإن الجسم يبقى ساكناً إذا ترك على المستوي المائل بدون سرعة إبتدائية ، أو يكون متحركاً بحركة مستقيمة منتظمة إذا أرسل على المستوي المائل بسرعة إبتدائية نحو الأسفل.

إذا كانت : مق ث < جب α ، فإن $تعـ_م > 0$ وتكون حركة الجسم مستقيمة متسارعة بإنتظام نحو الأسفل.

– تمرين :

– ينطلق متزحلق كتلته مع تجهيزه 80 كغ على مضمار مستو يميل على الأفق بزاوية $\alpha = 30°$

1 – المضمار مملوء بالجليد أي أن الاحتكاكات تعتبر مهملة.

أ – أحسب تسارع مركز عطالة المتزحلق $تعـ_1$ ،

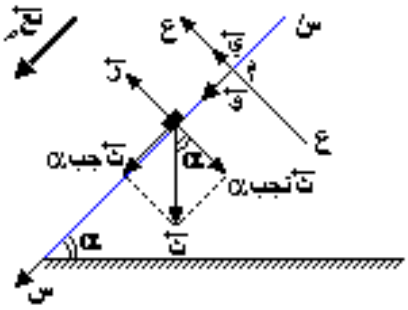
ب – نفرض أن للمتزحلق ينطلق بسرعة إبتدائية $سر_0 = 2$ م/ثا،

أحسب سرعته $سر_1$ عندما يقطع مسافة ل = 25 م،

ج – أكتب المعادلة الزمنية لحركة المتزحلق بأخذ نفس الشروط الإبتدائية السابقة نعتبر

ج = 9.8 م / $ثا^2$

الحل :



1 – المضار مملوء بالجليد

– الجملة المدرسية : المنزلق مع تجهيزه،

– المرجع المستعمل : المرجع الأرضي (غاليلي) المزود بالمعلم $(م ، \vec{و} ، \vec{ى})$

– القوى المؤثرة على الملة هي $\vec{ث}$ ، $\vec{ر}$ (الشكل)

– نطبق نظرية مركز العطالة على الجملة :

$$\sum \vec{ق}_{خ} = ك \vec{تع}_1 ، \Leftarrow : \vec{ث} + \vec{ر} = ك \vec{تع}_1 .....(1) ،$$

– الحركة تتم وفق المحور سَ س ، نسقط العلاقة الشعاعية (1) على هذا المحور :

ث جب α = ك $\vec{تع}_1$ ،

ك جب α = ك $\vec{تع}_1 \Leftarrow$ $تع_1$ = ج جب α

$$= \vec{تع}_1 \ 9.8 \times \frac{1}{2} = 4.9 \text{ م/ } ثا^2$$

ب – لدينا : $\vec{تع}_1$ = ثابت ، و منه فالحركة مستقيمة متغيرة بإنتظام و منه نكتب المعادلات :

$$س_1 = \frac{1}{2} تع_1 ز^2 + سر_0 ز + س_0 \quad .....(2)$$

$$سر_1 = تع_1 ز + سر_0 \quad .....(3)$$

$$سر_1^2 = سر_0^2 + 2 تع_1 (س_1 - س_0) \quad .....(4)$$

و حسب الشروط الإبتدائية للحركة فإن:

$س_0 = 0$ ، $سر_0 = 2$ م/ ثا^2 من العلاقة (4) نجد :

$$سر_1^2 = 2 تع_1 س_1 + سر_0^2$$

$$سر_1 = \sqrt{2 تع_1 س_1 + سر_0^2} \quad ، \quad س_1 = ل = 25 \text{ م}$$

$$سر_1 = \sqrt{2 \times 4.9 \times 25 + (2)^2} = \sqrt{249} = 15.8 \text{ م/ ثا}$$

ج – المعادلة الزمنية للحركة : بتعويض $تع_1$ ، $سر_0$ ، $س_0$ في (1) نجد :

$$س_1 = \frac{4.9}{2} ز^2 + 2ز \ ،$$

$$س_1 = 2.45 ز^2 + 2ز \ ،$$

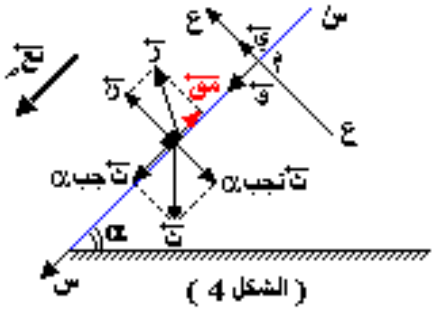
2 – المضمار مملوء بثلج

– الجملة المدروسة : المتزحلق مع تجهيزه ،

– القوى المستعمل المرجع الأرضي

(غاليلي) المزود بالمعلم $(م ، \vec{و} ، \vec{ى})$

القوى المؤثرة على الجملة هي $\vec{ث}$ ، $\vec{ر}$ (الشكل)



– نطبق نظرية مركز العطالة على الجملة ك

$$\sum \vec{ق}_{م} = ك \vec{تع_1} \ ،$$

$$\vec{ث} + \vec{ر} = ك \vec{تع_1}$$

بالإسقاط على محور سَ س

نجد : ث جب α – مق = ك $\vec{تع_2}$ ،

$$تع_2 = \frac{ث \text{ جب} \alpha - مق}{ك} = \frac{ك ج \text{ جب } \alpha - مق}{ك}$$

$$تع_2 = \frac{80 - 0.5 \times 80}{80} = \frac{(1 - 0.5 \times 9.8) 80}{80} = 1 - 0.5 \times 9.8$$

$$= 3.9 \text{ م/ ثا}^2 .$$

ب – لدينا $تع_2$ = ثابت فالحركة مستقيمة متغيرة بانتظام و منه نكتب المعادلات :

$س_1 = \frac{1}{2}$ تع$_2$ ز^2 + سر$_0$ ز + س$_0$ .....(2)

سر$_2$ = تع$_2$ ز + سر$_0$ .....(3)

$سر_2^2 = سر_0^2 - 2$ تع$_2$ (س$_2$ − س$_0$).....(4)

و حسب الشروط الإبتدائية للحركة فإن س$_0$ = 0 ، سر$_0$ = 2 م / ثا^2

من العلاقة (4) نجد :

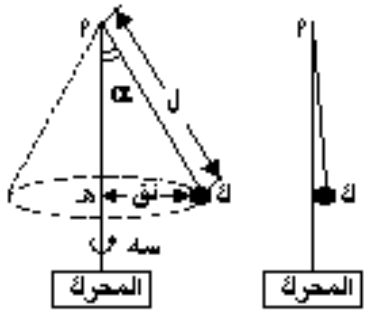
سر$_2$ = $\sqrt{سر_0^2 + 2 \text{ تع}_2 \text{ س}_2}$ = $\sqrt{2^2 + 2 \times 3.9 \times 2}$ = 1. 14 م / ثا

لاحظ أن سر$_2$ < سر$_1$ بسبب و جود الإحتكاكات .

ج – المعادلة الزمنية للحركة : بتعويض تع$_2$ ، سر$_0$ ، س$_0$ في المعادلة (2) نجد :

س$_2$ = $\frac{3.9}{2}$ ز^2 + 2 ز ⇐ س$_2$ = 1.95 ز^2 + 2 ز

2 – النواس المخروطي :



يتكون النواس المخروطي من خيط مهمل الكتلة طوله "ل" يحمل في إحدى نهايتيه جسماً صلباً نقطياً كتلته "ك" ونهايته الأخرى مثبتة في نقطة ثابتة الشكل

(أ) من ساق شاقولي يديرها محرك كهربائي، من أجل سرعة زاوية معينة (سه = سه$_0$) للساق يبدأ الجسم المعلق في الإبتعاد عن الساق ويزداد بعده عنها كلما زادت السرعة الزاوية. ومن أجل سرعة زاوية ثابتة سه ≤ سه$_0$ يرسم الخيط مخروطاً دورانياً رأسه (أ) ونصف زاويته الرأسية (α) كما يرسم الجسم النقطي دائرة واقعة في مستو أفقي مركزها (ه) يقع على الساق ونصف قطرها نق = ل جبα . (الشكل أعلاه)

لذا تسمى هذه الجملة (خيط + جسم) النواس المخروطي.

– عند دراسة النواس المخروطي نبين :

أ – العلاقة بين نصف الزاوية الرأسية وسرعة الدوران (سه)،

ب – العلاقة بين توتر الخيط وسرعة الدوران،

ج – سرعة الدوران الصغرى التي من أجلها يبتعد الجسم عن الساق ،

د – دور الحركة وتواترها.

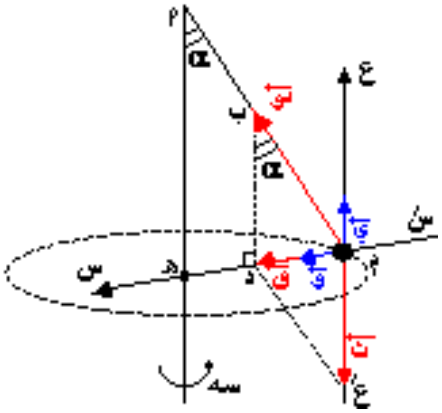
وسنتبع المنهجية المعتمدة عند دراستنا لجسم ينزلق على مستو مائل.

الجملة المدروسة هي : الجسم النقطي.

- المرجع المختار هو : المرجع الأرضي المزود بالمعلم (م ، $\vec{و}$ ، $\vec{ى}$) ،

- القوى المؤثرة هي الجملة المدروسة هي $\vec{ث}$ ، $\vec{تو}$

(توتر الخيط)



- نطبق نظرية مركز العطالة على الجملة المدروسة في المعلم (م ، $\vec{و}$ ، $\vec{ى}$) :

$$\sum \vec{ق}_{خ} = ك \vec{تع}$$

$$\vec{ث} + \vec{تو} = ك \vec{تع} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

بما أن سرعة الدوران ثابتة فإن الحركة دائرية منتظمة ومنه فإن تسارعها هو التسارع الناظمي

$$تع_{ن} = \frac{سر^2}{نق} = سه^2 نق \ ،$$

ومنه نكتب العلاقة (1) على الشكل :

$$\vec{ث} + \vec{تو} = ك \vec{تع}_{ن} \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

بإسقاط على م س : تو جب α = ك $تع_{ن}$ ،

تو جب α = ك $سه^2$ نق ، نق = ل جب α

تو جبα = ك $سه^2$ ل جبα ،

تو = ك $سه^2$ ل

. . . (3) وهي العلاقة بين التوتر والسرعة الزاوية،وهي تبين أن التوتر يتناسب طردياً مع مربع السرعة الزاوية.

- بالإسقاط على م ع نجد :

تو تجبα − ث = 0

تو تجبα = ث $\Leftarrow$

تو = $\frac{ث}{تجب\alpha} = \frac{ك ج}{تجب\alpha}$

. . . . (4)

وهي العلاقة بين التوتر ونصف الزاوية الرأسية (α)

بتعويض (3) في (4) نجد :

$$ك\ سه^2 ل = \frac{ك\ ج}{تجب\alpha} \Leftarrow$$

$$سه^2 ل = \frac{ج}{تجب\alpha} \Leftarrow \quad \boxed{سه = \sqrt{\frac{ج}{ل\ تجب\alpha}}} \quad \ldots\ldots\ldots (5)$$

وهي العلاقة بين نصف الزاوية الرأسية (α) وسرعة الدوران (سه)

- وجدنا أن $سه^2 ل = \frac{ج}{تجب\alpha} \Leftarrow تجب\alpha = \frac{ج}{سه^2 ل} \leq 1$ ،

$$سه^2 \geq \frac{ج}{ل} ،$$

و منه $سه \leq \sqrt{\frac{ج}{ل}}$

وتكون أصغر سرعة زاوية تدار بها الجملة بحيث تبتعد عن المحور هي :

$$\boxed{سه_0 = \sqrt{\frac{ج}{ل}} \quad \ldots\ldots\ldots (6)}$$

ويمكن حساب دور الحركة وتواترها إنطلاقاً من السرعة الزاوية (سه) ذلك أن :

$$سه = 2\pi ن \Leftarrow ن = \frac{سه}{2\pi}$$

$$سه = \frac{2\pi}{د} \Leftarrow د = \frac{2\pi}{سه} .$$

ملاحظات :

- يمكننا إيجاد العلاقات السابقة (3 ، 4 ، 5) إنطلاقاً من مثلث القولى م د ب (الشكل السابق) :

$$جب\alpha = \frac{ق}{تو} \Leftarrow تو = \frac{ك\ سه^2\ نق}{جب\alpha} = \frac{ك\ سه^2\ ل جب\alpha}{جب\alpha} ،$$ ومنه :

$$تو = ك\ سه^2 ل$$

$$تجب\alpha = \frac{ث}{تو} \Leftarrow تو = \frac{ث}{تجب\alpha} ،$$

2 - إذا عوض الخيط بنابض مرن فإن طول النابض أثناء الدوران (بسرعة زاوية ثابتة) هو :

$ل = ل_0 + \Delta ل$ ، حيث $ل_0$: طول النابض وهو فارغ،

$\Delta ل$: مقدار إستطالته

ويكون التوتر عندئذ :

$$\boxed{تو = ك\ سه^2 ل = ثا\ .\Delta ل}$$ حيث "ثا" ثابت مرونة النابض

إن هذه العلاقة الأخيرة عزيزي الطالب، تمكن من حساب إستطالة النابض أو ثابت مرونته إذا علم التوتر.

تمرين :

يتكون نواس مخروطي من جسم صلب أبعاده مهملة كتلته ك = 20 غ وخيط مهمل الكتلة وعديم الإمتطاط طوله ل = 50 سم

1 – عين قيمة الزاوية (α) التي يصنعها الخيط مع الشاقول المار بمحور الدوران عندما تكون السرعة الزاوية سه = 7.33 راد/ثا ، ثم أحسب توتر الخيط ودور النواس.

2 – ما هي أصغر سرعة زاوية تجعل النواس يبتعد عن الشاقول ؟

وما دور النواس عندئذ ؟ نعتبر ج = 9.8 م/ثا^2.

الحل :

1 – بإتباع المنهجية المعتمدة في الدرس :

الجملة المدروسة هي : الجسم الصلب،

المرجع المختار : مرجع أرضي مزود بالمعلم (م ، $\vec{و}$ ، $\vec{ى}$) ،

القوى المؤثرة على الجملة هي : $\vec{ث}$ ، $\vec{تو}$ ونطبق نظرية مركز العطالة على الجملة :

$$\Sigma \vec{ق}_{خ} = ك \vec{تع}$$

$$\vec{ث} + \vec{تو} = ك \vec{تع}$$ (الشكل السابق)

بعد الإسقاط على المحورين م س ، م ع وبالتعويض نجد :

$$سه^2 ل = \frac{ج}{تجب\alpha} \Leftarrow تجب\alpha = \frac{ج}{سه^2 ل} ،$$

$$تجب\alpha = \frac{9.8}{0.5 \times (7.33)^2} = 0.365 ،$$

ومنه $\alpha = 69°$.

من العلاقة تو = ك سه^2 ل

نجد : تو = $20 \times 10^{-3} \times (7.33)^2 \times 0.5$ = 0.54 ن

دور النواس: سه = $\frac{2\pi}{د} \Leftarrow د = \frac{2\pi}{سه} = \frac{6.28}{7.33}$ = 0.86 ثا.

2 – أصغر سرعة زاوية :

$$سه_0 = \sqrt{\frac{ج}{ل}} = \sqrt{\frac{9.8}{0.5}}$$ = 4.4 راد/ثا.

ويكون دور الحركة عندئذ :

$$د_0 = \frac{2\pi}{سـه_0} = \frac{6.28}{4.4}$$

3 – إجتياز منعطف:

ندرس اجتياز منعطف من خلال المثال التالي :

يسير دراج في منعطف مرفوع بزاوية(α) عن المستوى الأفقي نفرض أن الاحتكاكات بين الطريق والدراجة مهملة.

إذا كان نصف قطر المنعطف هو " نق " فاحسب السرعة التي يجب أن يسير بها الدراج بحيث يجتاز المنعطف دون أن ينزلق.

تطبيق عددي :

α = 5 ° ، نق = 250 م ، ج = 9.8 م/ $ثا^2$

الحل :

– الجملة المدروسة هي : الدراج مع دراجته

– المرجع المختار : مرجع أرضي غاليلي

– إن مسار مركز عطالة الجملة (م) ونصف قطرها "نق" وهي توجد في مستو عمودي على مستوي الشكل المقابل،

– القوى المطبقة على الجملة هي :

الثقل $\overleftarrow{ث} = \overleftarrow{ك ج}$ ورد فعل الطريق ر العمودي على الطريق لعدم وجود الاحتكاكات (الاحتكاكات مهملة).

بما أن الدراج يجتاز المنعطف بسرعة ثابتة فإن الحركة تكون دائرية منتظمة وتكون محصلة $\overleftarrow{ث}$ و $\overleftarrow{ر}$ قوة متجهة نحو مركز الدائرة (م) وتسمى قوة جاذبة مركزية : $\overleftarrow{ق} = ك \overleftarrow{تع_ن}$ ($\overleftarrow{تع_ن}$: التسارع الناظمي)

ونكتب : $\overleftarrow{ث} + \overleftarrow{ر} = \overleftarrow{ق}$

لدينا في مثلث القوى م ج د :

ظل $\alpha = \frac{ق}{ث}$ ، حيث ق = ك $تع_ن$ = ك $\frac{سر^2}{نق}$ ،

ظل $\alpha = \frac{ك \ سر^2}{ك ج \ نق} = \frac{سر^2}{ج \ نق}$ ،

$\Leftarrow$ سر^2 = ج نق ظل α .

سر = $\sqrt{0.087 \times 250 \times 9.8}$ = $\sqrt{214}$ = 14.6 م/ثا.

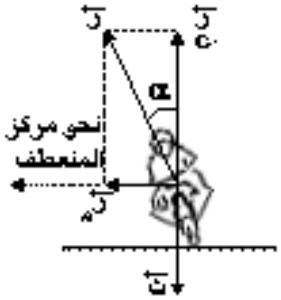
تمرين : كتلة دراج مع دراجته : ك =450 كغ، تسير الجملة على منعطف أرضية مستوية وأفقية ونصف قطره : نق = 200 م ، بسرعة سر إذا كانت المركبة المماسية لرد الفعل لا يمكنها أن تتجاوز القيمة الحدية 1200 ن فأحسب :

أ – أقصى سرعة ممكن أن يسير بها الدراج.

ب – الزاوية التي يجب أن يميل بها الدراج مع دراجته حتى لا ينزلق ج = 9.8 م/ثا2

الحل :

أ – نطبق نظرية مركز العطالة على الجملة في مرجع أرضي نجد :



$\vec{ث} + \vec{ر} = ك \vec{تع}$ .....(1)

نحلل $\vec{ر}$ إلى مركبتيه المماسية $\vec{ر}_م$ والناظمية ومنه $\vec{ر} = \vec{ر}_ن = 0$

ونكتب العلاقة (1) على الشكل :

$\vec{ث} + \vec{ر}_م + \vec{ر}_ن = ك \vec{تع}$ ($\vec{ث} + \vec{ر}_م + \vec{ر}_ن = 0$)

بالإسقاط على محور أفقي موجه نحو مركز المنعطف نجد :

ر$_م$ = ك تع .....(2)

سر = ثابت $\Leftarrow$ $\vec{تع} = \vec{تع}_ن$ (تسارع ناظمي)

ونكتب العلاقة (2) كما يلي :

ر$_م$ = ك تع$_ن$ ومنه نجد : سر^2 = $\frac{ر_م \quad سر^2}{ك \quad ج \quad نق}$ $\Leftarrow$ سر = $\sqrt{\frac{ر_م \quad سر^2}{ك \quad ج \quad نق}}$ =

$\sqrt{\frac{200 \times 1200}{450}}$ = 23.1 م/ثا

ب – الزاوية التي يجب أن يميل بها الدراج حتى لا ينزلق

ظل = $\frac{ر_م}{ر_ن}$ = $\frac{ر_م}{ث}$ = $\frac{1200}{9.8 \times 450}$ = 0.272 ،

ومنه : α = 15°

4 – طريقة حل مسألة في الديناميك

لحل مسألة في الديناميك نتبع الخطوات التالية :

– نعين الجملة المدروسة

– نختار مرجعا غاليليا مناسباً ونزوده بمعلم مناسب.

– نحصي القوى المؤثرة في الجملة (يجب رسم الجملة).

نحدد جهة الحركة.

إما أن نطبق : نظرية مركز العطالة :على أجزاء الجملة المتحركة حركة إنسحابية ونكتب

$\sum \vec{ق}_{خ} = ك \vec{تع}$

ونظرية التسارع الزاوي : على أجزاء الجملة المتحركة حركة دورانية ونكتب :

$\sum عر_{\Delta} \vec{ق}_{خ} = عط_{تعه}$ ونسقط العلاقات الشعاعية على محور الحركة ونأخذ القيم الجبرية لمساقط العلاقات الشعاعية ومن ثم نستنتج تسارع الحركة وبالتالي طبيعتها ثم نجري الدراسة الحركية بعد تعيين الشروط الإبتدائية

ونطبق : نظرية الطاقة الحركية :Δ طـح = $\sum عر_{\Delta} \vec{ق}_{خ}$ عم ق بعد تعيين الوضعين الإبتدائي والنهائي للجملة.

وتمكننا نظرية الطاقة الحركية من تعيين سرعة الجملة مباشرة.

تطبيق أول : آلة آتود :

علقت كتلتان $ك_1$ = 135 غ ، $ك_2$ = 110 غ في نهايتي خيط يمر على محز بكرة مهملة الكتلة يمكنها الدوران حول محور أفقي ثابت مار بمركز تحرر الجملة في اللحظة ز = 0 بدون سرعة إبتدائية

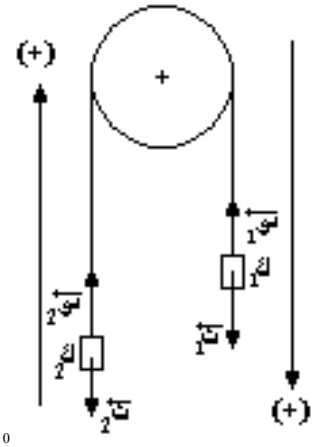
أ – ما طبيعة حركة $ك_1$ و $ك_2$ ؟

ب – أحسب تسارع كل من $ك_1$ ، $ك_2$ وإستنتج شدة توتر الخيط.

ج – أحسب المسافة التي تقطعها الكتلة $ك_1$, بعد 2 ثا من بدء الحركة وسرعتها عند هذه اللحظة.

نعتبر ج = 9.8 م/. وكتلة الخيط والإحتكاكات مهملة.

الحل :



أ – نطبق نظرية مركز العطالة على $ك_1$ في مرجع أرضي غاليلي : $\sum \vec{ق}_{خ} = ك \vec{تع}$،

$\vec{ث}_1 + \vec{تو}_1 = ك_1 \vec{تع}$ ،

بالإسقاط على محور الحركة :

$ث_1 - تو_1 = ك_1 تع \quad تو_1 = ث_1 - ك_1 تع$ . . . . . (1)

نطبق نظرية مركز العطالة على $ك_2$ في مرجع أرضي غاليلي :

$\vec{ث}_2 + \vec{تو}_2 = ك_2 \vec{تع}$ ،

بالإسقاط على محور الحركة :

$تو_2 - ث_2 = ك_2 تع \quad تو_2 = ث_2 + ك_2 تع$ . . . . . (2)

بما أن البكرة مهملة الكتلة : $تو_2 = تو_2$

$ث_1 - ك_1 تع = ث_2 + ك_2 تع$ ،

$ث_1 - ث_2 ك_1 = تع + ك_2 تع$ ،

$ك_1 ج - ك_2 ج ك_1 = تع + ك_2 تع$ ،

$(ك_1 - ك_2) = (ك_1 + ك_2)$ تع

$$\Leftarrow تع = \frac{ك_1 - ك_2}{ك_1 + ك_2} ج = ثابت$$

تع = ثابت $\Leftarrow$ حركة الكتلتين $ك_1 = ك_2$، مستقيمة متغيرة بإنتظام.

حساب تع : $$تع = \frac{(110 - 135) \times 10^{-3}}{(110 + 135) \times 10^{-3}} \times 9.8 = 1 \text{ م / ثا}^2$$

توتر الخيط : من (1) نجد : $تو_1 = ك_1 (ج - تع)$

$= 135 \times 10^{-3} (9.8 - 1)$ ،

$= 135 \times 10^{-3} (9.8) \approx 1.19$ ن

ج –) حساب المسافة والسرعة بعد 2 ثا من بدء الحركة :

الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام معادلاتها :

$$س = \frac{1}{2} تع ز^2 + سر_0 ز + س_0 ،$$

سر = تـع ز + سر$_0$

حسب الشروط الإبتدائية : ز = 0 ⇐ سر$_0$ = 0 ، س$_0$ = 0

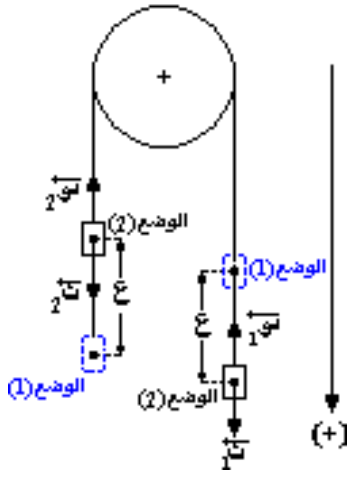
إذن : س = $\frac{1}{2}$ زتـع^2 ⇐ س = $\frac{1}{2}$ (1) (2)^2 = 2 م

سر = تع ز ⇐ سر = 1 × 2 = 2 م/ثا.

ملاحظة :

يمكن حل التمرين بتطبيق نظرية الطاقة الحركية كما يلي :

- الوضع الإبتدائي : الوضع 1
- وضع كيفي : الوضع 2



عـندما تـنزل الكـتلة ك$_1$ مسـافة ع نطـبق نظـرية الطاقة الحركية على الجملة (ك$_1$ + ك$_2$ + بكرة) في مرجع غاليلي :

Δ طح = Σ عم ق$_{خ}$

طح$_2$ − طح$_1$ = عم ث$_1$ + عم ث$_2$ ،

$(\frac{1}{2}$ ك$_2$ سر^2 + $\frac{1}{2}$ ك$_1$ سر^2) − ($\frac{1}{2}$ ك$_2$ سر$_0^2$ + $\frac{1}{2}$ ك$_1$ سر$_0^2$) = ث$_1$ ع − ث$_2$ ع

وحسب الشروط الإبتدائية : ز = 0 ⇐ سر$_0$ = 0

إذن : $\frac{1}{2}$ ك$_2$ سر^2 + $\frac{1}{2}$ ك$_1$ سر^2 = ك$_1$ ج ع − ك$_2$ ج ع.

$\frac{1}{2}$ سر^2 (ك$_1$ + ك$_2$) = (ك$_1$ − ك$_2$) ج ع ⇐ سر^2 $\frac{1}{2}$ سر^2 $\frac{2(\text{ك}_1 - \text{ك}_2)}{\text{ك}_1 + \text{ك}_2}$ ج ع (1)

إن المقدار : $\frac{2(\text{ك}_1 - \text{ك}_2)}{\text{ك}_1 + \text{ك}_2}$ ج = ثابت

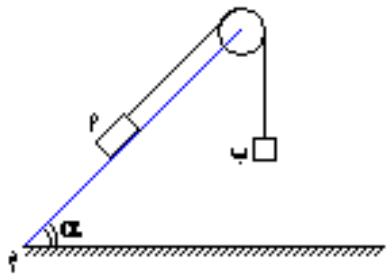
ومنه نكتب : سر^2 = ثـ.ع ⇐ سر^2 تتناسب طردياً مع المسافة ع. وبالتالي فالحركة مستقيمة متغيرة بإنتظام ومنه نكتب :

سر^2 = 2 تع ع . . . . . (2)

بمطابقة (1) و (2) نجد : تع = $\frac{(\text{ك}_1 - \text{ك}_2)}{\text{ك}_1 + \text{ك}_2}$ ج ،

ونكمل الحل بالطريقة السابقة.

تطبيق ثان :



يـتحرك جسـم (أ) كتلـته $ك_أ$ = 500 غ بـدون إحـتكاك علـى مسـتو يمـيل علـى الأفق بزاوية α = 30 ° ، يثبـت خـيط عديم الإمتطاط ومهمل في (أ) ثـم يمـرر علـى محـز بكرة مهملة الكتلة موضوعة في قمة المستوى المائل

تحمـل الـنهاية الثانـية للخـيط جسـماً (ب) كتلـته $ك_ب$ = 300 غ . يوجـد على إرتفاع 1.5 م من سطح الأرض يحرر الجسم (أ) إبتداءاً من النقطة (م) في اللحظة ز = 0 بدون سرعة إبتدائية

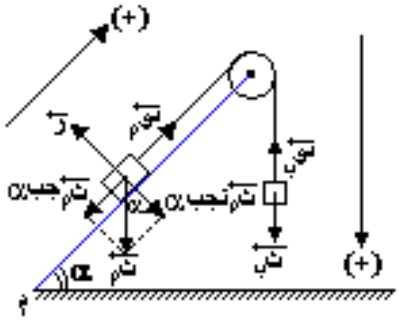
1 – أحسب تسارع الجملة ،

2 – أحسب زمن وصول الجسم (ب) إلى الأرض وسرعته عندئذ ثم أحسب طاقته الحركية.

نأخذ ج = 10 و.د

الحل :

1 – نطبق نظرية مركز العطالة على (أ) في مرجع أرضي غاليلي : $\Sigma ق_{خ} = ك_أ تع$



$ث_أ + تـو_أ + ر = ك_أ تع$

بالإسقاط على محور الحركة :

$تـو_أ - ث_أ جـب\alpha = ك_أ تـع \Leftarrow تـو_أ = ث_أ جب \alpha + ك_أ تع$ . . . . (1)

نطبق نظرية مركز العطالة على (ب) في مرجع أرضي غاليلي :

$\Sigma ق_{خ} = ك_ب تع ث_ب + تـو_ب = ك_ب تع$ ،

بالإسقاط على محور الحركة :

$ث_ب - تـو_ب = ك_ب تع \Leftarrow تـو_ب = ث_ب - ك_ب تع$ . . . . . (2)

بما أن البكرة مهملة الكتلة فإن : $تـو_أ = تـو_ب$ ،

$ث_أ جب\alpha + ك_أ تع = ث_ب - ك_ب تع$ ،

$-ك_أ ج جب \alpha + ك_ب ج = ك_أ تع + ك_ب تع$ ،

$(ك_ب - ك_أ جب \alpha) ج = (ك_أ + ك_ب) تع$ ،

ومنه : تع = $\frac{(ك_ب - ك_أ جـب\alpha)}{ك_أ + ك_ب}$ ج = ثابت

ومنه فإن حركة الجسمين أ ، ب مستقيمة متغيرة بإنتظام ،

تع = $\frac{(0.3 - 0.5 \text{ جـب} 30)}{0.5 + 0.3}$ × 10 ،

تع = 0.625 م/ثا^2 .

2 – زمن وصول (ب) إلى الأرض وسرعته وطاقته الحركية عندئذ

* تع = ثابت ⇐ حركة (ب)، (أ) مستقيمة متغيرة بإنتظام معادلاتها :

س = $\frac{1}{2}$ تـع ز^2 + سر$_0$ ز + س$_0$ ،

سر = تـع ز + سر$_0$

حسب الشروط الإبتدائية : ز = 0⇐ سر$_0$ = 0 ، س$_0$ = 0

إذن : س = $\frac{1}{2}$ تـع ز^2 ⇐ ز = $\sqrt{\frac{2س}{تـع}}$ = $\sqrt{\frac{1.5\times2}{0.625}}$ ≈ 2.2 ثا

سر = تع ز ⇐ سر = 0.625 × 2.2 ≈ 1.37 م/ثا

طح = $\frac{1}{2}$ ك$_ب$ سر^2 = $\frac{1}{2}$ × 0.3 × (1.37)^2 = 0.28 جول

أسئلة التصحيح الذاتي :

1 – تنزل سيارة كتلتها 1100 كغ في منحدر ميله 8% (ينقص الإرتفاع بالنسبة للمستوي الأفقي ب 8 م عندما تقطع السيارة 100 م) بحيث يكون محركها غير مشغل وكوابحها غير مشدودة ، فتصل سرعتها إلى 65 كم /سا بعد زمن قدره 45.1 ثا.

أ – أحسب تسارعها إذا كانت حركتها متسارعة بإنتظام وسرعتها الإبتدائية معدومة.

ب – أحسب شدة قوة الإحتكاك

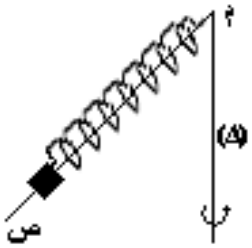
ج – ما هي المسافة المقطوعة خلال هذه المدة الزمنية نأخذ ج = 9.8 م/ثا2

2 – تصعد سيارة كتلتها ك = 1200 كغ طريقاً مستقيماً ميله 10% (يرتفع الطريق ب 10 م من أجل مسافة مقطوعة قيمتها 100 م) بسرعة ثابتة سر = 90 كم / سا بحيث لا يعيق حركتها أي قوة ما عدا ثقلها.

أ – أحسب شدة القوة المحركة ق$_م$ ،

ب – يوقف المحرك عن التشغيل في لحظة (ز) تؤخذ كمبدأ للأزمنة (ز = 0)
وتكمل السيارة صعودها ، في أي لحظة ز$_1$ تتوقف ؟
ما هي المسافة التي تكون قد قطعتها عندئذ إبتداءاً من نقطة توقيف المحرك ؟
أعط طريقتين لحل هذا السؤال.
ج – أجب عن السؤال (ب) بفرض أن السيارة تخضع لقوة كبح مق شدتها ثابتة مق = 300 ن.
نأخذ ج = 9.8 م/ثا^2.

3 – لدينا نابض ذو حلقات غير متلاصقة طوله وهو فارغ ل$_0$ وثابت مرونته ثا، نهمل كتلة النابض، نلف النابض حول ساق م ص ملحمة في م بساق شاقولية (Δ) وبحيث يصنع مع (Δ) زاوية θ نحو الأسفل (θ = 90°).



نثبت إحدى نهايتي النابض في م ونعلق في النهاية الأخرى جسماً (ج) كتلته ك يمكنه الإنزلاق على م ص.

آ – الجملة ساكنة :

أ – عين مختلف القوى المطبقة على (ج) الذي يفرض نقطياً.

ب – عبر عن إستطالة النابض Δل$_1$ وشدة القوة ر$_1$ المطبقة من كطرف الساق على (ج) وكذلك شدة توتر النابض تو.

تطبيق عددي: ل$_0$ = 15 سم ، ثا = 20 ن/م ، θ = 33° ، ك = 150 غ ، ج = 9.81 م/ثا2.

ب – الجملة تدور الآن حول (Δ) بسرعة زاوية ثابتة سه بحيث لا يهتز النابض ويبقى طوله ثابتاً ل$_2$ ،

أ – عين مسار (ج) ،

ب – عبر عن طول النابض ل$_2$ وأحسب من أجل سه$_1$ = 6 را/ثا ثم من أجل سه$_2$ = 10 راد/ثا

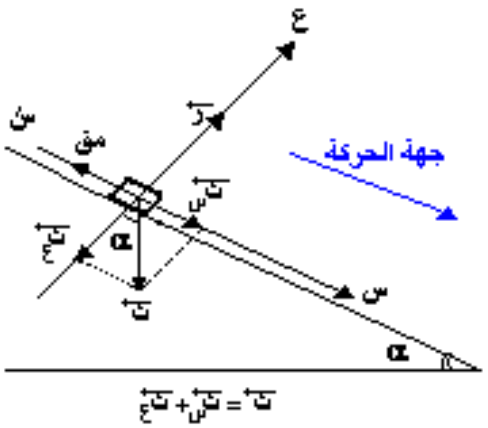
بأخذ نفس القيم العددية ل ل$_0$ ، ثا، θ ، ج، ك في السؤال آ

ج – عبر عن شدة فعل الساق على (ج) ر$_2$ بدلالة ك، ج، θ، سه، ل$_2$ ثم أحسبها من أجل سه$_1$ = 6 را/ثا، سه$_2$ = 10 راد/ثا

د – بين أن فعل الساق على (ج) ر ينعدم من أجل قيمة خاصة للسرعة الزاوية (سه) يطلب حسابها.

التصحيح الذاتي :

1 – الحركة مستقيمة متسارعة بإنتظام إذن معادلة سرعتها :



سر = تع ز + سر$_0$ ،

ومنه تع = $\frac{\text{سر} - \text{سر}_0}{\text{ز}}$ ،

سر = 65 كم/سا = $\frac{65}{3.6}$ م/ثا ،

إذن : تع = $\frac{0 - \frac{65}{3.6}}{45.1}$ = $\frac{65}{45.1 \times 3.6}$ = 0.4 م/ثا2.

ب – نسمي قوة الإحتكاك مق وهي قوة حاملها مواز للمستوي المائل (الطريق) وجهتها معاكسة لجهة الحركة.

نطبق نظرية مركز العطالة على السيارة في مرجع أرضي نعتبره غاليليا :

$\Sigma \vec{ق}_{خ} = ك \vec{تع}$

$\Sigma \vec{ق}_{خ} = \vec{ث} + \vec{ر} + \vec{مق} = ك \vec{تع}$

بالإسقاط على محور الحركة سَ س نجد : ث$_س$ – مق = ك تع،

ك ج جب α – مق = ك تع

ومنه : مق = ك ج جب α – ك تع،

مق = ك (ج جب α – تع) ، جب α = $\frac{8}{100}$ = 0.08 ،

مق = 1100 (9.8× 0.08 – 0.4) = 1100× 0.384 = 422 ن

جـ – الحركة متسرعة بانتظام معادلتها :

س = $\frac{1}{2}$ تع ز^2 + سر$_0$ ز + س$_0$ ،

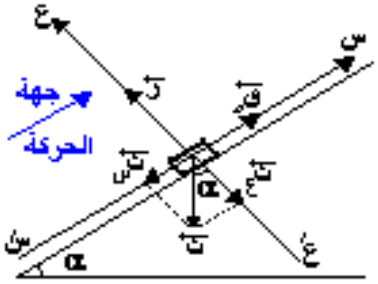
سر$_0$ = 0 لأن السيارة إنطلقت من السكون في اللحظة ز = 0 ،

ومنه : س = $\frac{1}{2}$ تع ز^2 + س$_0$ ،

س − س$_0$ = س = $\frac{1}{2}$ تـع ز^2 ،

أي Δ س = $\frac{1}{2}$ تـع ز^2 = س = $\frac{1}{2}$ × 0.4 × (45.1)^2 = 407 م

2 − أ − نطبق نظرية مركز العطالة على السيارة في مرجع أرضي غاليلي :



$\sum \vec{ف}_{خ}$ = ك $\vec{تع}$

= $\vec{ث}$ + $\vec{ر}$ + $\vec{ق}_{م}$ = ك $\vec{تع}$

بالإسقاط على المحور سَ س نجد :

ق$_م$ − ث$_س$ = ك تع ،

ق$_م$ − ك ج جب = ك تع ق$_م$ = ك ج جب + ك تع

= ك (ج جب + تع)

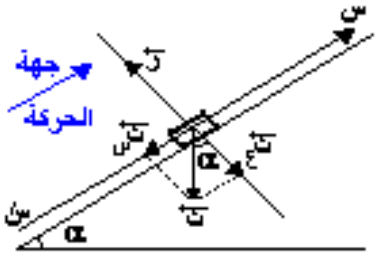
بما أن السرعة ثابتة فالحركة مستقيمة منتظمة ومنه تع = 0

ق$_م$ = ك ج جب ،

جب = $\frac{10}{100}$ = 0.1 ، ومنه ق$_م$ = 1200 9.8 0.1 = 1176 ن

ب − توقيف المحرك يعني ق$_م$ = 0 ومنه فالسيارة لا تخضع إلا لثقلها وفعل الطريق عليها.

نطبق على السيارة نظرية مركز العطالة في معلم أرضي غاليلي :



$\sum \vec{ف}_{خ}$ = ك $\vec{تعَ}$

$\vec{ث}$ + $\vec{ر}$ + = ك $\vec{تعَ}$

بالإسقاط على المحور سَ س :

− ث$_س$ = ك تعَ

− ك ج جب = ك تعَ ⇐ تعَ = − − ج جب

تعَ = − 9.8 × 0.1 = − 0.98 م/ثا^2

وحيث أن تعَ ثابت فالحركة مستقيمة متغيرة بإنتظام، ومنه نكتب :

سر$_1$ = تعَ ز$_1$ + سر$_0$ ⇐ ز$_1$ = $\frac{سر_1 - سر_0}{تـع}$ ،

حيث سر$_1$: السرعة في نهاية الحركة المتباطئة سر$_1$ = 0 ،

سر$_0$: السرعة في نهاية المرحلة الأولى وهي ثابتة سر$_0$ = 90كم/سا.

$$\text{سر}_0 = \frac{90}{3.6} \text{ م/ثا} = 25 \text{ م/ثا}$$

حساب الزمن ز_1 :

$$\text{ز}_1 = \frac{25 - 0}{0.98-} = 25.5 \text{ ثا}$$

حساب المسافة المقطوعة في اللحظة $\text{ز}_1 = 25.5$ ثا

– الطريقة الأولى $\text{س} = \frac{1}{2} \text{ تـع } \text{ز}_0^2 + \text{سر}_0 \text{ ز}_1 + \text{س}_0$

$$\Leftarrow \text{س} - \text{س}_0 = \frac{1}{2} \text{ تـع } \text{ز}_0^2 + \text{سر}_0 \text{ ز}_1 \text{ ،}$$

$$\text{س} - \text{س}_0 = \frac{0.98}{2}(25.5)^2 + 25 \times 25.5 = 319 \text{ م.}$$

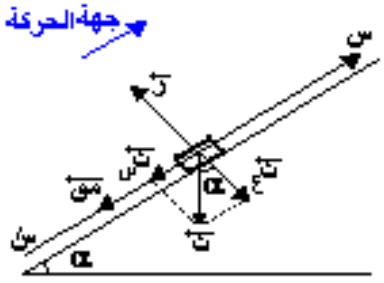
– الطريقة الثانية : $\text{سر}_1^2 - \text{سر}_0^2 = \text{م تعَ} (\text{س} - \text{س}_0)$

$$\Leftarrow \text{س} - \text{س}_0 = \frac{\text{سر}_1^2 - \text{سر}_0^2}{2 \text{ تـع}}$$

$$\text{س} - \text{س}_0 = \frac{(25)^2 - 0}{0.98 \times 2} = \frac{625}{1.96} = 319 \text{ م.}$$

أو بتطبيق نظرية الطاقة الحركية نصل إلى نفس النتيجة

ج – نطبق نظرية مركز العطالة على السيارة في مرجع أرضي غاليلي :



$$\Sigma \vec{\text{ق}}_{\text{خ}} = \text{ك} \vec{\text{تعَ}}$$

$$\vec{\text{ث}} + \vec{\text{ر}} + \text{ك} \vec{\text{تعَ}} =$$

بالإسقاط على سَ س نجد :

$$\text{– ك ج جب} - \text{مق} = \text{ك تعً} \Leftarrow \text{تعً} = \frac{(\text{ك ج جب } \alpha + \text{مق})}{\text{ك}} = \text{ثابت}$$

ومنه فالحركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

$$\text{تعً} = - = \frac{(300 + 0.1 \times 9.8 \times 1200)}{1200} - = 1.23 \text{ م/ثا}^2-$$

ويكون زمن التوقف ز_1َ $= \frac{\text{سر}_1 - \text{سر}_0}{\text{تعً}} = \frac{25 - 0}{1.23 -} = 20.3$ ثا

والمسافة المقطوعة خلال هذا الزمن :

- الطريقة الأولى : $س_{0} - سَ = \frac{1}{2} تـعً زَ_{1}^{2} + سر_{0} زَ_{1}$

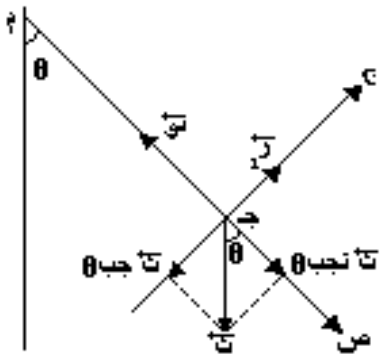
$سَ - س_{0} = \frac{1}{2} (-1.23) (20.3)^{2} + 25 \times 20.3 = 254$ م

- الطريقة الثانية :

$سَ - س_{0} = \frac{سر^{2} - سر_{0}^{2}}{2 تـعً} = \frac{0 - 25}{2- \times 1.23} = \frac{625}{2.46} = 254$ م

3 - آ - الجملة الساكنة :

أ - نعين مختلف القوى المطبقة على (ج) :



$\overleftarrow{ث}$: ثقل (ج) شاقولي نحو الأسفل ث = ك ج

$\overleftarrow{تو}$: توتر النابض ، حامله وحهته نحو (م)

تو = ثا Δ ل،

$ر_{1}$ فعل الساق على (ج) حامله عمودي على م ص ،

جهته نحو الأعلى.

ب - إستطالة النابض وتوتوه :

نطبق نظرية مركز العطالة على (ج) في مرجع غاليلي :

$\sum \overleftarrow{ف}_{خ} = ك \overleftarrow{تعَ} \Leftarrow = \overleftarrow{ث} + \overleftarrow{تو} + \overleftarrow{ر}_{1} = \overleftarrow{0}$ ، بالإسقاط على م ص نجد :

ث تجبθ - تو = 0 $\Leftarrow$ ث تجبθ = تو = ثاΔ $ل_{1}$ $\Leftarrow$ $\Delta ل_{1} = \frac{ك ج تجبθ}{ثا}$

تطبيق عددي : $\Delta ل_{1} = \frac{0.15 \times 9.81 \times 0.838}{ثا} = 0.0617$ سم $= 6.2 . 10^{-2}$ م

ومنه $تو_{1} = ثاΔ ل_{1} = 20 \times 6.2 . 10^{-2} = 1.24$ ن

ويكون فعل الساق على (ج) : بالإسقاط على (ج ن) : $ر_{1} - ث جبθ = 0$.

$= ث جبθ = ك ج جبθ = 0.15 \times 9.18 \times 0.544 = 0.8$ ن.

$ر_{1} = ث جبθ = ك ج جب θ = 0.15 \times 9.81 \times 0.544 = 0.8$ ن.

ب - الجملة الآن تدور :

أ - نعين مسار ج :

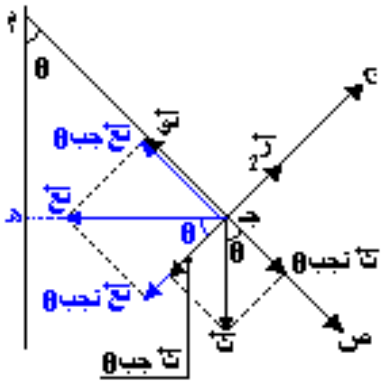
إن مسار (ج) هو دائرة محورها (Δ)ونصف قطرها

نق = ج ه = م ج جبθ .

نق = م ج جبθ = $ل_2$ جبθ.

وتوجد هذه الدائرة في مستو عمودي على (Δ)

أي في مستو أفقي.



ب – عبارة طول النابض $ل_2$:

السرعة ثابتة ومنه فالحركة دائرية منتظمة تسارعها تع = $تع_ن$ = $\frac{سر^2}{نق}$ تع =

$تع_ن$ = $سه^2$نق = $سه^2$ $ل_2$ جبθ ، حامله (ج ه) وجهته نحو ه.

بتطبيق نظرية مركز العطالة على (ج) في مرجع أرضي غاليلي نجد :

$\sum \vec{ف}_{خ}$ = ك $\vec{تعَ}$ ،

= $\vec{ث}$ + $\vec{ر}_0$ + = ك $\vec{تع}$ ،

بالإسقاط على (ج ص) نجد :

ث تجبθ – تو = – ك تع جبθ ،

ك ج تجب θ – ثا Δل = – ك $سه^2$ $ل_2$ جبθ جبθ ،

ك ج تجبθ – ثا ($ل_2$ – $ل_0$) = – ك $سه^2$ $ل_2$ $جب^2$θ ،

ك ج تجبθ + ثا $ل_0$ = ثا $ل_2$ – ك $سه^2$ $ل_2$ $جب^2$θ ،

ك ج تجبθ + ثا $ل_2$ = $ل_2$ (ثا – ك $سه^2$ $جب^2$θ)

ومنه : $ل_2$ = $\frac{ك ج \quad تجب \theta + ثا ل_0}{ثا - ك \quad سه^2 \quad جب 2\theta}$

تطبيق عددي :

من أجل $سه_1$ = 6 راد/ثا ⇐ $ل_2$ = 0.230 م.

$سه_1$ = 10 راد/ثا ⇐ $ل_2$ = 0.272 م.

جـ – شدة فعل الساق $ر_2$ على (ج) ،

* نطبق نظرية مركز العطالة على (ج) : $\vec{ث}$ + $\vec{ر}_2$ + $\vec{تو}$ = ك $\vec{تو}$ بإسقاط العلاقة على (ج ن) نجد :

$ر_2$ = − ث جبθ = − ك تع تجبθ تع = تـعن = سه^2 $ل_2$ جبθ ،

$ر_2$ = ث جب θ − ك سه^2 $ل_2$ جبθ تجبθ ،

$ر_2$ = ك جب θ (ج − $ل_2$ سه^2 $ل_2$ تجبθ)،

تطبيق عددي :

سـه$_1$ = 6 راد/ثا ⇐ $ر_2$ = 0.23 ن

سـه$_1$ = 10 راد/ثا⇐ $ر_2$ = − 0.77 ن

$ر_2$ < 0 : تعني أن الجسم لا يلمس الساق من الأعلى وإنما يلمسها من الأسفل

− من العبارة : $ر_2$ = ث جبθ − ك سه^2 $ل_2$ جبθ تجبθ ،

$ر_2$ = ك جبθ (ج − $ل_2$ سه^2 تجبθ)

بوضع $ر_2$ = 0 نجد :

0 = ك جبθ (ج − $ل_2$ سه^2 تجبθ)،

θ ≠ 0 ⇐ ج − $ل_2$ سه^2 تجب θ =0 ،

ومنه ج = $ل_2$ سه^2 تجبθ ،

وحيث أن $ل_2$ = $\frac{ك ج \ تجب\theta + ثا \ ل_0}{ثا - ك \ سه^2 \ جب^2\theta}$ ،

بالتعويض نجد : ج = $\frac{ك ج \ تجب\theta + ثا \ ل_0}{ثا - ك \ سه^2 جب^2\theta}$ × سه^2 تجبθ

ثا ج − ك ج سه^{2}جبθ^2 = ك ج سه^2 تجبθ^2 + ثا ل$_0$ سه^2 تجبθ

ثاج = ك ج سه^2 (جبθ^2 + تجبθ^2) + ثا ل$_0$ سه^2 تجبθ

ثاج = سه^2 (ك ج + ثا ل$_0$ تجبθ) ⇐ سه = $\sqrt{\frac{ثاج}{ك ج + ثال_0 \ تجب\theta}}$

سه = $\sqrt{\frac{9.8120}{0.8380.1520 + 9.81 \times 0.15}}$ = 7.0 راد/ثا.

دوران جسم صلب حول محور ثابت

أهداف الدرس :

1 – يتذكر عزم قوة بالنسبة لمحور ثابت.

2 – يستنتج أن عزم عطالة جسم يعبر عن ممانعه الجسم لتغيير حالته الحركية الدورانية.

3 – يتذكر نظرية هو يغنز في حساب العزوم العطالية.

4 – يستنتج نظرية التسارع الزاوي ويطبقها في حل مسألة في الديناميك

المدة الزمنية اللازمة للدرس : 3 ساعات.

الدروس التي ينبغي مراجعتها :

– عزم قوة بالنسبة لمحور ثابت : من برنامج السنة الأولى ثانوي.

المراجع : نفس المراجع السابقة* عزم عطالة جسم : من برنامج السنة الثانية.

تصميم الدرس :

1 – تذكير

2 – نظرية التسارع الزاوي

3 – عزم عطالة بعض الأجسام الصلبة المتناظرة بالنسبة لمحور دورانها

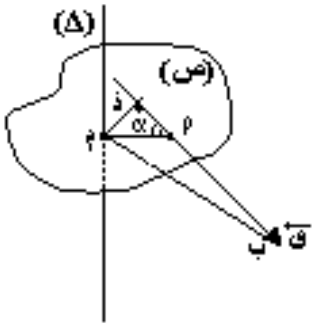
– أسئلة التصحيح الذاتي.

– أجوبة التصحيح الذاتي.

بعد دراستنا للأجسام التي تتحرك بحركة إنسحابية والتي طبقنا عليها نظرية مركز العطالة نشرع الآن في دراسة الأجسام التي تقبل الدوران حول محور ثابت. والأمثلة على هذه الأجسام من الحياة اليومية كثيرة نذكر منها : دوران جذع محرك ، دوران رقاص الساعة ، دوران بكرة . . . . . .وقبل الشروع في الدراسة نذكرك عزيزي الطالب ببعض المفاهيم التي مرت بك في السنتين الأولى والثانية من التعليم الثانوي.

1 – تذكير :

1 – 1 – عزم قوة بالنسبة لمحور دوران ثابت (Δ)



لدينا قوة ق تؤثر في النقطة أ من الجسم الصلب (ص) القابل للدوران

حول المحور (Δ) المار بالنقطة (م)، نسمي ذراع القوة ق بالنسبة

للمحور (Δ) :

البعد العمودي بين حامل القوة ق ومحور الدوران

(Δ) ونرمز له بالرمز (ذ).نسمي الفعل التدويري للقوة $\overleftarrow{ق}$ بالنسبة للمحور (Δ) عزم القوة $\overleftarrow{ق}$ ونرمز له بالرمز :

$\overleftarrow{ق}$ عز $_{\Delta}$ $\overleftarrow{ق}$ (نقرأ : عزم ق بالنسبة للمحور Δ).

ويتعلق بشدة القوة $\overleftarrow{ق}$ وبذراعها (ذ)، كما يتعلق بوضع مستوي الدوران (م أ ب) وبإتجاه الدوران في هذا المستوي.

ويعرف كما يلي :

تعريف :

– عزم قوة ق بالنسبة لمحور الدوران (Δ) يساوي جداء شدة القوة في ذراعها، ونكتب :

$$\text{عز}_{\Delta}\ \overleftarrow{ق} = ق \cdot ذ$$

في الحقيقة يعرف عزم القوة ق بالنسبة لمحور دوران (Δ) بالجداء الشعاعي.

$$\overleftarrow{\text{عز}}_{\Delta}(\ \overleftarrow{ق}\ ') = \overline{م أ} \wedge \overleftarrow{ق}$$

عز $_{\Delta}$ $\overleftarrow{ق}$ = م أ . ق جب $\overline{م أ}$ ، $\overleftarrow{ق}$

الذي هو شعاع نقتصر على تعيين شدته التي هي : عز $_{\Delta}$ = م أ . ق جب (م أ ، ق)

إن المقدار : م أ جب ($\overline{م أ}$ ، $\overleftarrow{ق}$) هو ذراع القوة (ذ) بالنسبة لمحور الدوران ومنه نكتب :

عز $_{\Delta}$ $\overleftarrow{ق}$ =+ ق . ذ

– لإيجاد عزم قوة بالنسبة لمحور دوران يجب اختيار اتجاه موجب للدوران

*فإذا أدارت القوة ق الجسم في الاتجاه الموجب المختار كان العزم موجباً ونكتب:

عز $_{\Delta}$ $\overleftarrow{ق}$ = + ق ذ

* أما إذا أدارت القوة ق الجسم في الاتجاه المعاكس للاتجاه الموجب المختار (أي في الاتجاه السالب) كان العزم سالباً.

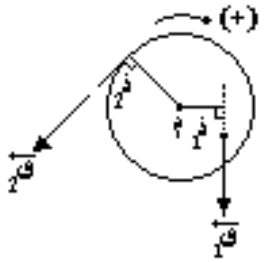
ونكتب : عز $_{\Delta}$ $\overleftarrow{ق}$ = – ق . ذ

في الشكل المقابل :

عز $_{\Delta}$ $\overleftarrow{ق}_1$ = + ق $_1$. ذ $_1$ ،

عز $_{\Delta}$ $\overleftarrow{ق}_2$ = – ق $_2$. ذ $_2$ = – ق $_2$ نق ،

فالعزم مقدار جبري.



محور الدوران عمودي على مستوى الشكل

يقدر العزم في الجملة الدولية بوحدة

المتر × النيوتن (م × ن)

خصائص العزم :

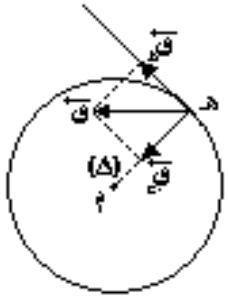
أ – لا يتغير عزم القوة بالنسبة لمحور ثابت عند نقل تأثيرها على إمتداد حاملها.

ب – يكون عزم القوة معدوماً إذا كان حاملها يوازي أو يلاقي محور الدوران.

ج – إن عزم القوة يساوي عددياً ضعف مساحة المثلث (م أ ب) أي :

$\overleftarrow{ق}$ عز $_{\Delta}$ = ± 2 سط (سط : مساحة المثلث م أ ب)

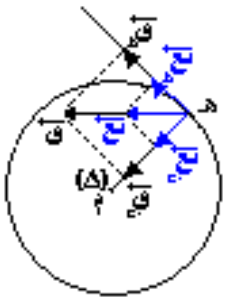
1 – 2 – عزم عطالة نقطة مادية بالنسبة لمحور



نفرض أن لدينا قوة $\overleftarrow{ق}$ تؤثر في نقطة مادية (ه) تدور

حول نحور ثابت (Δ) مار بها بالنقطة (م)،

نطبق نظرية مركز العطالة على النقطة (ه) في



مرجع غاليلي فنجد : $\overleftarrow{ق}$ = ك $\overleftarrow{تع}$

نحلل القوة $\overleftarrow{ق}$ إلى مركبتيها $\overleftarrow{ق_م}$، $\overleftarrow{ق_ن}$ في معلم فريني :

$\overleftarrow{ق}$ = $\overleftarrow{ق_م}$ + $\overleftarrow{ق_ن}$ ،

$\overleftarrow{ق}$ = ك $\overleftarrow{تع_م}$ + ك $\overleftarrow{تع_ن}$

حيث $\overleftarrow{تع_م}$ ، $\overleftarrow{تع_ن}$ هما مركبتا شعاع التسارع تع في معلم فريني.

وشدتا المركبتين $\overleftarrow{ق_م}$ ، $\overleftarrow{ق_ن}$ هما على التوالي،

$$ق_م = ك\ تع_م = ك\frac{د\ سر}{دز} = ك\frac{د(\ سه\ \ نق)}{دز} = ك\ نق\frac{د\ سه}{دز} = ك\ نق\ تعه \ .\ .\ .\ .\ (1)$$

$$ق_ن = ك\ تع_ن = ك\frac{سر^2}{نق} = ك\ سه^2\ نق\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (2)$$

إن عزم القوة ق بالنسبة لمحور الدوران(Δ) يساوي مجموع عزمي المركبتين $\overleftarrow{ق_م}$ ، $\overleftarrow{ق_ن}$ بالنسبة لنفس المحور ،

أي أن : عز $_Δ$ $\overleftarrow{ق}$ = عز $_Δ$ $\overleftarrow{ق_م}$ + عز $_Δ$ $\overleftarrow{ق_ن}$

وبما أن حامل المركبة $ق_ن$ يمر بمحور الدوران (Δ) فإن : عز $_Δ$ $ق_ن$ = 0

ومنه : عز $_Δ$ $\overleftarrow{ق}$ = عز $_Δ$ $\overleftarrow{ق_م}$ = $ق_م$. نق

وحيث أن : $ق_م$ = ك نق تعه (العلاقة 1)

فإن : عز $_Δ$ $\overleftarrow{ق}$ = ك $نق^2$ تعه . . . . . (3)

إن المقدار : ك $نق^2$ ثابت يرمز له بالرمز (عط) ويسمى عزم عطالة نقطة مادية كتلتها "ك" تدور على بعد ثابت من محور الدوران (Δ).

أي: $\boxed{عط_Δ = ك\ نق^2}$ . . . . . .(4)

ومنه نكتب العلاقة (3)

$$\boxed{عز_Δ\ \overleftarrow{ق} = عط\ تعه} \quad .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (5)$$

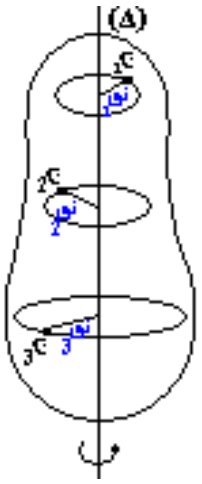
يقدر عزم العطالة (عط) في الجملة الدولية ب : (كغ $م^2$)

نتيجة : – إذا دارت نقطة مادية بحركة دائرية حول محور ثابت (Δ) فإن عزم محصلة القوى المؤثرة فيها بالنسبة لهذا المحور يساوي جداء تسارع الزاوي (تعه) في عزم عطالتها (عط) بالنسبة للمحور نفسه.

1 – 3 – عزم عطالة جسم صلب بالنسبة لمحور ثابت (Δ) :

نعتبر الجسم المكون من النقاط المادية ن$_1$ ، ن$_2$ ، ن$_3$ ، . . . التي كتلتها على التوالي ك$_1$ ، ك$_2$ ، ك$_3$ ، . . . . . وأبعادها عن محور الدوران على التوالي نـق$_1$ ، نـق$_2$ ، نـق$_3$ ، وتؤثر فيها على التوالي القوى ق$_1$ ،ق$_2$ ، ق$_1$ ، . . . .

إن جميع نقاط الجسم تنجز نفس الزاوية خلال نفس الزمن عند دوران الجسم فلها إذن:



– نفس السرعة الزاوية (سه)

– نفس التسارع الزاوي (تعه)

في كل لحظة زمنية

ويكون عندئذ عزم كل قوة بالنسبة لمحور الدوران (Δ) هو :

$$\text{عز}_{\Delta}\overleftarrow{\text{ق}}_1 = \text{ك}_1 \text{ نـق}_1^2 \text{ تعه}$$

$$\text{عز}_{\Delta}\overleftarrow{\text{ق}}_2 = \text{ك}_2 \text{ نـق}_2^2 \text{ تعه}$$

$$\text{عز}_{\Delta}\overleftarrow{\text{ق}}_3 = \text{ك}_3 \text{ نـق}_3^2 \text{ تعه}$$

$$\text{عز}_{\Delta}\overleftarrow{\text{ق}}_{\text{ن}} = \text{ك}_{\text{ن}} \text{ نـق}_{\text{ن}}^2 \text{ تعه}$$

ويكون المجموع الجبري لعزوم القوى بالنسبة لمحور الدوران :

$$\sum_{\text{هـ}=1}^{\text{ن}} \text{عـ}_{\Delta}\overleftarrow{\text{ق}}_{\text{هـ}} = \text{عز}_{\Delta}\overleftarrow{\text{ق}}_1 + \text{ز عـ}_{\Delta}\overleftarrow{\text{ق}}_2 + \text{عز}_{\Delta}\overleftarrow{\text{ق}}_3 \text{ ..} \quad \text{عز}_{\Delta}\overleftarrow{\text{ق}}_3 .$$

$$= \text{ك}_1 \text{ نـق}_1^2 \text{ تعه} + \text{ك}_2 \text{ نـق}_2^2 \text{ تعه+ . . . . . ك}_{\text{ن}} \text{ نـق}_{\text{ن}}^2 \text{ تعه}$$

$$= (\text{ك}_1 \text{ نـق}_1^2 + \text{ك}_2 \text{ نـق}_2^2 + \text{ك}_3 \text{ نـق}_3^2 + \text{ . . . . ك}_{\text{ن}} \text{ نـق}_{\text{ن}}^2) \text{تعه}$$

$$\sum_{\text{هـ}=1}^{\text{ن}} \text{عز}_{\Delta}\text{ق}_{\text{هـ}} = (\sum_{\text{هـ}=1}^{\text{ن}} \text{ك}_{\text{هـ}} \text{ نـق}_{\text{هـ}}^2) \text{ تعه . . . . . .(6)}$$

نسمي مجموع $\sum_{\text{هـ}=1}^{\text{ن}} \text{ك}_{\text{هـ}} \text{ نـق}_{\text{هـ}}^2$ عزم عطالة الجسم الصلب بالنسبة ل (Δ)

أي أن عط $\boxed{\text{عط} = \sum_{\text{هـ}=1}^{\text{ن}} \text{ك}_{\text{هـ}} \text{ نـق}_{\text{هـ}}^2}$ . . . . . .(7).

ونكتب العلاقة (6) كما يلي :

$$\sum_{م=1}^{ن} ك_م \, نق_م^2 = \text{عط تعه} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8).$$

2 – نظرية التسارع الزاوي :

إن العلاقة

$$\overleftarrow{ق} \; \text{عز}_{\Delta} = \text{عط تعه}،$$

تعبر عن نظرية التسارع الزاوي التي تطبق على الأجسام التي تدور حول محور (Δ) والتي نصها :

– إذا دار جسم صلب حول محور ثابت فإن جداء عزم عطالته بالنسبة لهذا المحور في تسارعه الزاوي يساوي مجموع عزوم القوى الخارجية فيه بالنسبة للمحور نفسه

– من العلاقة السابقة نكتب :

$$\text{تعه} = \frac{\Sigma \quad \text{عز}_{\Delta} \overleftarrow{ق}}{\text{عط}} ،$$

ونستنتج أن التسارع الزاوي :

– يتناسب طرديا مع المجموع الجبري لعزوم القوى الخارجية في الجسم

– يتناسب عكسياً مع عزم عطالة الجسم الصلب بالنسبة للمحور (Δ) وهذا يتناسب العكسي يبين أن عزم عطالة الجسم يعيق دوران الجسم فكلما كان (عط) كبيراً كان (تعه) صغيراً ومنه فإن عزم عطالة جسم يعبر عن ممانعة هذا الجسم لتغيير حالته الحركية الدورانية.

ملاحظة :

– إذا كانت القوى الخارجية المؤثرة على الجسم الدوار مقسمة إلى قوى محركة وقوى مقاومة فإن عزمها الكلي يكتب :

$$\Sigma \quad \text{عز}_{\Delta} \overleftarrow{ق} = \Sigma \quad \text{عز}_{\Delta} \overleftarrow{ق}_{\text{مح}} + \Sigma \quad \text{عز}_{\Delta} \overleftarrow{ق}_{\text{مق}} = \text{عط تعه}$$

مع $\Sigma \text{عز}_{\Delta} ق_{\text{مق}} < 0$

– إذا كان : $\left| \Sigma \quad \text{عز}_{\Delta} ق_{\text{مح}} \right| > \left| \Sigma \quad \text{عز}_{\Delta} \overleftarrow{ق}_{\text{مق}} \right|$ فإن تعه > 0 ،

وتكون الحركة دورانية متسارعة

– إذا كان : $\left| \Sigma \quad \text{عز}_{\Delta} ق_{\text{مح}} \right| < \left| \Sigma \quad \text{عز}_{\Delta} ق_{\text{مق}} \right|$ فإن تعه < 0 ،

وتكون الحركة دورانية متباطئة

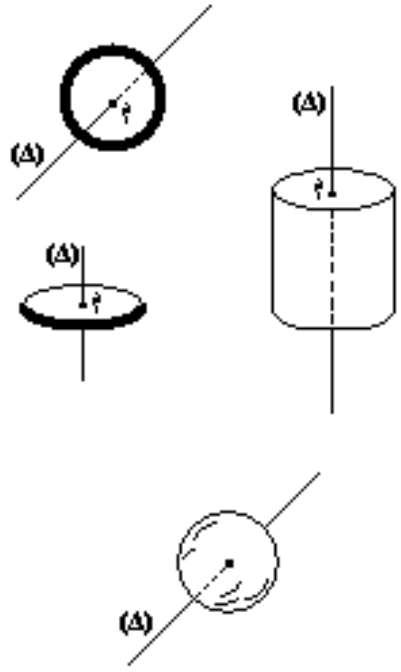
- إذا كان : $\left| \Sigma \text{ عز}_{\Delta} \text{ق}_{\text{مح}} \right| = \left| \Sigma \text{ عز}_{\Delta} \text{ق}_{\text{مق}} \right|$ فإن تعه= 0 ،

وتكون الحركة دورانية منتظمة إذا كان الجسم يدور، أما إذا كان ساكناً فإنه يبقى ساكناً

عزم عطالة بعض الأجسام الصلبة المتناظرة بالنسبة لمحور دورانها:

- إذا كانت الأجسام غير متناظرة بالنسبة لمحور دورانها أي غير منتظمة الشكل فإنه لا يمكن حساب عزم عطالتها وإنما يتم إيجاده تجريبيا .

أما إذا كان محور الدوران هو محور تناظر الجسم فيمكن حساب عزم عطالة الجسم بالنسبة لذلك المحور. ونذكرك فيما يلي عزيزي الطالب، بعزوم عطالة بعض الأجسام منتظمة الشكل التي تعرفت عليها في السنة الثالثة ثانوي.



أ – حلقة ثقيلة كتلتها "ك" ونصف قطرها "نق" : مثل بكرة

كتلتها موزعة بإنتظام على محيطها أو أسطوانة مجوفة.

$\text{عط}_{\Delta} = \text{ك} \cdot \text{نق}^2$ ،

ب – فرض أو أسطوانة مصمتة متجانسة كتلتها ك ونصف قطرها نق :

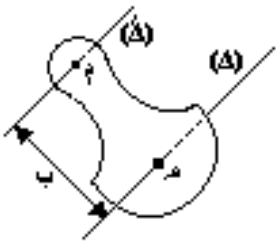
$\text{عط}_{\Delta} = \frac{1}{2} \text{ك نق}^2$

ج – كرة مصمتة متجانسة كتلتها "ك" ونصف قطرها نق بالنسبة لمحور مار بأحد أقطارها :

$\text{عط}_{\Delta} = \frac{2}{5} \text{ك نق}^2$

د – قضيب متجانس كتلته "ك" طوله "ل" ومقطعه مهمل أمام طوله بالنسبة لمحور عمودي عليه ومار من مركز ثقله (منتصفه)

$$عط_{\Delta} = \frac{1}{12} ك ل^2$$

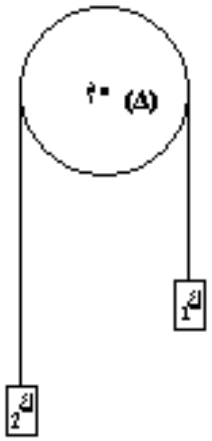


هـ – نظرية هويغز :

عزم عطالة جسم صلب يدور حول محور ما (Δ´) يساوي عزم عطالته بالنسبة للمحور (Δ) المار بمركز عطالته(م) والموازي (Δ´) مضافاً إليه جداء كتلته في مربع البعدين المحورين :

$$عط_{\Delta'} = عط_{\Delta} = ك + ب^2$$

مثال 1 : آلة آتود :



تتألف آلة آوتود من بكرة كتلتها ك ونصف قطرها نـق تقبل الدوران حول محورها الأفقي الثابت (Δ) المار بمركز عطالتها (م) يلف حول محز البكرة خيط مهمل الكتلة وعديم الإمتطاط يحمل في نهايتيه كتلتين : $ك_1$ ، $ك_2$ حيث :

$ك_1 > ك_2$ تحرر الجملة من السكون بدون سرعة ابتدائية ، تهمل كل الاحتكاكات .

1 – ما طبيعة حركة كل من والبكرة ؟

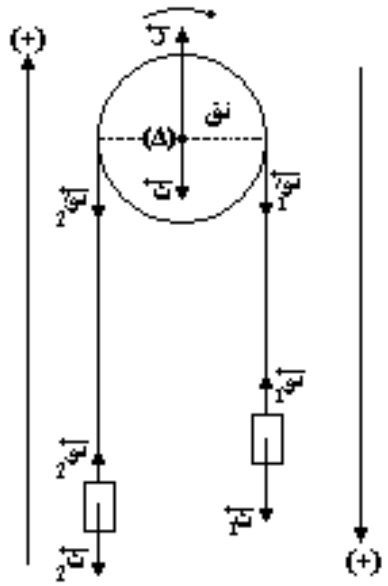
2 – أوجد التسارع الخطي للكتلتين : $ك_1$ ، $ك_2$ والتسارع الزاوي للبكرة.

3 – أحسب سرعة $ك_1$ بعدما تقطع مسافة ل = 2.5 م والسرعة الزاوية للبكرة عندئذ وعدد الدورات التي قد تكون أنجزتها البكرة

تطبيق عددي : $ك_1$ = 250 غ، $ك_2$ = 200 غ ك = 50 غ، ج = 10 م/ثا^2، نـق = 10 سم ، عط = ك نق^2

الحل :

- نطـبق نظـرية مركـز العطالــة علــى أجـزاء الجملــة التــي هــي فــي حالــة حــركة إنســحابية (ك$_1$ ، ك$_2$)،ونطبق نظرية التسارع الزاوي على البكرة التي هي في حالة حركة دورانية.
- نطبق نظرية مركز العطالة :



- على ك$_1$: $\Sigma \vec{ق}_{خ} = ك_1 \vec{تع}$

$\vec{ث}_1 + \vec{نو}_1 = ك_1 \vec{تع}$

بالإسقاط على محور الحركة :

ث$_1$ – تو$_1$ = ك$_1$ تع

$\Leftarrow$ تو$_1$ = ث$_1$ – ك$_1$ تع . . . . (1)

على ك$_2$: $\Sigma \vec{ق}_{خ} = ك_2 \vec{تع}$

ث$_2$ + تو$_2$ = ك$_2$ تع

بالإسقاط على محور الحركة :

تو$_2$ − ث$_2$ = ك$_2$ تع

⇐ تَو$_2$ = ك$_2$ تع + ث$_2$ .....(2)

نطبق نظرية التسارع الزاوي على البكرة :

Σ عـز$_{\Delta}$ $\overleftarrow{ق}$ ـ = عط تعه ،

+ عـز$_{\Delta}$ توَ عـز$_{\Delta}$ توَ$_2$ + عـز$_{\Delta}$ $\overleftarrow{ث}$ + عـز$_{\Delta}$ $\overleftarrow{ر}$ = عط تعه ،

توَ$_1$ نق − توَ$_2$ نق + 0 + 0 = عط تعه ،

(توَ$_1$ − توَ$_2$) نق = عط تعه= عط $\frac{تع}{نق}$ ،

عـز$_{\Delta}$ توَ − توَ$_2$ = $\frac{عط}{نق^2}$تع ،

توَ$_1$ = توَ$_1$ ، توَ$_2$ = توَ$_2$ لأن الخيط عديم الإمتطاط ومهمل الكتلة،

إذن : تو$_1$ − تو$_2$ = $\frac{عط}{نق^2}$تع . . . . . (3)

بتعويض (1) ، (2) في (3) نجد :

(ث$_1$ − ك$_1$ تع) − (ك$_2$ تع + ث$_2$) $\frac{عط}{نق^2}$تع ،

ث$_1$ − ك$_1$ تع − ك$_2$ تع + ث$_2$ = $\frac{عط}{نق^2}$تع ،

ث$_1$ − ث$_2$ = ك$_1$ تع + ك$_2$ تع + $\frac{عط}{نق^2}$تع ،

(ك$_1$ − ك$_2$) ج = (ك$_1$ + ك$_2$ + $\frac{عط}{نق^2}$) تع ،

$$تع = \frac{ك_1 - ك_2}{ك_1 + ك_2 + \frac{عط}{نق^2}} \quad ج = ثابت$$

تع = ثابت ومنه فإن حركة كل من ك$_1$ ، ك$_2$ مستقيمة متغيرة بانتظام.

أما بالنسبة للبكرة : تعه = $\frac{تع}{نق}$ = ثابت ومنه فحركة البكرة دورانية متغيرة بإنتظام.

− التسارع الخطي ل ك$_1$ ، ك$_2$: تع =

$$\frac{ك_1 - ك_2}{ك_1 + ك_2 + \frac{ك}{نق^2}} ج$$

تع = $\frac{(0.200 - 0.250)}{0.050 + 0.200 + 0.250} \times 10 = 1$ م/ثا^2.

- التسارع الزاوي للبكرة : تعه = $\frac{\text{تع}}{\text{نق}} = \frac{1}{0.1} = 10$ راد/ثا^2.

- سرعة ك_1 بعد قطعها مسافة ل = 2.5 م :

$\text{سر}^2 = 2$ تع ل $\Leftarrow$ سر $= \sqrt{2 \times 1 \times 2.5} = \sqrt{5}\,\text{ق} = 22.4$م/ثا.

- السرعة الزاوية للبكرة : سه = $\frac{\text{سه}}{\text{نق}} = \frac{2.24}{0.1} = 22.4$ راد/ثا.

- عدد الدورات التي تكون قد أنجزتها البكرة :

$\text{سه}^2 = 2$ تعهα ، $\alpha = 2$ ك π : ك عدد الدورات

$\text{سه}^2 = 4$ ك π تعه،

$\Leftarrow$ ك = $\frac{\text{سه}^2}{4\pi \text{ تعه}} = \frac{(22.4)^2}{4 \times 3.14 \times 10} = \frac{501.76}{125.6} \approx 4$ دورات

ملاحظة : يمكن حل التكوين بتطبيق نظرية الطاقة الحركية :

Δ قح = Σ عم $\overleftarrow{\text{ق خ}}$ ،

$(\frac{1}{2}\text{ك}_1 \text{سر}^2 + \frac{1}{2}\text{ك}_2 \text{سو}^2 + \frac{1}{2}\text{عط سه}^2) = (\frac{1}{2}\text{ك}_1 \text{سر}_0^2 + \frac{1}{2}\text{عط سه}_0^2)$

$= \text{ث}_1\text{ع} - \text{ث}_2\text{ع}$

وحسب الشروط الإبتدائية :

$\text{سر}_0 = 0$ $\text{سه}_0 = 0$

$\frac{1}{2}\text{سر}^2 + \frac{1}{2}\text{ك}_2 \text{سو}^2 + \frac{1}{2}\text{عط سه}^2 = \text{ك}_1\text{جع} - \text{ك}_2\text{جع}$ ج , سه = $\frac{\text{سر}}{\text{نق}}$

$\frac{1}{2}\text{سر}^2\left(\text{ك}_1 + \text{ك}_2 + \frac{\text{عط}}{\text{نق}^2}\right) = (\text{ك}_1 - \text{ك}_2)\text{جع}$

$\Leftarrow$ سر$^2 = 2 \frac{\text{ك}_1 - \text{ك}_2}{\text{ك}_1 + \text{ك}_2 + \frac{\text{عط}}{\text{نق}^2}}$ ج ع . . . . . (أ)

أي أن سر^2 = ثا ع ومنه فالحركة الإنسحابية مستقيمة متغيرة بانتظام ومنه نكتب :

سر$^2 = 2$ تع ع . . . . . .(ب)

من (أ ، ب) نجد :

$$تع = \frac{ك_1 - ك_2}{ك_1 + ك_2 + \frac{عط}{نق^2}} \ ج.$$

مثال 2 :

في كامل المسألة نهمل قوى إحتكاك البكرة مع . . . . ونعتبر ج = 10 م/ث

– من أجل تعيين عزم عطالة بكرة بالنسبة امحور أفقي

مار بمركز بالنسبة لمحور أفقي مار بمركزها

(م) نلف (أ) كتلته $ك_أ$ = 10.1 غ ، نصف قطر

البكرة نق = 10.0 سم

1 – يترك الجسم أ بدون سرعة ابتدائية من ارتفاع

ع = 5.00 م عن الأرض، فيستغرق زمنا قدره 10.0 ثا حتى يصل إليها. بين أن حركة جسم أ مستقيمة متغيرة بانتظام وعبر عن تسارعه بدلالة $ك_أ$ ، ج ،عط ، نق

2 – أحسب تسارع الجسم أ – وسرعته لحظة وصوله إلى الأرض وكذا السرعة الزاوية للبكرة في هذه اللحظة.

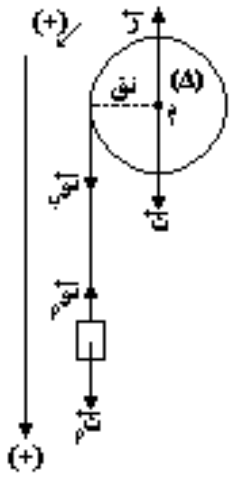
3– أحسب توتر الخيط أثناء الحركة

4 – أوجد عزم عطالة البكرة (عط) بالنسبة لمحور تدورانها.

الحل :

1 – نطبق نظرية مركز العطالة على الجسم (أ) في مرجع أرض غاليلي :

$$\sum \vec{ق}_{خ} = ك_أ \ \vec{تع}$$



$$\vec{ث}_1 - \vec{تو}_أ = ك_أ \ \vec{تع}$$

بالإسقاط على محور الحركة .

$$ث_أ - تو_أ = ك_أ \ تع \Leftarrow$$

$$تو_أ = ث_أ - ك_أ تع \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (1)$$

نطبق نظرية التسارع الزاوي على البكرة :

$$\Sigma \ عـز_{\Delta} \vec{ق}_{خ} = عط \ تعه$$

$$عـز_{\Delta} \vec{ث} + عـز_{\Delta} \vec{ر} + عـز_{أ} \vec{تو}_{ب} = عط$$

$$0 + 0 + تو_{ب} نق = عط \ تعه، \quad تعه = \frac{تع}{نق}،$$

$$\text{تو}_{\text{ب}}\text{نق} = \frac{\text{عط}}{\text{نق}}\ \text{تع}\ ،$$

$$\Leftarrow \quad \text{تو}_{\text{ب}} = \frac{\text{عط}}{\text{نق}^2}\ \text{تع} \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$\text{تو}_{\text{أ}} = \text{تو}_{\text{ب}}$: قوتان داخليتان، ومنه نكتب :

$$\text{ث}_{\text{أ}} - \text{ك}_{\text{أ}}\ \text{تع} = \frac{\text{عط}}{\text{نق}^2}\ \text{تع}$$

$$\text{ث}_{\text{أ}} = \text{ك}_{\text{أ}}\ \text{تع} + \frac{\text{عط}}{\text{نق}^2}\ \text{تع}$$

$$\text{ث}_{\text{أ}} = \text{تع}\left(\text{ك}_{\text{أ}} + \frac{\text{عط}}{\text{نق}^2}\right) \Leftarrow \text{تع} = \frac{\text{ث}_{\text{أ}}}{\text{ك}_{\text{أ}} + \frac{\text{عط}}{\text{نق}^2}} = \frac{\text{ك}_{\text{أ}}\ \text{ج}}{\text{ك}_{\text{أ}} + \frac{\text{عط}}{\text{نق}^2}} \ldots\ldots (3)$$

تع = ثابت ومنه فحركة الجسم (أ) مستقيمة متغيرة بانتظام

2 – حساب تع ، سر ، سه :

– حركة (أ) مستقيمة متغيرة بانتظام معادلاتها :

$$\text{ع} = \frac{1}{2}\ \text{تع}\ \text{ز}^2 + \text{سر}_0\ \text{ز} + \text{ع}_0 ،$$

$$\text{سر} = \text{تع}\ \text{ز} + \text{سر}_0$$

وحسب الشروط الابتدائية للحركة : ز = 0 ، $\text{سر}_0 = 0$ ، $\text{ع}_0 = 0$

إذن : $\text{ع} = \frac{1}{2}\ \text{تع}\ \text{ز}^2 \Leftarrow \text{تع} = \frac{2\ \text{ع}}{\text{ز}^2} = \frac{5 \times 2}{(10)^2} = 0.1\ \text{م/ ثا}^2$

$\text{سر} = \text{تع}\ \text{ز} \Leftarrow \text{سر} = 0.1 \times 10 = 1\ \text{م/ثا}$

$$\text{سه} = \frac{\text{سر}}{\text{نق}} \Leftarrow \text{سه} = \frac{1}{0.10} = 10\ \text{راد/ثا}$$

– حساب التوتر أثناء الحركة :

$\text{تو}_{\text{أ}} = \text{تو}_{\text{ب}}$: $\text{ث}_{\text{أ}} - \text{ك}_{\text{أ}}\ \text{تع} = \text{ك}_{\text{أ}}\ \text{ج} - \text{ك}_{\text{أ}}\ \text{تع}$

$\text{تو}_{\text{أ}} = \text{تو}_{\text{ب}}$: $\text{ك}_{\text{أ}}\ (\text{ج} - \text{تع})$

$\text{تو}_{\text{أ}} = \text{تو}_{\text{ب}}$: $10.1 \times 10^{-3}\ (10 - 0.1)$

$$= 10.1 \times 10^{-3} \times 9.9 = 0.1\ \text{ن}$$

عزم عطالة البكرة : من العلاقة (2) :

$$\text{تو}_{\text{ب}} = \frac{\text{عط}}{\text{نق}^2}\ \text{تع} \Leftarrow \text{عط} = \text{تو}_{\text{ب}}\ \frac{\text{نق}^2}{\text{تع}}$$

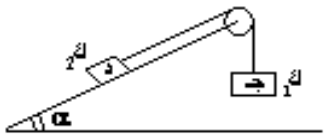
$$0.01 = 0.1 \frac{^2(0.1)}{0.1} = \text{عط}$$

$$\text{عط} = 10^{-2} \text{ كغ.م}$$

مثال 3 :

نحقق التركيبة الموضحة بالشكل حيث (ج) جسم كتلته

$ك_1$ = 006 غ، (د) جسم كتلته $ك_2$ = 400غ



يمكنه الانزلاق على مستو

يميل على الأفق بزاوية $\alpha = 30°$

ويرتبط الجسمان ببعضهما

بخيط مهمل الكتلة وعديم

الإمتطاط يمر على محر بكرة كتلتها ك ونصف قطرها نق وعزم عطالتها عط = 10^{-2} كغ.م2.

إن الجسم (ج) يوجد على ارتفاع 4م من الأرض ، يحرر الجملة من السكون وبدون سرعة ابتدائية ، نهمل كافة الاحتكاكات..

1 – بين أن حركة الجسمين ج و د مستقيمة متغيرة بانتظام.

وأحسب تسارعها بتطبيق مبادئ الديناميك.

2 – نفس السؤال (1) باستعمال نظرية الطاقة الحركية.

3 – أوجد سرعة كل من (ج) ، (د) وكذا السرعة الزاوية للبكرة لحظة ملامسة $ك_1$ للأرض.

4 – عندما يلامس الجسم (Δ) الأرض ينزع الخيط من البكرة

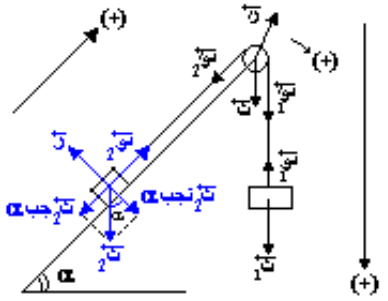
أ – ما طبيعة الحركة اللاحقة للبكرة ؟ أكتب معادلتها الزمنية.

ب – ما طبيعة حركة الجسم (د) ؟ أكتب معادلتها الزمنية.

ج – أحسب المسافة التي يقطعها الجسم (د) على المستوي المائل حتى يتوقف ابتداء من لحظة انقلاب (نزع الخيط من البكر0 نعتبر ج = 10 م /ث2

الحل :

نطبق نظرية مركز العطالة على (ج) ، و (د) في مرجع أرضي غاليلي :



– على (ج) : $\Sigma \vec{ق}_{خ} = ك_1 \vec{تـ_ع}$

$\vec{ث}_1 + \vec{تـ_و}_1 = ك_1 \vec{تـ_ع}$ ،

بالإسقاط على محور الحركة :

ث$_1$ – تو$_1$ = ك$_1$ تع ،

$\Leftarrow$ تو$_1$ = ث$_1$ – ك$_1$ تع . . . . . .(1)

– على (د) : $\Sigma \overleftarrow{ق}$ خ = ك$_2$ $\overleftarrow{تع}$

$\overleftarrow{ث}_2$ + $\overleftarrow{ر}$ + $\overleftarrow{تو}$ = ك$_2$ تع ، بالإسقاط على محور الحركة :

تو$_2$ –ث$_2$جب α = ك$_2$ تع $\Leftarrow$ تو$_2$ = ك$_2$ تع + ث$_2$ جبα . . . . . (2)

– نطبق نظرية التسارع الزاوي على البكرة :

Σ عنر = عط تعه

Σ عنر$_\Delta$ $\overleftarrow{تو}_1$ + عنر$_\Delta$ $\overleftarrow{تو}_2$ + عنر$_\Delta$ $\overleftarrow{ث}$ + عنر $\overleftarrow{ر}$ = عط تعه،

تو$_1$َ نق – تو$_2$َ نق + 0 + 0 = عط تعه، تعه = $\frac{تع}{نق}$،

(تو$_1$َ – تو$_2$َ) نقَ = $\frac{عط}{نق}$ تع ،

(تو$_1$َ – تو$_2$َ) = $\frac{عط}{نق^2}$ تع.

لكن تو$_1$َ = تو$_2$َ ، تو$_2$َ = تو$_1$َ ،

إذن : تو$_1$ – تو$_2$ = $\frac{عط}{نق^2}$ تع . . . . . (3)

بتعويض (1) ، (2) في (3) نجد :

(ث$_1$ –ك$_1$ تع) – (ك$_2$ تع + ث$_2$ جبα) = $\frac{عط}{نق^2}$ تع،

ث$_1$ –ك$_1$ تع – ك$_2$ تع + ث$_2$ جبα = $\frac{عط}{نق^2}$ تع،

ث$_1$ – ث$_2$ جبα = ك$_1$ تع + ك$_2$ تع + $\frac{عط}{نق^2}$ تع

ك$_1$ ج – ك$_2$ ج جبα = تع (ك$_1$ + ك$_2$ + $\frac{عط}{نق^2}$)

$\Leftarrow$ تع = $\frac{(ك_1 - ك_2 \text{ جبα})}{ك_1 + ك_2 + \frac{عط}{نق^2}}$ = ثابت

تع = ثابت ومنه نستنتج أن حركة كل من ج ، د مستقيمة متغيرة بإنتظام.

2 – بتطبيق نظرية الطاقة الحركية على الجملة (ج ، د ، البكرة) :

Δ قح = Σ عم $\overleftarrow{ق}$ خ ،

$$(\frac{1}{2}ك_1 سو_0^2 + \frac{1}{2}ك_2 سو_0^2 + \frac{1}{2} عط سه_0^2) - (\frac{1}{2}ك_1 سو_0^2 + \frac{1}{2}ك_2 سو_0^2 + \frac{1}{2} عط سه_0^2)$$

$$= \quad عم \overleftarrow{ث}_1 + \quad عم ث_2$$

وحسب الشروط الإبتدائية للحركة :

$$ز = 0 \Leftarrow \quad ، \quad سو_0 = 0 \ ، \ سه_0 = \frac{سو_0}{نق} = 0$$

إذن :

$$\frac{1}{2}ك_1 سو_0^2 + \frac{1}{2}ك_2 سو_0^2 + \frac{1}{2} عط \frac{سو_2^2}{نق_2^2} = ث_1 ع - ث_2 جب\alpha ع.$$

$$(ك_1 + ك_2 \frac{عط}{نق_2^2}) \frac{سو_2^2}{2} = (ث_1 - ث_2 جب\alpha) ع$$

$$\Leftarrow سر_2^2 = 2 \frac{(ك_1 - ك_2 جب\alpha) ج}{ك_1 + ك_2 + \frac{عط}{نق_2^2}} ع \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5).$$

إن المقدار : $\frac{2(ك_1 - ك_2 جب\alpha) ج}{ك_1 + ك_2 + \frac{عط}{نق_2^2}} ع$ = ثابت ومنه يمكن كتابة :

$سر_2^2 = ثا \cdot ع$ ونستنتج من ذلك أن مربع السرعة يتناسب مع المسافة وبالتالي فحركة كل من ج ، د مستقيمة متغيرة بانتظام إذن نستطيع كتابة :

$سر_2^2 = 2 تع ع \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$

وبمقارنة (5) ، (6) نجد تسارع الحركة :

$$تع = \frac{(ك_1 - ك_2 جب\alpha) ج}{ك_1 + ك_2 + \frac{عط}{نق_2^2}} \ ،$$

$$تع = \frac{10(0.5 \times 0.4 - 0.6)}{\frac{0.01}{0.01} + 0.6 + 0.4} = \frac{10 \times 0.4}{2.0} = 2.0 م/ثا^2$$

3 – سرعة الجسم (ج) لحظة وصوله إلى الأرض :

$سر_2 = 2$ تع ع $\Leftarrow$ سر $= \sqrt{2ق \times تـع ع} = \sqrt{2ق \times 2 \times 4} = 4$م/ثا

التسارع الزاوي للبكرة :

$سه = \frac{سو}{نق_2} = \frac{4}{0.4} = 40$ راد/ثا

4 – عند إنقلاب الخيط من على البكرة تصبح $تو_1 - تو_2 = 0$

$تو_1 - تو_2 = \frac{عط}{نق_2}$ تع $= 0$

$\frac{عط}{نق_2} \neq 0 \Leftarrow$ تع $= 0$ بما أن تع = تعه نق $\Leftarrow$ تعه $= 0$

ومنه تكون حركة البكرة دائرية منتظمة سرعتها هي السرعة المكتسبة لحظة إنقلاب الخيط أي : سر = 4 م/ثا ، سه = 40 راد/ثا

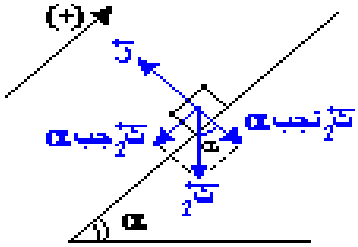
ومعادلتها :

$\alpha = سه_0 ز + سه$ تع.

بإعتبار مبدأ لأزمنة لحظة إنقلاب الخيط ومبدأ الفواصل $\alpha_0 = 0$

فإن : $\alpha = 40$ ز

– حركة الجسم (د) :



عند إنقلاب الخيط يبقى الجسم د خاضعاً لثقله

وفعل المستوى المائل فقط.

– نطبق عليه نظرية مركز عطالة في مرجع أرضي غاليلي

$\Sigma \overleftarrow{ق} خ = ك_2 \overleftarrow{تعَ}$

$\overleftarrow{ث_2} + \overleftarrow{ر} = ك_2 \overleftarrow{تـعَ} \Leftarrow$ بالإسقاط على محو الحركة

$– ث_2$ جب $\alpha = ك_2$ تعَ

$ك_2$ ج جب $\alpha = ك_2$ تعَ $= –$ ج جبα = ثابت . . . . . (7)

سر.تعَ < 0 ومنه حركة (د) بعد انقلاب الخيط مستقيمة متباطئة بانتظام.

تسارعها : تع $= –$ج جب$\alpha = – 10 \times 0.5 = –5$م/ثا^2

ومعادلتها الزمنية :

$س = \frac{1}{2}$تعَ ز$^2 + سو_0$ ز $+ س_0$.

باعتبار مبدأ الأزمنة لحظة انقلاب الخيط ومبدأ الفواصل نقطة تواجد الجسم (د) في هذه اللحظة : فإن :

$س_0 = 0$ ، $سو_0 = 4$ م/ثا وهي السرعة المكتسبة قبل انقلاب الخيط ومنه نكتب معادلة حركة الجسم (د) :

$س = \frac{-5}{2} ز^2 + 4 ز$ ، $سر = -5 ز + 4$

– المسافة التي يقطعها الجسم (د) على المستوى المائل إبتداءً من لحظة إنقلاب الخيط حتى يتوقف :

$سو'^2 - سو_0^2 = 2 تعَ س$ $س = \frac{سر^2 - سر_0^2}{2 تـع}$ ،

سرَ هي السرعة نهاية هذه المرحلة (سرَ = 0)،

$سو_0$ هي السرعة في بداية هذه المرحلة ($سو_0 = 4$ م/ثا)

$س = \frac{0 - (4)^2}{2(-5)} = 1.6$ م

أما المسافة التي يكون الجسم (د) قد قطعها من بداية الحركة فهي :

س = 1.6 + 4 = 5.6 م

الخلاصة :

يجب معرفة تطبيق نظرية التسارع الزاوي Σ عز = عط تعه.

أسئلة التصحيح الذاتي :

1 – تتكون جملة من أسطوانة متجانسة ، نصف قطرها نق بإمكانها الدوران حول محورها الدوراني (Δ) وساق متجانسة أب طولها 2 ل منتصفها (م) مثبتة على أحد أقطار الأسطوانة (الشكل)

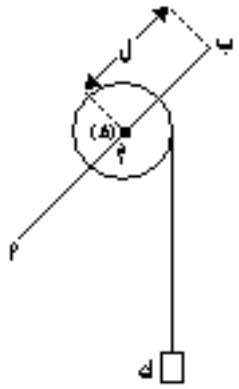
نعتبر عطالة الجملة (ص) [أسطوانة، ساق]

بالنسبة للمحور(Δ) نهمل الاحتكاكات، تعطى :

نق = 2.5 سم ، ل = 20 سم.

أ – يثبت على الأسطوانة خيط مهمل الكتلة وعديم الإمتطاط ويلف عليها وتحمل نهايته الأخرى بجسم كتلته ك ثم تحرر الجملة من السكون بدون سرعة إبتدائية،

أ – أوجد عبارة التسارع (تع) للجسم المعلق بدلالة ك ، نق، ج ، $عط_0$



ب – إن جسم المعلق يقطع مسافة قدرها 0.20 م خلال 0.60 ثا من بداية الحركة.

– إستنتج قيمة عط $_0$ علماً أن ك = 0.200 كغ.

2 – نثبت على الساق أب جسمين ج ، د نعتبرهما نقطتين ماديتين كلة كل منهما ك .

أوجد عبارة التسارع (تعَ) للجسم المعلق بدلالة : ك ، نق ، ج ، عط $_0$ ، س ، ك.

حيث س = ج م = د م نعتبر ج = 10 و . د

2 – أسطوانة (ج) نصف قطرها نق = 5 سم ، كتلتها ك = 3 كغ تدور حول محور أفقي(Δ) مار بمحورها الدوراني، يلف حول الأسطوانة خيط نهمل الكتلة وعديم الإمتطاط يحمل في نهايته الحرة جسماً كتلته ك = 1 كغ ، يعطى عزم عطالة الأسطوانة بالنسبة لمحور دورانها (Δ) عط = $\frac{1}{2}$ك نق^2

نعتبر ج = 10 م/ثا^2.

1 – نفرض أن الإحتكاك بين الأسطوانة والمحور (Δ) مهمل ، يحرر الجملة من السكون بدون سرعة إبتدائية.

أ – ما طبيعة حركة ك ؟ أحسب تسارعها.

ب – ما طبيعة حركة الأسطوانة ؟ أحسب تسارعها الزاوي.

2 – بفرض أن قوى الإحتكاك موجودة وتكافئ قوة وحيدة عزمها ثابت، ندرس حركة الأسطوانة والكتلة ك تجريبياً، يترك الجسم ذو كتلة ك بدون سرعة إبتدائية ونسجل أزمنة هبوطه إرتفاعات مختلفة (ع$_1$ ، ع$_2$ ، ع$_3$ ، . . . . .) ونسجل النتائج في الجدول التالي :

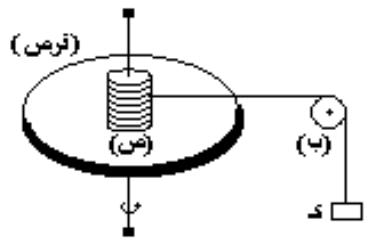
ع(م)	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
ز(ثا)	0.338	0.438	0.585	0.676	0.756

أ – أرسم البيان ع = تا(ز^2) وإستنتج منه

– طبيعة حركة ك وتسارعها الحقيقي تع$_1$ والتسارع الزاوي الحقيقي للأسطوانة.

ب –بإستخدام نتائج التجربة أحسب عزم مزدوجة الإحتكاك على الأسطوانة (ج).

3 – لدينا الجهاز المبين بالشكل :



حيث (ب) بكرة مهملة الكتلة وعزم عطالة الجملة (قرص ، أسطوانة ص) هو عط.

ونصف قطر الأسطوانة (ص) هو نق

تترك الجملة لحالها إعتباراً من السكون وبدون سرعة إبتدائية.

نقيس الزمن (ز) الذي تستغرقه (ص) لإنجاز ن دورة كاملة فنحصل على نتائج الجدول التالي :

ن(دورة)	1	2	3	4	5
ز(ثا)	2.8	3.9	4.8	5.6	6.2

1 – أرسم المنحنى البياني α = تا($ز^2$)

2 – ما طبيعة حركة الجملة (قرص ، أسطوانة)

3 – استخرج من البيان التسارع الزاوي للجملة

(قرص ، أسطوانة)

4 – اعتبار من التجربة الأخيرة ، أحسب التسارع الزاوي وضعه على الشكل :

تعه = $\mathbf{تعه}_0 \pm \Delta$ تعه ، علماً أن Δز = 0.1 ثا ، Δن = 0.01 دورة

5 – إذا كانت ك = 50 غ ، نق = 4 سم أحسب عزم عطالة الجملة (قرص ، أسطوانة).

أجوبة التصحيح الذاتي :

1 – أ – نطبق نظرية مركز العطالة على "ك" في مرجع أرض غاليلي :

$\Sigma \overleftarrow{ق}_{خ} = ك \overleftarrow{تع}$ ، $سو_0$

$\overleftarrow{ث} + \overleftarrow{تو} = ك \overleftarrow{تع}$ بالإسقاط على محور الحركة :

ث – تو = ك تع $\Leftarrow$ تو = ث – ك تع . . . . . (1)

نطبق نظرية التسارع الزاوي على الجملة الدوارة :

$\Sigma عز = عط_0$ تعه ،

$عز_{\Delta} \overleftarrow{توَ} + عز_{\Delta} \overleftarrow{ثَ} + عز_{\Delta} \overleftarrow{رَ} = عط_0$ تعه ،

$توَ نق = عط_0 \frac{تع}{نق}$ ،

$توَ = \frac{عط_0}{نق^2} تع$ . . . . . (2)

تو = توَ : قوتان داخليتان إذن ،

$ث – ك تع = \frac{عط_0}{نق^2} تع \Leftarrow ث = (ك + \frac{عط_0}{نق^2}) تع،$

$تع = \frac{ث}{ك + \frac{عط_0}{نق^2}} = \frac{ك ج}{ك + \frac{عط_0}{نق^2}}$ = ثابت.

ومنه فحركة الجسم المغلق مستقيمة متغيرة بإنتظام

ب – حسب الشروط الإبتدائية : ز = 0 ، $سو_0 = 0$ ، $ع_0 = 0$

إذن : $ع = \frac{1}{2} تع ز^2$ $تع = \frac{ع2}{ز^2} = \frac{0.20 \times 2}{(0.60)^2} = 1.11$ م/ثا^2

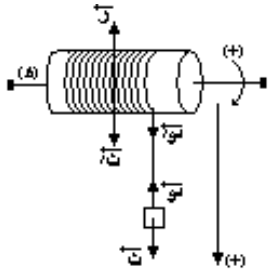
2 – نجري نفس التطبيق السابق مع ملاحظة أن

عزم عطالة الجملة الدوارة يساوي عزم عطالة

(الساق ، الأسطوانة) مضافاً إليه عزم عطالة الكتلتين

أي $عط = عط_0 + ك س^2 + ك س^2 = عط + 2 ك س^2$

و نجد : تع = $\frac{\text{ك ج}}{\text{ك} + \frac{\text{عـط}_0 + 2\ \text{ك س}^2}{\text{نـق}^2}}$



2 – أ – نطبق نظرية مركز العطالة على (ك) في مرجع أرضي غاليلي : $\Sigma \overleftarrow{ق}_{ـ}$ = ك $\overleftarrow{تـع}$ ،

$\overleftarrow{ث}$ + $\overleftarrow{توَ}$ = ك $\overleftarrow{تـع}$ بالإسقاط على محور الحركة :

ث – توَ = ك تع ⇐ توَ = ث – ك تع . . . . . (1)

نطبق نظرية التسارع الزاوي على الأسطوانة :

Σ عز = عط تعه ،

عز $\overleftarrow{توَ}$ + عز $\overleftarrow{ثَ}$ + عز $\overleftarrow{رَ}$ = عط تعه ،

توَ نق = عط $\frac{\text{تع}}{\text{نق}}$ ، ⇐ توَ = $\frac{\text{عط}}{\text{نق}^2}$تعَ . . . . . (2)

توَ= توَ : قوتان داخليتان ومنه نكتب :

ث – كـ تع = $\frac{\text{عط}}{\text{نق}^2}$تع ⇐ = $\frac{\text{ث}}{\text{ك}+\frac{\text{عط}}{\text{نق}^2}}$ = $\frac{\text{ك ج}}{\text{ك}+\frac{\text{عط}}{\text{نق}^2}}$ = ثابت

ت.ع : تع = $\frac{10\times 1}{1+3.\frac{1}{2}\frac{\text{نق}^2}{\text{نق}^2}}$ = 4 م/ثا^2

ت.ع : تع = $\frac{10\times 1}{1+3.\frac{1}{2}\frac{\text{نق}^2}{\text{نق}^2}}$ = 4 م/ثا^2

إن حركة(كـ) مستقيمة متغيرة بإنتظام

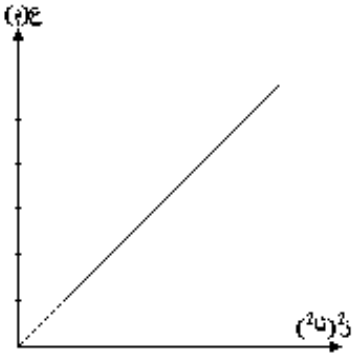
ب – طبيعة حركة الأسطوانة : لدينا تعه = $\frac{\text{تع}}{\text{نق}}$ = ثابت ومنه حركة الأسطوانة دورانية متغيرة

بإنتظام تسارعها الزاوي : تعه = $\frac{4}{0.05}$ = 80 راد/ثا^2.

2 – أ – نربع الزمن ونرتب النتائج في جدول :

ع(م)	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
ز(ثا)	0.114	0.192	0.342	0.457	0.571

البيان ع = تا($ز^2$) مستقيم إمتداده يمر بالمبدأ معادلته ع = أ $ز^2$



أ – ميل الخط البياني :

المسافة (ع) تتناسب طردياً مع مربع الزمن ومنه نستنتج

أن حركة ك مستقيمة متغيرة بانتظام.

حساب التسارع الحقيقي للأسطوانة :

لدينا : بيانياً : ع = أ $ز^2$

ونظرياً : ع = $\frac{1}{2}$ $تع_1$ $ز^2$ بالمطابقة

نجد : أ $\frac{1}{2}$ $تع_1$ = $تع_1$ ⇐ = 2أ

من البيان نجد : أ = $\frac{ع_2 - ع_1}{ز_2^2 - ز_1^2}$ = 1.75 م/ثا^2 ومنه $تع_1$ = 3.5 م/ثا^2

ب – نحسب شدة قوة الاحتكاك مق لنحسب عزمها.

- في غياب الاحتكاك : ق = كـ تع
- في وجود الاحتكاك : $ق_1$ = كـ $تع_1$

ومنه شدة قوة الاحتكاك : مق = ق – $ق_1$ = كـ (تع – $تع_1$)

مق = 1 (4 – 3.5) = 0.5 ن

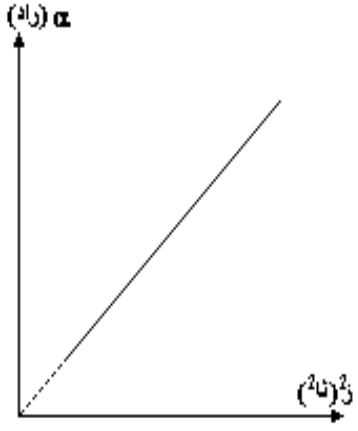
$|عز_{\Delta}مق|$ = مق . مقَ = 0.5 × 0.5 = 10^{-2} . 25 = 10^{-3} ن.م

3 – لرسم البيان : α = تا ($ز^2$) نحسب (α) ، ($ز^2$) ونرتب النتائج في جدول α = 2π ن

α (راد)	π 2	π 4	π 6	π 8	π 10
$ز^2$ (ثا^2)	7.8	15.2	23.0	31.4	38.4

1 – البيان α = تا($ز^2$) مستقيم يمر بالمبدأ

معادلته α = أ$ز^2$ أ : ميل المستقيم.



2 – الفاصلة الزاوية متناسبة طردياً مع مربع

الزمن ومنه فحركة الجملة الدوارة

(قرص – أسطوانة) دورانية متغيرة بإنتظام

3 – لدينا : نظرياً : $\alpha = \frac{1}{2}$ تعه$ز^2$

بيانياً : $\alpha = أز^2$

بالمطابقة نجد : $أ = \frac{1}{2}$ تعه $\Leftarrow$ تعه = 2 أ ،

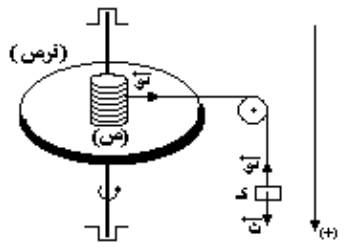
من البيان نجد: أ = 0.80 راد/ثا^2 $\Leftarrow$ تعه = 2 × 0.80 = 1.60 راد/ثا^2 – من التجربة الأخيرة تعه$_0$ $= \frac{\alpha 2}{ز^2} = \frac{\pi 20}{38.4}$ = 1.64 راد/ثا^2

$\frac{\Delta \text{ تعه}}{\text{تعه}_0} = \frac{\alpha\Delta}{{}_0\alpha} + \frac{\Delta ز 2}{ز_0}$ لكن $\alpha = 2\pi$ ن $\Leftarrow$ $\frac{\alpha\Delta}{{}_0\alpha} = \frac{\Delta ن}{ن_0}$

Δ تعه = تعه$_0$ $(\frac{\Delta ن}{ن_0} + \frac{\Delta ز 2}{ز_0})$ 1.64 = $(\frac{0.01}{5} + \frac{0.1.2}{62})$ = 0.05 راد/ثا^2

ومنه تعه = (1.64 ± 0.05) راد/ثا^2

5 – نطبق نظرية مركز العطالة على (كـ) في مرجع أرض& غاليلي :



$\vec{ث} + \vec{تو} = ك \vec{تع}$ ، بالإسقاط على محور الحركة :

ث – تو = ك تع

تو = ث – ك تع

نطبق نظرية التسارع الزاوي على الجملة الدوارة :

توَ نق = عط تعه ، تعه = $\frac{\text{تع}}{\text{نق}}$

تو = $\frac{\text{عط}}{\text{نق}^2}$ تع ،

تو = توَ $\Leftarrow$ ث – ك تع = $\frac{\text{عط}}{\text{نق}^2}$ تع $\Leftarrow$ عط = $\frac{(\text{ث} - \text{كـ تعه نق})\ \text{نق}}{\text{تعه}}$

عط = $\frac{(10.50 \times 10^{-3} - 10.50^{-3} \times 1.64 \times (10.4)^{-2})\ 10.4^{-2}}{\text{تعه}}$ = 12.1 × 10^{-3} كغ. م^2

تطبيقات قوانين الميكانيك الكلاسيكي

نظراً لطول هذا الفصل تم تقسيمه إلى قسمين :

1 – حركة جسيمة خاضعة لقوة ثابتة

2 – قوى العطالة – خاص بشعبة العلوم الدقيقة

3 –حركة الأقمار الاصطناعية– خاص بشعبة العلوم الدقيقة

حركة جسيمة خاضعة لقوة ثابتة

أهداف الدرس :

1 – يماثل بين حقل الجاذبية الأرضية والحقل الكهربائي المنتظم من خلال :

أ – حركة قذيفة في حقل الجاذبية الأرضية

ب – حركة جسيمة مشحونة في حقل كهربائي منتظم

2 – يطبق قوانين الميكانيك الكلاسيكي في وضعيات مختلفة

الدروس التي ينبغي مراجعتها : – الحقل الكهربائي وحقل الجاذبية من برنامج السنة الثانية ثانوي.

المدة الزمنية اللازمة للدرس : 6 ساعات

المراجع : – كتب الفيزياء السنة الثالثة – المعهد التربوي الوطني

– كتاب فيزياء خارجي – السنة الثالثة ثانوي

تصميم الدرس

1 – حركة جسيمة خاضعة لقوة ثابتة

1 – 1 – حركة قذيفة في حقل ثقالي منتظم

1 – 2 – حركة جسيمة مشحونة في حقل كهربائي منتظم

– أسئلة التصحيح الذاتي

– أجوبة التصحيح الذاتي.

سندرس خلال هذا الفصل بعض تطبيقات قوانين الميكانيك الكلاسيكي وهي :

حركة جسيمة خاضعة لقوة ثابتة

- **قوى العطالة :** وهو موضوع خاص بشعبة العلوم الدقيقة فقط
- **حركة الأقمار الصناعية :** وهو موضوع خاص بشعبة العلوم الدقيقة فقط
- **تطبيقات على التحريكات الجيبية** المستقيمة والجيبية الدورانية (نأتي في الإرسال الثاني)

1 - حركة جسيمة خاضعة لقوة ثابتة :

إن كل جسم كتلته "ك" موجود في حقل ثقالي منتظم يخضع لقوة ثابتة هي ثقله $\overleftarrow{ث}$ = ك $\overleftarrow{ج}$ حيث $\overleftarrow{ج}$ هو شعاع الحقل الثقالي ، كما أن كل جسيمة مشحونة بشحنة كهربائية ك موجودة في حقل كهربائي ساكن منتظم ح تخضع لقوة كهربائية ثابتة $\overleftarrow{ق}$ = ك $\overleftarrow{ح}$.

سندرس خلال هذا الفصل حركتي الجسم والجسيمة المشحونة في الحقلين المنتظمين، الثقالي والكهربائي على الترتيب

1 - 1 -حركة قذيفة في حقل ثقالي منتظم :

يقذف جسمك كتلته " ك " من نقطة م بسرعة إبتدائية $\overleftarrow{سر_0}$ تصنع زاوية(α) مع المستوي الأفقي (الشكل) في حقل الجاذبية الأرضية ج

- نعتبر كثافة الجسم كبيرة نسبياً بحيث يمكن إهمال تأثير مقاومة الهواء ودافعة خميدس أمام تأثير ثقله.

إذا إعتبرنا الجسم كنقطة مادية فإننا ندرس حركة النقطة المادية، أما إذا إعتبرناه كجملة مادية فإننا ندرس حركة مركز عطالته

- ستتم الدراسة في منطقة محدودة من الفراغ يكون فيها حقل الجاذبية منتظماً.

أ - الدراسة التحريكية :

لندرس حركة قذيفة في معلم أرضي نعتبره غاليليا

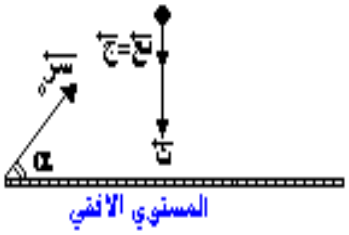
- إن القذيفة تخضع لثقلها فقط : $\overleftarrow{ث}$ = ك $\overleftarrow{ج}$

وحيث أن كتلتها "ك" ثابتة و $\overleftarrow{ج}$ = $\overleftarrow{ثـا}$ فإن $\overleftarrow{ث}$ يكون ثابتاً أيضاً

أي أن القذيفة تكون خاضعة لقوة شدتها ثابتة وحاملها شاقولي وجهتها نحو الأسفل. (الشكل)

– نطبق العلاقة الأساسية للتحريك على القذيفة :

$$\sum \vec{ق}_{خ} = \frac{د\vec{ك}}{د ز} = \frac{ك\, د\, \vec{سر}}{د\ ز}$$



ك $\vec{تـ_ع}$ . . . . (1) المستوى الأفقي

$\vec{تـ_ع}$: تسارع مركز عطالة القذيفة

أو أحسب نظرية مركز العطالة

: $\sum \vec{ق}_{خ} = ك\ \vec{تـ_ع}$ . . . . (2)

وبما أن الجسم يخضع لقوة وحيدة هي : $\vec{ث} = ك\ \vec{ج}$

إذن : $\sum \vec{ق}_{خ} = ك\ \vec{ج}$ . . . . . (3)

من (2) ، (3) نجد $\vec{تـ_ع} = \vec{ج}$

إذن شعاع تسارع مركز العطالة القذيفة ثابت، له نفس حامل وجهة وشدة تسارع حقل الثقالة الأرضية ج.

ب – الدراسة الحركية :

ندعوك عزيزي الطالب، للقيام بالتجربة البسيطة التالية :خذ جسماً صلبا (حجراً مثلاً) وإقذفه بسرعة إبتدائية $\vec{سر_0}$ تصنع من الأفق زاوية(α) ثم حاول أن تسجل كل ما يمكنك ملاحظته على حركة هذا الجسم .

* تابع معي الآن الدراسة الحركية للقذيفة :

– تتم الحركة في مستو شاقولي يحوي شعاع السرعة $\vec{سر_0}$ ، ويكون مسارها منحنيا إذا لم يكن القذف شاقوليا

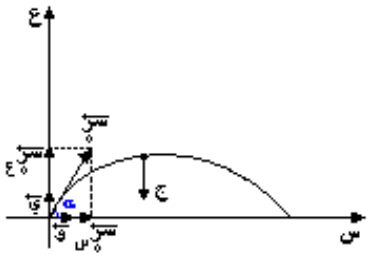
– نختار في مستوي القذف معلماً متعامداً متجانساً (م ، $\vec{و}$ ، $\vec{ي}$)

(مبدؤه على العموم هو نقطة القذف)

– نحدد الشروط الإبتدائية للحركة حيث :

نعتبر مبدأ الأزمنة لحظة القذف،

ومبدأ الفواصل نقطة القذف (م)



– فيكون لشعاع الموضع $\vec{مـن}$ في اللحظة (ز=0) الإحداثيات:

$س_0 = 0$ ، $ع_0 = 0$ ،

- ويكون لشعاع السرعة في اللحظة (ز = 0) المركبتان :

$سر_{0س} = سر_0$ تجبα

$سر_{0ع} = سر_0$ جبα

ويكون لشعاع التسارع في أي لحظة زمنية(ز) المركبتان

$تع_س = 0$

$تع_ع = -$ ج ، (لأن المحور م ع : موجه نحو الأعلى).

*** معادلات الحركة على المحورين م س ، م ع :**

- لدينا : $تع_س = 0$ ومنه فالحركة على المحور م س مستقيمة منتظمة ، معادلاتها:

$$\begin{cases} تع_س = 0 \\ سر_س = ثابت = سر_0 \text{ تجب } \alpha \quad \ldots\ldots\ldots(1) \\ س = سر_س \text{ ز} = (سر_0 \text{ تجب } \alpha) \text{ ز} \quad \ldots\ldots\ldots(2) \end{cases}$$

لدينا : $تع_ع = -$ج = ثابت ومنه فإن الحركة على المحور م ع مستقيمة متغيرة بانتظام، معادلاتها:

$$\begin{cases} تع_ع = -ج \\ سر_ع = ت - ج \text{ ز} + سر_{ع.} = -ج \text{ ز} + (سر_0 \text{ تجب } \alpha) \quad \ldots\ldots\ldots(3) \\ ع = -\frac{1}{2} سر_س \text{ ز}^2 + سر_{ع.} \text{ ز} = -\frac{1}{2} ج \text{ ز}^2 + (سر_0 \text{ تجب } \alpha) \text{ ز} \quad \ldots\ldots\ldots(4) \end{cases}$$

ملاحظة :

- تعطي المعادلتان (1) ، (2) مركبتي شعاع السرعة في أي لحظة زمنية

تعطي المعادلتان (2) ، (4) إحداثيي موضعه القذيفة في أي لحظة زمنية

معادلة المسار :

لقد سبق وأن عرفت أننا نحصل على معادلة المسار بحذف الزمن من المعادلتين الزمنتين :

س = تا (ز) ، ع = ها (ز)

لدينا : س = ($سر_0$ جبα) ز $\Leftarrow$ ز = $\frac{س}{سر_0 \text{ تجب } \alpha}$ ،

بالتعويض في العلاقة : ع = $-\frac{1}{2}$ ج ز^2 + سر$_{ع0}$ ز = $\frac{1}{2}$ ج ز^2 + (سو$_0$ جبα) ز

نجد : ع = $-\frac{1}{2}$ ج ($\frac{\text{س}}{\text{سو}_0 \text{ تجب}\alpha}$)2+ سو$_0$ جبα $\frac{\text{س}}{\text{سو}_0 \text{ تجب}\alpha}$ ،

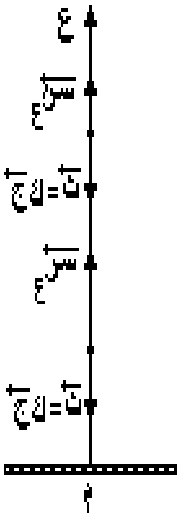
ع = $\frac{\text{-ج}}{2 \text{ سو}_0^2 \text{ تجب}^2\alpha}$ س^2 + $\frac{\text{جب}\alpha}{\text{تجب}\alpha}$س.

ع = $\frac{\text{-ج}}{2 \text{ سو}_0^2 \text{ تجب}^2\alpha}$ س^2 + (ظل α) س	..... (5) وهي معادلة المسار

إن معادلة المسار من الشكل :ع = أس^2 + ب س فهي إذن معادلة قطع مكافئ

نتيجة :

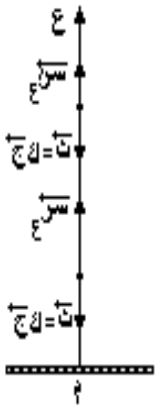
إن مسار حركة قذيفة في حقل ثقالي منتظم هو قطع مكافئ و هو لا يتعلق بكتلة القذيفة فقط بالسرعة الإبتدائية سو$_0$ وزاوية القذف (α)



ملاحظة :

إذا كان القذف شاقوليا بزاوية = $\frac{\pi}{2}$ أي نحو الأعلى

فإن جب α = 1 وتجب α = 0 وتصير المعادلات الزمنية للحركة



على م $\overleftarrow{س}$ $\begin{cases} \text{سر}_{س} = 0 \\ س = 0 \end{cases}$

(لاحظ أن العمود موجه نحو الأعلى)

على م $\overleftarrow{س}$ $\begin{cases} \text{سر}_{ع} = -ج \\ \text{رس}_{ع} = -ز\,ج + \text{سر}_{0} \\ ع = -\frac{1}{2} ج\, ز^{2} + \text{سر}_{0}\, ز \end{cases}$

ويكون مسار الحركة هو الشاقول المار بنقطة القذف وتكون حركة عزم العطالة القذيفة مستقيمة متغيرة بانتظام، وهي متباطئة بانتظام أثناء الصعود ومتسارعة بانتظام أثناء الهبوط.

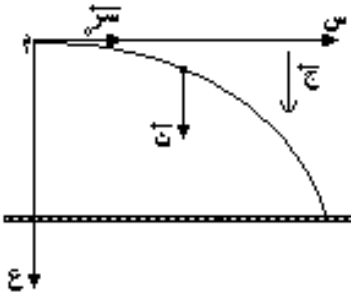
نتيجة : إن مسار حركة مركز عطالة القذيفة في حقل ثقالي منتظم هو جزء من قطع مكافيء من أجل

$\alpha \neq \pm \frac{\pi}{2}$ وقطعة مستقيمة من أجل $\alpha = \pm \frac{\pi}{2}$

($\alpha = \pm \frac{\pi}{2}$ قذف نحو الأعلى، $\alpha = -\frac{\pi}{2}$ قذف نحو الأسفل).

تمرين :

– يقذف جسم أفقياً بسرعة إبتدائية $\overleftarrow{\text{سر}_{0}}$ ($\alpha = 0$)



أ – أوجد معادلة الحركة على المحورين م س ، م ع

ب – أوجد معادلة مسار الحركة

الحل :

أ – الجملة المدروسة هي : الجسم

– المرجع أرضي غاليلي ،

نطبق نظرية مركز العطالة على الجسم :

$\Sigma \overleftarrow{ق}_{ـ} = ك \overleftarrow{تـع}$

$\overleftarrow{ث} = ك \overleftarrow{تـع}$

– بإسقاط العلاقة على م س نجد : $0 = ك\ تع_{س}$ ، $ك \neq 0 \Leftarrow$ $تع_{س} = 0$ ومنه فالحركة على م س مستقيمة منتظمة معادلتها : $س = \text{سر}_{0} ز + س_{0}$

بإسقاط العلاقة على م ع نجد : ث = ك تـع$_{ع}$

أي ك ج = ك تـع$_{ع}$ $\Leftarrow$ تـع$_{ع}$ = ج ومنه فالحركة على هذا المحور مستقيمة بإنتظام معادلتها :

ع = $-\frac{1}{2}$ ج ز^2 + سو$_{0ع}$ ز + ع$_0$

إذا إعتبرنا مبدأ الأزمنة (ز = 0) لحظة القذف ومبدأ الفواصل نقطة القذف (م)

تكون : س$_0$ = 0 ، ع$_0$ = 0 ، سو$_{0ع}$ ز = 0

ونكتب معادلات الحركة :

على م س : س = سو$_0$ ز . . . . . .(أ)

على م ع : ع = $\frac{1}{2}$ ج ز^2 . . . . . .(ب)

ب – معادلة المسار : نحذف الزمن من المعادلتين (أ) ،(ب)

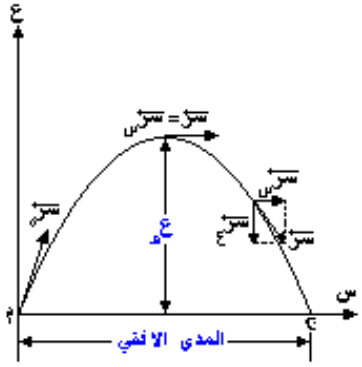
من (أ) : ز = $\frac{\text{س}}{\text{سو}_0}$ ،

بالتعويض في (ب) نجد : ع = $\frac{1}{2}$ ج $\left(\frac{\text{س}}{\text{سو}_0}\right)^2$ = $\frac{\text{ج}}{2\ \text{سو}_0^2}$ س^2.

إن هذه المعادلة من الشكل : ع = أس^2 وهي معادلة فرع من قطع مكافئ وهذا ما يتطابق مع النتيجة السابقة ($\alpha \neq \frac{\pi}{2}$)

ج – خواص المسار :

– المدى الأفقي : – هو البعد بين نقطة القذف (م) والنقطة التي تلاقي فيها القذيفة المستوي الأفقي الذي قذفت منه (م ن = س$_ن$)



– عند المدى الأفقي تكون ع = ع$_ن$ = 0

– من المعادلة (5) ص251 نجد :

0 = $\frac{\text{ج}-}{2\ \text{سو}_0^2\ \text{تجب}^2\alpha}$ س$_ن^2$ + (ظلα) س$_ن$ ،

0 = ($\frac{\text{ج}-}{2\ \text{سو}_0^2\ \text{تجب}^2\alpha}$ س$_ن$ + ظلα) س$_ن$

وحيث أن : $س_ن \neq 0$ فإن

$$\frac{-ج}{2\ سر_0^2\ تجب^2\alpha}\ س_ن + ظل\alpha = 0 \Leftarrow س_ن = \frac{2\ سر_0^2\ تجب^2\alpha\ .\ ظل\alpha}{ج}$$

$$س_ن = \frac{2\ سر_0^2\ تجب^2\alpha\ .\ جب\ \alpha}{ج\ \ تـجـب\ \alpha} = س_ن = \frac{2\ سر_0^2\ جـب^2\alpha\ .\ \ تجب\alpha}{ج}$$

وحيث أن : 2 جبα تجبα = جب 2α فإن :

$$س_ن = \frac{2\ سر_0^2\ جـب\ .\ 2\alpha}{ج} \quad .....(6)$$

$$س_ن = \frac{2\ سر_0^2\ جـب\ .\ 2\alpha}{ج}$$

– الزمن اللازم لبلوغ المدى الأفقي :

نضع ع = 0 في المعادلة (4) ص250 نجد :

$$0 = -\frac{1}{2}\ ج\ ز_ن^2 + (\ سر_0\ جب\alpha\ )\ ز_ن$$

$$0 = (-\frac{1}{2}\ ج ز_ن^2 + سر_0\ جب\alpha\ )\ ز_ن \ ، \quad ز_ن \neq 0$$

$$0 = -\frac{1}{2}\ ج ز_ن^2 + سر_0\ جب\alpha \Leftarrow ز_ن = \frac{2\ سر_0\ جب\alpha}{ج} \ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (7)$$

– **ذروة المسار** : هـي أعلـى نقطـة من المسار تصل إليها القذيفة وعندما يكون : سر$_ع$ = 0 (تنعدم المركبة الشاقولية للسرعة).

ويكون الزمن الذي تستغرقه القذيفة حتى تصل إلى الذروة إبتداءاً من لحظة القذف هو ($ز_هـ$) :

من المعادلة (3) ص250 نجد : $0 = -ج\ ز_هـ + سر_0\ جب\alpha \Leftarrow$

$$ز_هـ = \frac{سر_0\ جب\alpha}{ج} \quad .....(8)$$

وبالتعويض في المعادلة (4) نجد ترتيب ذروة المسار :

$$ع_هـ = \frac{سر_0^2\ جـب^2\ \alpha}{ج} \quad .....(9)$$

أما فاصلة ذروة المسار فنجدها بالتعويض في المعادلة (2) ص250

$$س_هـ = سر_0\ تجب\alpha\ .\ \frac{سر_0\ جب\alpha}{ج} = \frac{سر_0^2\ جب\alpha\ \ تجب\alpha}{ج}\ ،$$

$$س_{هـ} = \frac{سر_0^2 \text{ جب } 2\alpha}{ج} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

ملاحظات :

– يسمى ترتيب ذروة المسار بذروة المسار أو المدى الشاقولي للقذيفة

- بمقارنة العلاقتين نستنتج أن زمن المدى الأفقي يساوي ضعف زمن الوصول إلى الذروة

أي $ز_{ن} = 2ز_{هـ}$

بمقارنة العلاقتين (6) ، (10) نجد أن فاصلة المدى الأفقي تساوي ضعف فاصلة ذروة المسار

أي : $س_{ن} = 2 س_{هـ}$

– في الحقيقة تنقص مقاومة الهواء من المديين الأفقي والشاقولي للقذيفة

مثال1 : تطلق قذيفة بزاوية $\alpha_1 = 45°$ من النقطة على الأرض بسرعة إبتدائية قدرها 400 م/ثا

أ – أحسب المدى الأفقي وذروة المسار

ب – نفس السؤال من أجل زاوية قذف $\alpha_2 = 30°$ ثم $\alpha_3 = 60°$

ماذا نستنتج ؟ نعتبر ج = 9.8 م/ثا^2

الحل :

أ) $\alpha = 45°$: المدى الأفقي : $س_{ن_1} = \frac{سر_0^2 \text{ جب } 2\alpha_1}{ج}$ ،

$$س_{ن_1} = \frac{(400)^2 \text{ جب } 90^0}{9.8} = 16326 \text{ م} ،$$

ذروة المسار : $ع_{هـ_1} = \frac{سر_0^2 \text{ جب }^2 \alpha_1}{ج2} = \frac{(400)^2 \text{ جب}^2 (45^0)}{9.8 \times 2}$ ،

$$ع_{هـ_1} = 4081 \text{ م}.$$

ب) $\alpha = 30°$: المدى الأفقي : $س_{ن_2} = \frac{(400)^2 \text{ جب } 60^0}{9.8} = 14139$ م ،

ذروة المسار : $ع_{هـ_2} = \frac{(400)^2 \text{ جب}^2 (30^0)}{9.8 \times 2} = 2040$ م ،

$\alpha = 60°$: المدى الأفقي : $س_{ن_3} = \frac{(400)^2 \text{ جب } 120^0}{9.8} = 14139$ م ،

ذروة المسار : $ع_{هـ_3} = \frac{(400)^2 \text{ جب}^2 (60^0)}{9.8 \times 2} = 6122$ م ،

نتيجة :

من أجل سرعة قذف ثابتة يكون المدى الأفقي أعظمياً من أجل زاوية قذف $\alpha = 45° = \frac{\pi}{4}$ راديان

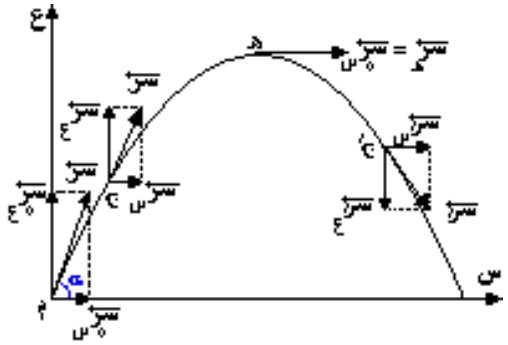
ذلك أن جب$2\alpha = 1$ ويكون :

$س_ن = \frac{سر_0^2}{ج}$ وهو أعظمي.

كما نلاحظ من خلال الحل أنه يمكن الحصول على نفس المدى الأفقي من أجل زاويتي قذف مختلفتين

α_1 ، α_2 حيث $\alpha_2 = \frac{\pi}{4} - \alpha_1$

مع بقاء طويلة شعاع السرعة الإبتدائية ثابتة



د – السرعة الآتية للقذيفة :

إن المعادلتين (1) ، (3) ص 250 تحددان مركبتي شعاع السرعة الآتية في كل لحظة زمنية (ز)

حيث سر = سر س + سر ع ،

ومنه فإن سر = ق $\sqrt{سر_س^2 + سر_ع^2}$ ،

سر = ق $\sqrt{(سر_0 \text{ تجب } \alpha)^2 + (-ج ز + سر_0 \text{ جب } \alpha)^2}$

سر = ق $\sqrt{سر_0^2 \text{ تجب}^2 \alpha + ج^2 ز^2 \text{ جب}^2 \alpha - 2ج ز^2 + سر_0 \text{ جب } \alpha}$

سر = ق $\sqrt{سر_0^2 (\text{جب}^2 \alpha + \text{تجب}^2 \alpha) - 2ج (\alpha \text{ جب } سر_0 + \frac{1}{2} ج ز^2)}$ = ق $\sqrt{سر_0^2 - 2ج ع}$

$$\boxed{سر = ق \sqrt{سر_0^2 - 2ج ع}} \quad \ldots\ldots \quad (11)$$

من العلاقة (11) نستنتج أن السرعة عند أي نقطتين متناظرتين بالنسبة لمحور القطع المكافئ (المسار) ن ، نَ هي نفسها أي ، سر = سرَ

(الشكل السابق) وأن السرعة عند ذروة المسار(ه) تساوي المركبة الأفقية للسرعة الإبتدائية أي :

سر$_{هـ}$ = سر$_{0س}$ = سر$_0$ تجب α

وأن المركبة الأفقية للسرعة هي نفسها في أي لحظة زمنية لأن الحركة على المحور م س : مستقيمة منتظمة، أما المركبة الشاقولية للسرعة فإنها تتناقص حتى تنعدم عند الذروة ثم تتزايد لأن الحركة على المحور م ع تتغير بإنتظام.

مثال 2 :

تقذف كرة صغيرة كتلتها ك من نقطة تقع على إرتفاع ع = 3م من سطح الأرض بسرعة إبتدائية سر$_0$ = 2.7م/ثا وبزاوية α = 30° مع المستوي الأفقي نحو الأعلى ، نهمل كل القوى المقاومة للحركة

أ – عين المسار الذي تأخذه الكرة بالنسبة لمعلم متعامد يطلب تعيينه معتبراً نقطة الأصل مبدأ الفواصل (نقطة القذف)

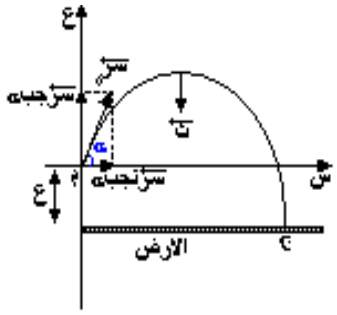
ب – إستنتج فاصلة وزمن سقوط الكرة على الأرض

نعتبر ج = 10م/ثا^2

الحل :

أ – نطبق نظرية مركز العطالة على الكرة في مرجع أرضي غاليلي مزود بمعلم (م س ، م ع) :

$\Sigma \vec{ق}_{ـ}$ = ك $\vec{تـ}_{ع}$، $\vec{ث}$ = ك $\vec{تـ}_{ع}$



– بإسقاط العلاقة على م س نجد :

0 = ك تع ، ك≠ 0 ⟸ تع = 0 ومنه

فالحركة على م س مستقيمة منتظمة معادلتها :

س = (سر$_0$تجبα)ز . . . . . (1)

– بإسقاط العلاقة على م ع نجد :

– ث = ك تع ،

– ك ج = ك تع ⟸ تع = – ج ومنه فالحركة على م ع مستقيمة متغيرة بإنتظام معادلتها :

ع = $-\frac{1}{2}$ج ز^2 + (جب α) ز . . . . . (2)

بحذف الزمن من المعادلتين (1) ، (2) نجد معادلة المسار :

ع = $\frac{-ج}{2 \text{ سر}_0^2 \text{ تجب}^2\alpha}$ س^2 + (ظلα)س.

فاصلة نقطة السقوط (ن) : نعوض عن ع = – 3 م

$$3 = \frac{-10}{\frac{2}{2}(\frac{\bar{3}ق}{2})^2(2.7)2} \quad س2 + 0.577 \; س.$$

$$\Leftarrow 10 \; س2 - 6.3 \; س - 3 = 0$$

بحل المعادلة نجد :

$س_ن$ = 0.783 م. مقبول،

$س_ن$ = − 0.153 م مرفوض لأن $س_ن > 0$

ومنه تكون إحداثيات نقطة السقوط ن (0.783 م ، − 3 م)

ب − زمن السقوط على الأرض :نضع في المعادة (1) س = $س_ن$ =($سر_0$ تجبα)$ز_ن$ $\Leftarrow$ $ز_ن$

$$= \frac{س_ن}{سر_0 \; تجب \alpha} = \frac{0.783}{0.866 \times 2.7} = 0.33 \text{ ثا}$$

مثال 3 :

نقذف جسماً نحو الأعلى في اللحظة ز = 0 من نقطة م بسرعة إبتدائية شاقولية $سر_0$ قيمتها الجبرية 5 م /ثا ، نهمل كل القوى المقاومة للحركة .

أ − أحسب أقصى إرتفاع يصل إليه الجسم.

ب − أحسب الزمن اللازم لبلوغ أقصى إرتفاع.

ج − أحسب الزمن اللازم للرجوع إلى النقطة م إبتداءً من لحظة القذف وسرعة الجسم عند هذه النقطة.

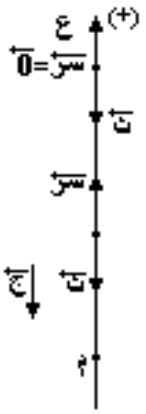
نعتبر ج = 10 م/ثا^2

الحل :

الحركة تتألف من طورين

الطور الأول : حركة متباطئة بإنتظام،

الطور الثاني



: حركة متسارعة بإنتظام،وقد عرفنا هذا عند دراستنا لحركيات النقطة المادية.

بتطبيق نظرية مركز العطالة على الجسم في مرجع غاليلي مزود بالمعلم م ع :

$\Sigma \vec{ق}_{ـ} = ك \; \vec{ت}_{ع}$

$\vec{ث}$ = ك تع بإسقاط العلاقة على م س نجد :

− ث = ك $\vec{ت}_{ع}$ ،

− ك ج = ك تع $\Leftarrow$ تع = − ج ومنه فالحركة متباطئة بإنتظام

لأن سر . تع < 0 ،

معادلاتها :

$ع = -\frac{1}{2} ج ز^2 + سو_0 ز + ع_0$ . . . . . .(1)

$سر = - ج ز + سو_0$ . . . . . .(2)

$سر^2 - سو_0^2 = 2 ج (ع - ع_0)$ . . . . . (3)

وحسب الشروط الإبتدائية : ز = 0 ⇐ $سر_0 = 0$ ، $ع_0 = 0$

أ – أقصى إرتفاع يتصل إليه الجسم : من المعادلة (3)

$سر^2 - سو_0^2 = 2 ج ع$ ⇐ $ع = \frac{سر^2 - سو_0^2}{2ج}$ ،

عند أقصى إرتفاع تنعدم السرعة (سر = 0)

⇐ $ع = \frac{0 - (5)^2}{2 \times 10} = \frac{25}{20} = 1.25$ م.

ب – الزمن اللازم لبلوغ أقصى إرتفاع : نضع(سر = 0) في المعادلة (2) ،

$0 = - ج ز_1 + سو_0$ ⇐ $ز_1 = \frac{سو_0}{ج} = \frac{5}{10} = 0.5$ ثا

ج – زمن مرور المتحرك بالنقطة (م) إبتداءً من لحظة القذف :

عند الرجوع إلى نقطة القذف تصبح ع = 0 ، بالتعويض في المعادلة (1) نجد :

$0 = -\frac{1}{2} ج ز^2 + 5 ز$ ، $ع_0 = 0$

$\frac{1}{2} ج ز^2 - 5 ز = 0$

$(\frac{1}{2} ج ز - 5) ز = 0$ ⇐ ز = 0 : لحظة القذف

$\frac{1}{2} ج ز - 5 = 0$ ⇐ $ز = \frac{2 \times 5}{ج} = 1$ ثا

ز = 1 ثا : زمن مرور الجسم بالنقطة (م) إبتداءً من لحظة القذف .

1 – 2 – حركة جسيمة مشحونة في حقل كهربائي منتظم :

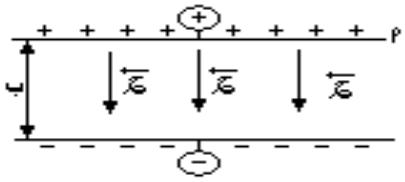
أ – تذكير :

الحقل الكهربائي الساكن المنتظم :

يكون الحقل الكهربائي الساكن منتظما إذا كان شعاع الحقل ح ثابتاً في كل نقطة من نقاطه

($\vec{ح} = \vec{ثا}$)

ومثال على ذلك الحقل الكهربائي المتولد بيم صفيحتين معدنيتين أ ، ج متوازيين البعد بينهما (ب) ويوجد بينهما فرق في الكمون



$ف_{أ} - ف_{ج} = \vec{ح} \cdot \vec{أ حـ}$.

إن شعاع الحقل الكهربائي $\vec{ح}$:

عمودي على مستوى الصفيحتين، جهته بجهة

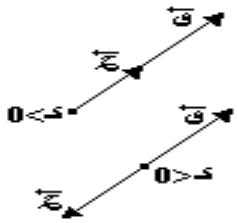
الكمونات المتناقصة (من أ نحو ج) وشدته ثابتة :

$$ح = (ف_{أ} - ف_{ج}) \times \frac{1}{ب} = \frac{ف_{أج}}{ب} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

وحدة ح في الجملة الدولية هي : ($\frac{\text{فولط}}{\text{م}}$)

القوة الكهربائية الساكنة :

– إن كل جسيمة ذات شحنة كهربائية (ك) وموجودة في حقل كهربائي ساكن تخضع لقوة كهربائية ساكنة $\vec{ق} = ك \vec{ح}$: لها المميزات التالية



* **حاملها :** هو حامل $\vec{ح}$ ،
* **جهتها :** بجهة $\vec{ح}$ إذا كانت ك> 0 (الشحنة موجبة) ،

وعكس جهة ح إذا كانت ك< 0 (الشحنة سالبة) ،

- شدتها ثابتة إذا كان الحقل منتظماً وتعطى بالعلاقة:

$$ق = |ك| ح \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

ب – الدراسة التحريكية لحركة جسيمة مشحونة في حقل كهربائي منتظم :

في المرجع المخبري الذي نعتبره غاليليا لا تخضع الجسيمة إلا للقوة الكهربائية الساكنة لأن ثقلها مهمل أمام هذه القوة ،

– نطبق العلاقة الأساسية للتحريك على هذه الجسيمة.

$\Sigma \vec{ق}_{ـ} = \frac{د \vec{ع}_{ـه}}{د ز}$ = ك . . . . (أ) (تع : تسارع الحركة)

وحيث أن الجسيمة تخضع لقوة وحيدة هي القوة الكهربائية الساكنة ق فإن :

$\Sigma \vec{ق}_{ـ} = \vec{ق}$ حيث ق = ك $\vec{ح}$

أي أن ك $\vec{تـع}$ = ك $\vec{ح}$ ومنه تع = $\frac{كـ \vec{ح}}{ك}$ . . . . . (3)

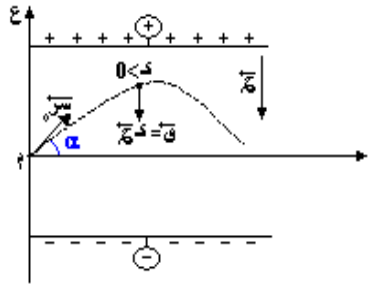
وبما أن الحقل منتظم ($\vec{ح} = \vec{ثـا}$) فإن :

$\vec{تـع} = \vec{ثـا}$ لأن كلا من ك و ك ثابتان

(من أجل سرعات مهملة أمام سرعة الضوء).

إن جهة شعاع التسارع $\vec{تـع}$ تتعلق بإشارة الشحنة (ك) أما حامله فهو نفس حامل شعاع الحقل $\vec{ح}$

ج –الدراسة الحركية لحركة جسيمة مشحونة في حقل كهربائي منتظم :



لنعتبر جسيمة ذات كتلة ك تحمل شحنة كهربائية (ك)

(نعتبرها موجبة ك> 0) تصل إلى بداية مجال كهربائي منتظم بسرعة إبتدائية $\vec{سـ}_0$ تصنع زاوية (α) مع المستوي الموازي للصفيحتين ن (أ ، ج)

– إن حركة هذه الجسيمة تتم في مستو عمودي على الصفيحتين ويحتوي الشعاع $\vec{سـ}_0$ ،

– تنسب الحركة إلى معلم متعامد متجانس م س ، م ع مرتبط بالصفيحتين (الشكل السابق)،

– نحدد الشروط الإبتدائية للحركة :

– نعتبر مبدأ لحظة وصول الجسيمة إلى بداية الحقل (م) ومبدأ الفواصل النقطة (م).

فضمن هذه الشروط يكون :

$$\left.\begin{array}{l} س_0 = 0 \\ ع_0 = 0 \end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{l} سر_{0س} = سر_0 \text{ تجب } \alpha \\ سر_{0ع} = سر_0 \text{ جب } \alpha \end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{l} تع_س = 0 \\ تع_ع = \frac{|كـ|ح}{ك} = \text{ ثابت} \end{array}\right\}$$

* المعادلات الزمنية للحركة على المحورين م س ، م ع .

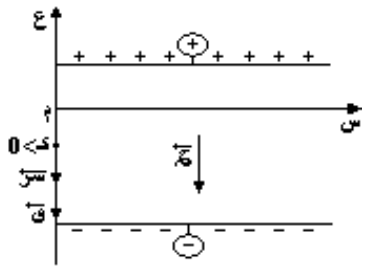
- الحركة على المحور م س : مستقيمة منتظمة (لأن $تع_س = 0$) معادلاتها

$$\left.\begin{array}{l} تع_س = 0 \\ سر_س = \text{ ثابت } = سر_0 \text{ تجب } \alpha \quad .....(1) \\ س = سر_س \, ز = (سر_0 \text{ تجب } \alpha) ز \quad .....(2) \end{array}\right\}$$

- الحركة على المحور م ع : مستقيمة متغيرة بإنتظام (لأن $تع_ع = \frac{|كـ|ح}{ك}$ = ثابت) معادلاتها.

$$\left.\begin{array}{l} تع_ع = \frac{|كـ|ح}{ك} . \quad .....(3) \\ سر_ع = تع_ع ز + سر_{0ع} = -\frac{|كـ|ح}{ك} ز + سر_0 \text{ جب } \alpha \quad .....(4) \\ ع = -\frac{1}{2} تع_ع ز^2 + سر_{0ع} ز = -\frac{|كـ|ح}{ك\ 2} ز^2 + (سر_0 \text{ جب } \alpha) ز \quad ....(5) \end{array}\right\}$$

- دخول الجسيمة الحقل بسرعة إبتدائية مهملة.



في هذه الحالة تتم الحركة على المحور م ع فقط،

وتكون معادلات الحركة

(بوضع $سر_0 = 0$ في المعادلات 2 ، 5) كالتالي :

$س = 0$

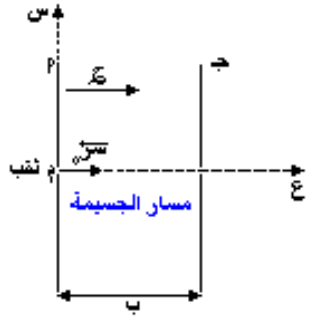
$ع = -\frac{|كـ|ح}{ك\ 2} ز^2$ ،

ومنه فالحركة مستقيمة متغيرة بإنتظام مسارها مواز لحامل شعاع الحقل الكهربائي الساكن $\vec{ح}$.

ولهذه الحالة تطبيق هام هو تسريع الإلكترونات في المسرعات الخطية وفي المدفع الإلكتروني لراسم الإهتزاز المهبطي.

- دخول الجسيمة الحقل بسرعة إبتدائية حاملها هو حامل $\vec{ح}$.

- تكون معادلات الحركة في هذه الحالة :



(بوضع $\alpha = \pm \frac{\pi}{2}$ في العلاقات 2 ، 5)

كالتالي :
$$\left.\begin{array}{l} س = 0 \\ ع = -\frac{|كـ| ح}{2 ك} ز^2 + سر_0 \ ز \end{array}\right\} ،$$

أخذنا في هذه الحالة $\alpha = +\frac{\pi}{2}$ والمحور م س شاقولي والمحور م ع أفقي.

وتكون حركة الجسيمة في هذه الحالة مستقيمة متغيرة بإنتظام مسارها يوازي حاملي الشعاعين $\overleftarrow{ح}$ ، $\overleftarrow{سر_0}$ وهذا ما يحدث في طوابق المسرعات الخطية.

معادلة المسار :

لإيجاد معادلة المسار نحذف الزمن من المعادلتين

س = (سر$_0$ تجب α) ز . . . . . (أ)

ع = $\frac{-|كـ| ح}{2 ك}$ ز^2 +(سر$_0$ جب α) ز . . . . .(ب)

من (أ) نجد : ز = $\frac{س}{سر_0 \text{ تجب } \alpha}$ ، بالتعويض في (ب) نجد :

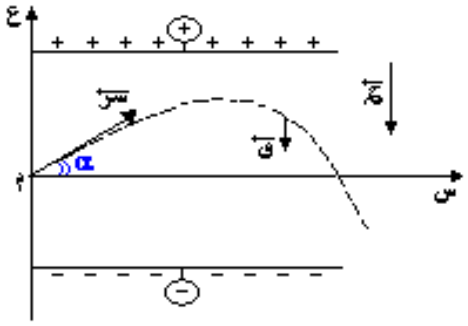
ع = $-\frac{|كـ| ح}{2 ك}$ ($\frac{س}{سر_0 \text{ تجب } \alpha}$)^2 + سر$_0$ جب α ($\frac{س}{سر_0 \text{ تجب } \alpha}$) ،

ع = $-\frac{|كـ| ح}{2 ك \ سر_0^2 \text{ تجب}^2 \alpha}$ س^2 + (ظل α) س . . . . . (6)

إن معادلة المسار هي من الشكل :

ع = أس^2 + ب س

وهي معادلة قطع مكافئ



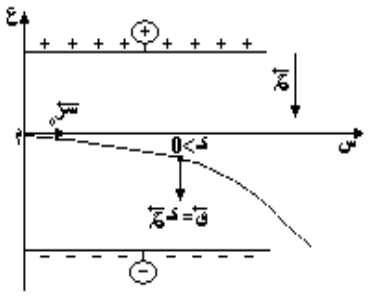
نتيجة :

– إن مسار حركة جسيمة مشحونة في حقل كهربائي منتظم يكون بشكل قطع مكافئ وهو يتعلق بالسرعة الإبتدائية للجسيمة وزاوية القذف (α) وشدة الحقل الكهربائي الساكن وكتلة الجسيمة "ك"

د – تطبيقات عامة :

– يمكن للجسيمات المشحونة أن تدخل الحقل الكهربائي الساكن بثلاث طرق مختلفة هي :

– بسرعة إبتدائية مهملة .



أو – بسرعة إبتدائية حاملها هو حامل الشعاع $\vec{ح}$ ،

أو – بسرعة إبتدائية حاملها عمودي على حامل الشعاع $\vec{ح}$ ،

– دخول الجسيمة بسرعة إبتدائية حاملها عمودي على $\vec{ح}$

في هذه الحالة فإن الزاويةα = 0 وتصبح المعادلات الزمنية للحركة كالتالي :

– على محور م س : الحركة مستقيمة منتظمة معادلتها

س = $سر_0$ ز ،

على المحور م ع : الحركة مستقيمة متغيرة بإنتظام معادلتها :

$$ع = \frac{-|ك| ح}{2 ك} ز^2$$

أما المعادلة المسار في ع = $\frac{-|ك| ح}{2 ك \ سر_0^2}$ $س^2$ ،

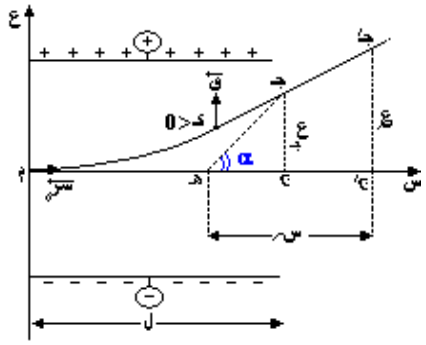
وهي معادلة قطع مكافئ محور تناظره م ع

إن إشارة " ع " تتعلق بتوجيه المحور م ع وبإشارة الشحنة ك

ومن تطبيقات هذه الحالة انحراف الإلكترونية في راسم الاهتزاز المهبطي حيث يطبق فرق الكمون بين صفائح المسح الأفقي والشاقولي لراسم الاهتزاز على الحزمة الإلكترونية المسرعة فنلاحظ انحراف هذه الحزمة الإلكترونية على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي.

ونظراً لأهمية هذا التطبيق فإننا نخصه بدراسة وجيزة في الفقرة التالية.

ه – دراسة انحراف حزمة إلكترونية في حقل كهربائي منتظم :



أنت تعرف عزيزي الطالب أن شحنة الإلكترون سالبة ، وبالتالي فإن العلاقات المدروسة سابقاً تبقى صالحة مع وضع ك = –e ولذلك يكون انحراف الحزمة الإلكترونية بجهة الصفيحة الموجبة وتكون معادلة مسارها في الحقل الكهربائي المنتظم :

$$ع = \frac{|e| ح}{2 ك \ سر_0^2} س^2$$

أما عند خروج الحزمة الإلكترونية من الحقل
(في النقطة ج) فإن مسارها يكون مستقيما
مماسيا للقطع المكافئ (م جـ) في النقطة ج ويصنع
زاوية(α) مع المحور م س وهذا المسار هو جـ حَ

– إن حركة الإلكترونات عند خروجها من الحقل الكهربائي المنتظم هي حركة مستقيمة منتظمة لانعدام القوى المؤثرة عليها ($\overleftarrow{ق} = \overleftarrow{0}$ ، $\overleftarrow{ث}$مهمل)

– تعيين زاوية الانحراف (α) :

إن ميل المماس للقطع المكافئ في النقطة ج يساوي عددياً ظلα (أي ظل زاوية الانحرافα) وهو مشتق معادلة المسار بالنسبة للمتغير (س) في النقطة (ج) أي ظلα = $(\frac{د\ ع}{د\ س})_{جـ}$

$$ظل\alpha = (\frac{د\ ع}{د\ س})_{جـ} = \frac{|e|\ ح\ س_{جـ}}{ك\ \ سـر_0^2} = \frac{|e|\ ح\ ل}{ك\ \ سـر_0^2}$$

$س_{جـ}$ = ل وهي فاصلة نقطة خروج الحزمة الإلكترونية من الحقل.

– تعيين مقدار الانحراف ع :

في راسم الاهتزاز المهبطي، الحزمة الإلكترونية تسقط على الشاشة في النقطة (جـ) مكونة نقطة مضيئة.

فإذا كان بعد الشاشة عن (ه) منتصف القطعة المستقيمة م ن هو (س) يكون ترتيب النقطة (جَ) هو ع ويعين كالتالي :

ظل α = $\frac{ع}{س}$ ع = س ظل

ع = س $\frac{|e|\ ح}{ك\ \ سـر_0^2}$

ح = $\frac{ف}{ب}$ ومنه

$$ع = \frac{|e|\ ل\ س}{ك\ \ سـر_0^2\ ب}\ ف$$

حيث ف = ف $_{جـ}$: فرق الكمون المطبق بين الصفيحتين،

ب : البعد بين الصفيحتين

نتيجة :

– إن العلاقة السابقة تبين أن مقدار الانحراف ع يتناسب طرديا مع فرق الكمون (ف) المطبق بين الصفيحتين

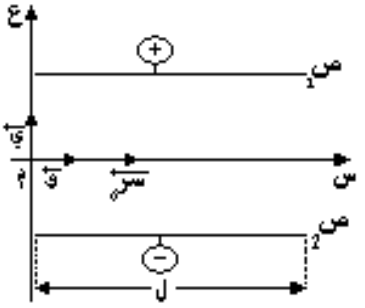
ملاحظة :

تقبل أن النقطة "ه" هي منتصف م من أي أن : هـ ن= $3\frac{ل}{2}$

فإذا كان البعد بين نهاية الصفيحتين والشاشة هو " ل " فإن :

س = لَ + هـ ن = لَ + $\frac{ل}{2}$

مثال :



تصل حزمة إلكترونية بسرعة $س_0$ أفقية إلى النقطة م من حقل كهربائي منتظم يوجد على طول أفقي " ل " ابتداء من (م) بين صفيحتين مستويتين متماثلتين ، البعد بينهما " ب "

وفرق الكمون المطبق بينهما ف = $ف_{ص1} - ف_{ص2}$ = 140 فولط.

يوجد التجهيز في الفراغ وتكون الدراسة في المعلم (م ، $\vec{و}$ ، $\vec{ع}$) الذي يفرض غاليليا.

تعطى : الشحنة العنصرية : = 1.6 . 10^{-19}كولون.

كتلة الإلكترون : ك = 9.1 . 10^{-3}كغ.

تسارع الجاذبية : ج = 9.8 م / $ثا^2$

سرعة الإلكترون عند وصوله إلى م : = 30000 كم /ثا.

ل = 15 سم ، ب = 3 سم

1 – قار بين ثقل الإلكترون والقوة الكهرو ساكنة التي يخضع لها الإلكترون داخل الحقل الكهرو ساكن ، ماذا تستنتج ؟

2 – أ – أكتب المعادلتين الزمنيتين س = تا (ز) ،

ع = ها (ز) إلكترون واحد في المعلم (م ، $\vec{و}$ ، $\vec{ع}$) أثناء مروره داخل الحقل الكهرو ساكن .

ب – إستنتج معادلة مسار الإلكترون في المعلم

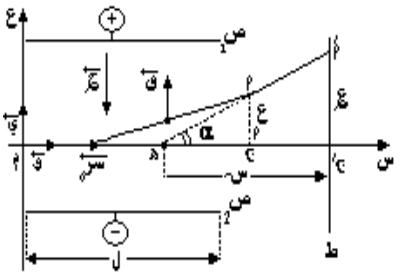
(م ، $\vec{و}$ ، $\vec{ع}$).

3 – أ – ما هي المسافة الشاقولية التي تنحرف بها الإلكترونات عند خروجها من الحقل ؟

ب – ما هو الشرط الذي من أجله تخرج الإلكترونات من الحقل مع بقاء ب ، ثابتين

4 – بعد خروجها من الحقل تصطدم الإلكترونات بشاشة (ط) عمودية على (م ،و) وتقع على بعد 20 سم من النقطة " ه " مركز الحقل فتشكل بقعة ضوئية ، ما هي المسافة بين البقعة الضوئية ومركز الشاشة ؟

الحل :



1 – المقارنة

ث = ك . ج

ث = $9.1 \cdot 10^{-31}$ 9.8

ث = $8.9 \cdot 10^{-30}$ ن

ق = |كـ| ح = e $\frac{ف}{ب}$

ق = $1.6 \cdot 10^{-19}$. $\frac{140}{10.3^{-2}}$ = $7.5 \cdot 10^{-16}$ ن

$\frac{ث}{ق}$ = $1.2 \cdot 10^{-14}$ ومنه فإن ث أقل بكثير من ق ويمكن إهماله أمامها

2 – أ – بما أن شحنة الإلكترون سالبة فإن جهة ق تكون عكس جهة ح ،

المعادلتان الزمنيتان : س = $سر_0$ ز = $3 \cdot 10^{7}$ ز،

ع = $\frac{حe}{2 ك}$ $ز^2$ = $\frac{ف e}{2 ك ب}$ $ز^2$ = $4.1 \cdot 10^{14}$ $ز^2$

ب – معادلة المسار :

بحذف الزمن من المعادلتين الزمنيتين نجد :

ع = $\frac{e ف}{2 ك ب سر_0^2}$ $س^2$ = 0.46 $س^2$

3 – أ – عند النقطة(أ) (الشكل) س = ل ومنه $ع_أ$ = 0.46 $ل^2$

$ع_أ$ = $0.46 (15 \times 10^{-2})^2$

$ع_أ$ = 1.04×10^{-2} م = 1.04 سم

ب – الشرط الواجب توفره حتى الإلكترونات من الحقل هو $ع_أ < \frac{ف}{ب}$

أي $\frac{e ف}{2 ك ب سر_0^2}$ $ل^2 < \frac{ف}{ب} \Leftarrow ف < \frac{ك ب^2 سر_0^2}{e ل^2}$ = $ف_{أعظمي}$

$ف_{أعظمي}$ = $\frac{(10 . 9.1^{-31}) \times (10 . 3^{-2})^2 . (10 . 3^{7})^2}{(10 . 1.6^{-19}) \times (10 . 15^{-2})^2}$ ≈ 205 فولط

أي يجب أن يكون فرق الكمون مطبق ف< 205 فولط.

4 – خارج الحقل الكهربائي تصبح حركة الإلكترونات مستقيمة منتظمة.

* من الشكل :

$$\text{ظل } \alpha = \frac{ع_أ}{هـ\ ن} = \frac{ع}{س} \quad ،$$

$$\text{ظل } \alpha = \frac{ع_أ}{\frac{ل}{2}} = \frac{ع}{س} \Leftarrow ع = \frac{2\ س ع_أ}{ل} \quad ،$$

$$ع = \frac{2 \times 0.20 \times 1.04 \times 10^{-2}}{15 . 10^{-2}} = 2.8 . 10^{-2} \text{ م}$$

ع = 2.8 سم

الخلاصة :

يجب معرفة إيجاد معادلة مسار الحركة : ع = تا (س)

– تعيين إحداثيات ذروة المسار وزمن الوصول إليها.

– تعيين المدى الأفقي.

– تذكر العلاقات : ق = ك ح ، ق = ك ج ، ح = $\frac{ف}{ب}$.

أسئلة التصحيح الذاتي :

1 – يقذف مدفع قذيفة بسرعة تساوي 61.25 م/ثا وتصنع مع الأفق زاوية α = 53° ، وتتقدم دبابة مباشرة نحو المدفع على أرض مستوية بسرعة ثابتة تساوي 3 م/ثا.

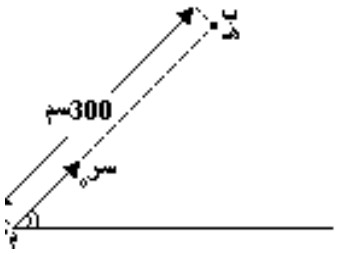
كم ينبغي أن تكون المسافة بين المدفع والدبابة لحظة القذف إذا أريد للقذيفة أن تحسب الدبابة ؟

نعتبر ج = 9.8 م/ثا^2.

2 – تقذف كرة أ من النقطة (م) بسرعة إبتدائية

$سو_0$ = 7 م/ثا تصنع مع الأفق زاوية α = 37°

وفي نفس اللحظة تترك كرة ب لتسقط بدون سرعة إبتدائية من نقطة (ه) تبعد عن (م) مسافة 300 سم (الشكل)



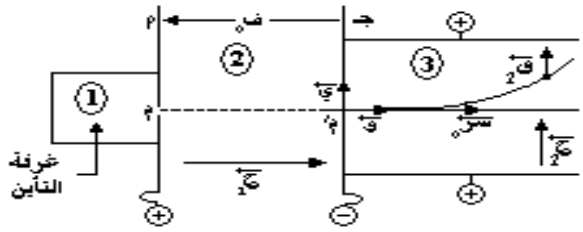
أ – ما هي المسافة التي تكون الكرة (ب) قد قطعتها لحظة تصادمها مع (أ) ؟

ب – في أي جهة تكون أ متحركة لحظة التصادم ؟

نهمل مقاومة الهواء ونعتبر ج = 10 م/ثا^2.

3 – تتأين ذرات من الليثيوم Li إلى شوارد الليثوم Li^+ في غرفة التأين (1) (تحمل كل شاردة شحنة عنصرية ك =e)

تدخل هذه الشوارد بسرعة مهملة عبر ثقب م إلى الغرفة (2) حيث يتم تسريعها تحت تأثير حقل كهربائي منتظم $ح_1$ ناتج عن تطبيق فرق كمون $ف_0$ بين الصفيحتين أ ، ج تخرج الشحنات Li^+ من الحقل السابق لتدخل المنطقة (3) التي يوجد بها حقل كهربائي منتظم $ح_2$ وذلك من النقطة مَ (الشكل)



تحتوي ذرات الليثيوم على نظيري الليثوم ^6Li، ^7Li وكتلتاهما على الترتيب $ك_1$ ، $ك_2$.

1 – عبر عن السرعتين ، لشوارد نظيري الليثيوم عند مرورها من النقطة مَ

2 – أوجد مساري الشوارد في الغرفة (3) وذلك في معلم (م،و،ى) هل يسمح هذا التجهيز بفصل نظيري الليثيوم ؟

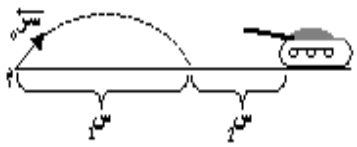
أجوبة التصحيح الذاتي :

1 – أقصى مدى تصل إليه القذيفة.

$$س_1 = \left(\frac{سر_0^2 \ جـب \ 2\alpha}{ج}\right) = \frac{(6.25)^2 \times 0.961}{9.8} = 368 \ م$$

والزمن المستغرق للوصول إلى المدى الأفقي الأعظمي

يمكن حسابه من المعادلة :



ع = $-\frac{1}{2}$ ج $ز^2$ + ($سر_0$ جبα) ز ، بوضع ع = 0.

$$0 = (-\frac{1}{2} ج ز^2 + سر_0 \ جب\alpha) ز \Leftarrow \left\{ \begin{array}{l} ز = 0 \text{ وهي لحظة القذف} \\ -\frac{1}{2} ج ز + سر_0 \ جب = 0 \Leftarrow ز = \frac{2 \ سر_0 \ جب \ \alpha}{ج} \end{array} \right.$$

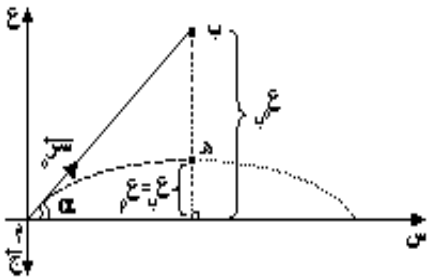
$$ز = \frac{2 \times 61.25 \times 0.8}{9.8} = 10 \ ثا$$

وعندما تكون الدبابة قد قطعت مسافة:

$س_2$ = سرز = 3× 10 = 30 م

حتى تصيب القذيفة يجب أن تكون الدبابة قبل الرمي على مسافة س = $س_1$ + $س_2$ = 398 م. من المدفع.

2 – معادلة حركة (أ) على المحور م ع :



$ع_أ = -\frac{1}{2}$ ج ز^2 + ($سر_0$ جبα) ز

معادلة حركة (ب) على المحور م ع :

$ع_ب = -\frac{1}{2}$ ج ز^2 + $ع_{0ب}$

جبα = $\frac{ع_{0ب}}{م\ ب}$ ⇐ $ع_{0ب}$ = م ب جبα ،

$ع_ب = -\frac{1}{2}$ ج ز^2 +(م ب) جبα ، عند إلتقاء الترتيب (أ) ، (ب) $ع_أ = ع_ب$

أي $-\frac{1}{2}$ ج ز^2 + ($سر_0$ جبα) ز = $-\frac{1}{2}$ ج ز^2 +(م ب) جبα

($سر_0$ جبα) ز = (م ب) جبα ⇐ ز = $\frac{م\ ب}{سر_0}$

ز = $\frac{3}{7}$ ثا

أ – المسافة التي تكون قد قطعتها الكرة (ب) لحظة تصادمها مع (أ) :

ع = $|ع_ب - ع_{0ب}| = |-\frac{1}{2}$ ج ز$^2| = \frac{1}{2}$ ج ز^2 ع = 5 $(\frac{3}{7})^2$ = 0.918 م

ب – جهة حركة (أ) لحظة التصادم

$سر_أ$ = $سر_{أس}$ + $سر_{أع}$ ، $سر_{أع}$ = – ج ز + $سر_0$ جبα

$سر_{أع}$ = – 10 . $\frac{3}{7}$ + 7 . 0.602 = –0.07 ≈ 0 م/ثا بما أن $سر_{أع}$ = 0

لحظة التصادم فإن الكرتان تلتقيان في ذروة مسار الكرة (أ).

3 – أ – نأخذ شاردة ما من شوارد الليثوم في الغرفة (2) حيث يوجد فرق كمون $ف_0$ = $ف_أ$ + $ف_ح$ < 0 ،كل شاردة تحمل شحنة ك = +e وبالتالي فإنها تخضع كهرو ساكنة $ف_أ$ = ك $ح_1$ = +e $ح_1$ (نهمل ثقل الشاردة أمام $ف_أ$)

– بتطبيق نظرية الطاقة الحركية على الشاردة بين م ، مَ نجد :

$طح_{مَ}$ – $طح_م$ = $عم_{ق_1}$ = +e $ح_1$. م مَ

$\frac{1}{2}$ ك سر^2 − 0 = +e ف$_0$ ⇐ سر^2 = $\frac{2 \text{ e ف}_0}{\text{ك}}$ ،

من أجل النظير ^6Li الذي كتلته ك$_1$ = سو$_1^2$ = $\frac{2 \text{ e ف}_0}{\text{ك}_1}$،

ومن أجل النظير ^7Li الذي كتلته ك$_2$ = سو$_2^2$ = $\frac{2 \text{ e ف}_0}{\text{ك}_2}$،

2 − نفرض شاردة سرعتها عند مَ هي سو$_0$، تخضع الشاردة لقوة كهرو ساكنة

ق$_2$ =e ح$_2$ حيث ق = ثابت ،

ومنه يكون تسارع الشاردة : تع = $\frac{\text{ق}_2}{\text{ك}}$ = $\frac{\text{e}}{\text{ك}}$ ح$_2$ ثابتاً وعمودياً على سو$_0$ ،

ولهذا التسارع في المعلم (مَ ، و ، ى) مركبتان هما :

تع$_س$ = 0 ، تع$_2$ = $\frac{\text{e}}{\text{ك}}$ ح$_2$ ،

ولشعاع السرعة مركبتان هما : سو$_س$ = سو$_0$، سو$_ع$ = $\frac{\text{e}}{\text{ك}}$ ح$_2$ ز

ولشعاع الموضع مركبتان هما : س = سو$_0$ ز ،

ع = $\frac{1}{2}$ $\frac{\text{e}}{\text{ك}}$ ح$_2$ ز2 ،

ومنه نستنتج معادلة المسار : ع = $\frac{1}{2}$ $\frac{\text{e ح}_2}{\text{ك سو}_0^2}$ س2 ،

ومنه فإن مسار الشاردة في الغرفة (3) هو عبارة عن قطع مكافئ .

− من أجل الشوارد $^6Li^+$ تكون معادلة المسار :

ع$_1$ = $\frac{\text{e ح}_2}{2 \text{ ك}_1 \text{ سو}_1^2}$ س2

وبما أن سو$_1^2$ = $\frac{2 \text{ e ف}_0}{\text{ك}_1}$ فإن ع$_1$ = $\frac{\text{ح}_2}{4 \text{ ف}_0}$ س2

− من أجل الشوارد $^7Li^+$ وبنفس الطريقة نجد : ع$_2$ = $\frac{\text{ح}_2}{4\text{ف}_0}$ س2

ومنه نلاحظ أن كل الشوارد لها نفس المسار في الغرفة (3) وبالتالي فإنها تخرج من نفس النقطة.

إذن لا يمكن فصل نظيري الليثوم بواسطة هذا التجهيز.

قوى العطالة خاص بشعبة العلوم الدقيقة

أهداف الدرس :

- يقارن بين مبدأ نيوتن ومبدأ المبير و يطبقهما.

المدة الزمنية اللازمة للدرس : 2 ساعات

المراجع : كتاب الفيزياء للسنة الثالثة ثانوي – المعهد التربوي الوطني. كتاب فيزياء خارجي للسنة الثالثة ثانوي.

تصميم الدرس :

2 – 1 – الميكانيك في مرجع لا غاليلي.

2 – 2 – التوازن النسبي في معلم متحرك.

2 – 3 – التوازن النسبي وقوة العطالة .

– أسئلة التصحيح الذاتي.

– أجوبة التصحيح الذاتي.

حدث لك دون شك عزيزي الطالب، أنك أدفعت نحو الأمام وأنت واقف في حافلة توقفها، ولا حظت أيضاً أنك تتكئ على الراكب الجالس بجانبك عند إجتياز الحافلة لمنعطف، ففي هاتين الحالتين قد خضعت لقوة تسمى قوة العطالة . وفي هذا الفصل نتعرض لدراسة وفهم هذه القوة.

2 – 1 – الميكانيك في مرجع غاليلي (غير غاليلي)

– إثبات وجود قوة العطالة

تجربة : – تسجيل حركة :

على طاولة ذات مسند هوائي أفقية نقذف جسمين أحدهما قرص دائري. مركز عطالته (م) (مشار إليه بعلامة +) والثاني مثلث " و س ع " قائم في (و) تؤخذ صور لهذين الجسمين أثناء حركتهما خلال فترات زمنية متتالية ومتساوية وذلك بآلة تصوير مثبتة على الطاولة فنحصل على الصورة المرفقة في الصفحة (280)

المرجع المختار :

– من أجل دراسة حركة مركز عطالة القرص (م) نأخذ مرجعين مختلفين :

المرجع الأول :

المرجع الأرضي " " المرتبط بالطاولة والذي نعتبره غالياً.

المرجع الثاني :

المرجع "م" المرتبط بالمثلث "وس ، وع " يجسدان المعلم المرتبط بالمرجع "م" والذي يكون لا غاليليا لأن حركة المثلث ليست مستقيمة منتظمة بالنسبة للطاولة لأن توجيهه يتغير أثناء الحركة.

*حركة مركز العطالة القرص (م) بالنسبة للطاولة (أي بالنسبة للمرجع الأرضي $م_0$)

إذا تفحصنا الصورة نلاحظ أن حركة مركز العطالة القرص (م) مستقيمة منتظمة بالنسبة ل "$م_0$" (إختبر المسار بواسطة المسطرة تجده مستقيمة قس الأبعاد بين مختلف أوضاع (م) المتعاقبة تجدها متساوية –أي أن المسار مستقيماً والمسافات المقطوعة خلال أزمنة متساوية فالحركة مستقيمة منتظمة) إن هذه النتيجة متوقعة لأن "$م_0$ " معلم غاليلي والجملة المدروسة (القرص) شبه معزولة وهذا ما ما يتطابق مع مبدأ العطالة.

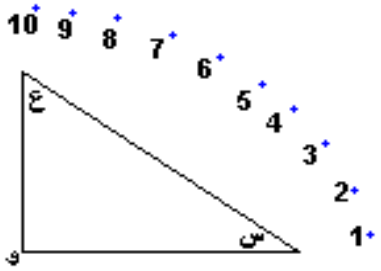
* حركة مركز العطالة القرص (م) بالنسبة للمثلث و س ع (أي بالنسبة م) :

من أجل فكرة هذه الحركة لا بد من إستخدام ورق شفاف.

* نأخذ على الورق الشفاف وضع المثلث (المثلث رقم 1)وكذلك مركز عطالة القرص م (للوضع 1) في اللحظة $ز_1$.

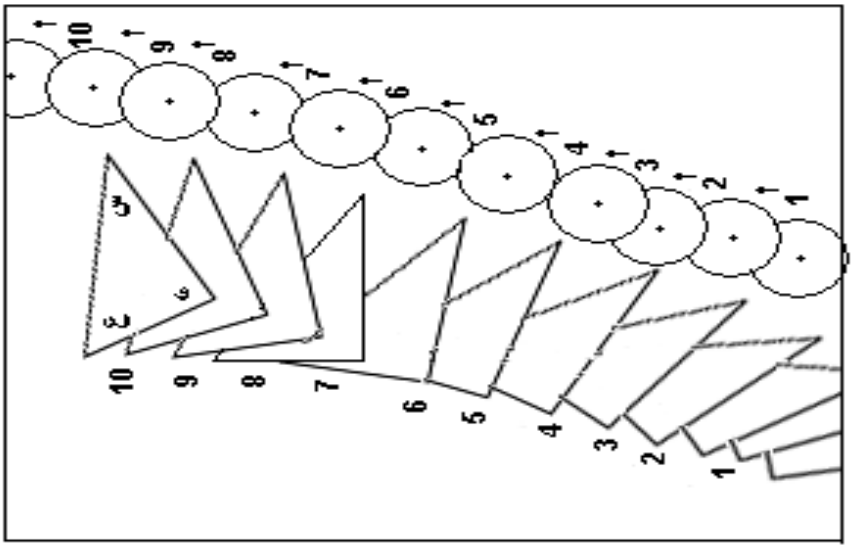
* نطبق المثلث المنقول على وضع المثلث في اللحظة $ز_2$ (المثلث رقم 2) ونعين مركز عطالة القرص م (للوضع 2).

* نطبق المثلث المنقول على المثلث في اللحظة $ز_3$ (المثلث رقم 3) ونعين مركز عطالة القرص م (للوضع 3)



وهكذا حتى ننتهي إلى الوضع رقم 10 فنحصل على الشكل

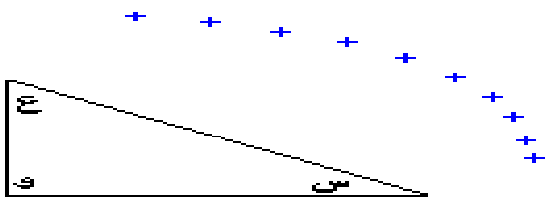
ومنه نجد أن حركة مركز عطالة القرص (م) بالنسبة للمرجع "م" ليست مستقيمة منتظمة وكأن ما حدث هو خضوع القرص إلى قوة إضافية إن هذا الفعل " الوهمي " يطابق ما يسمى قوة العطالة.



من خلال رسمنا لما طلبناه منك عزيزي الطالب

تحصلنا على المسار الموضح بالشكل وهو

ليس مساراً مستقيماً.



تعميم :

بصفة عامة عند دراسة حركة جسم في معلم لا غاليلي نظهر قوة جديدة تسمى قوة العطالة تضاف إلى القوى المتبادلة.

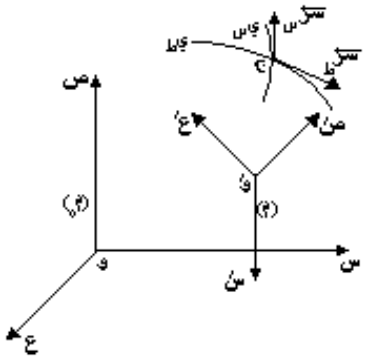
إن قوة العطالة لا تنتج من تأثير جسم آخر وهي تظهر حتى في حالة الجملة المعزولة ولذا نقول عنها أنها قوة وهمية.

إن الدراسة العامة بتغيير المراجع تبين أن قوى العطالة تتعلق بحركة المرجع (بوضع المتحرك وسرعته) ومنه نستنتج أن قوى العطالة تظهر عندما يكون المرجع لا غاليليا، وهي قوة تصحيحية.

2 – 2 – التوازن النسبي في معلم متحرك

– تغيير المعلم :

نفرض متحركاً نقطياً "ن" يمكن أن يحدد مميزات حركته (سرعة ، تسارع ، مسار) كما في الشكل :



إما بالنسبة لمعلم " $م_0$ " يدعى : معلم مطلق والذي يفرض دائماً غاليليا أو بالنسبة لمعلم " م " يدعى نسبي والذي يكون متحركاً بالنسبة للمعلم "$م_0$ " حركة ليست مستقيمة منتظمة.

– إن حركة "ن" بالنسبة للمعلم "$م_0$ " هي حركة مطلقة (مسار مطلق $ي_ط$ سرعة مطلقة $سر_ط$ ، تسارع مطلق $تع_ط$)

وحركة "ن" بالنسبة للمعلم النسبي "م" هي حركة نسبية (مسار نسبي $ي_س$ ، سرعة نسبية $سر_س$ ، تسارع نسبي $تع_س$).

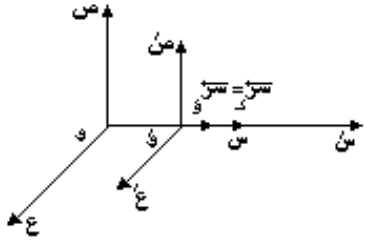
أما حركة " م " بالنسبة للمعلم "$م_0$" تدعى الحركة المكتسبة MOUVEMENT D'ENTRAINEMENT (مسار مكتسب $ي_ك$ ، سرعة مكتسبة $سر_ك$ ، تسارع مكتسب $تع_ك$)

– الحالة الأولى : – المعلم " م " يتحرك حركة إنسحابية بالنسبة للمعلم ($م_0$)

لندرس الحالة المألوفة والتي تكون فيها الحركة إنسحابية بموازاة أحد المحاور . الشكل :

وتكون لكل نقطة :

– سرعة مكتسبة : $\overrightarrow{سر}_ك = \overrightarrow{سر}_و$

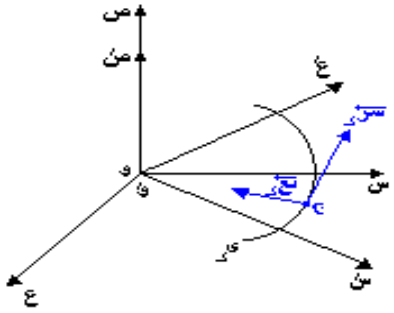


– تسارع مكتسب : $\overleftarrow{تع_{ك}} = \overleftarrow{تع_{وَ}}$

– **الحالة الثانية :** – المعلم "م" في حالة دوران منتظم بالنسبة للمعلم "$م_0$"

إن الشكل المقابل يمثل الحالة المألوفة أكثر

(حركة دوران منتظم حول المحور وص)



يكون المسار المكتسب هو عبارة عن المحيط ي ك الذي مركزه (و) ونصف قطره نق = و ن

المرسوم بواسطة حركة دائرية منتظمة.

وتكون السرعة المكتسبة : $سـر_{ك}$ = سه نق

والتسارع المكتسب : $تـع_{ك} = \frac{سـر^2}{نـق}$ = سه2 نق.

– تركيب السرعات : $\overleftarrow{سر_{ط}} = \overleftarrow{سر_{س}} + \overleftarrow{سر_{ك}}$.

- تركيب التسارعات :

$\overleftarrow{تع_{ط}} = \overleftarrow{تع_{س}} + \overleftarrow{تع_{ك}}$

– 2 – 3 – التوازن النسبي وقوة العطالة :

أ – المعلم " م " في حالة إنسحاب بالنسبة للمعلم "$م_0$" .

– نعتبر الجسم نقطة مادية ونطبق العلاقة الأساسية للتحريك في المعلم " $م_0$ "

$\Sigma \overleftarrow{ق_{حـ}} = \frac{د \overleftarrow{كه}}{د ز} = ك \overleftarrow{تع}$ ،

لكن $\overleftarrow{تع} = \overleftarrow{تع_{ط}}$ ، $\overleftarrow{تع_{ط}} = \overleftarrow{تع_{س}} + \overleftarrow{تع_{ك}}$

ومنه نكتب : $\Sigma \overleftarrow{ق_{حـ}} = ك \overleftarrow{تع_{ط}} = ك (\overleftarrow{تع_{س}} + \overleftarrow{تع_{ك}})$

$\Sigma \overleftarrow{ق_{حـ}} = \overleftarrow{تع_{س}} + \overleftarrow{تع_{ط}} \Leftarrow ك = \overleftarrow{تع_{س}} = \Sigma \overleftarrow{ق_{حـ}} - ك \overleftarrow{تع_{ك}}$

نستعين عن ($- ك \overleftarrow{تع_{ك}}$) بقوة هي قوة العطالة$\overleftarrow{ق_ع}$ حيث : $\overleftarrow{ق_ع} = - ك \overleftarrow{تع_{ك}}$ ،

ومنه نكتب :

$$ك \overleftarrow{تع_{س}} = \Sigma \overleftarrow{ق_{حـ}} + \overleftarrow{ق_ع}$$

هذه العلاقة تترجم كما يلي :

نستطيع أن نستعمل الدراسة التحريكية في المعلم "م" وبالخصوص تطبيق العلاقة الأساسية للتحريك

$\sum \vec{ق}_{حـ} = ك \vec{تع}_{س}$ على شرط أن تضاف للقوى المطبقة قوة العطالة. $\vec{ق}_{ع} = - ك \vec{تع}_{كـ}$.

إذا كان المتحرك المدروس ساكناً بالنسبة للمعلم "م" فإن : $\vec{تع}_{س} = \vec{0}$ وكذلك $سـر_{س} = 0$ ونحصل على التوازن النسبي في المعلم "م"

ونكتب : $\boxed{\sum \vec{ق}_{حـ} + \vec{ق}_{ع} = \vec{0}}$

ب – المعلم "م" في حالة دوران منتظم بالنسبة للمعلم "$م_0$"

المتحرك " ن" في حالة توازن نسبي في المعلم " م "

$تـع_{س} = 0$ ويكون : $\vec{تع}_{ط} = \vec{تع}_{كـ}$ ،

إذن : $\vec{تع}_{ط} = \sum \vec{ق}_{حـ} = ك تـع_{كـ}$ ،

ومنه يكون : $\sum \vec{ق}_{حـ} - ك \vec{تع}_{كـ} = 0$

بوضع – $ك \vec{تع}_{كـ} = \vec{ق}_{ع}$ (قوة عطالة)

نكتب : $\boxed{\sum \vec{ق}_{حـ} + \vec{ق}_{ع} = 0}$

نتيجة :

يكون المتحرك النقطي في حالة توازن نسبي في المعلم "م" إذا كانت محصلة القوى الخارجية المطبقة عليه مضافاً إليها قوة العطالة معدومة، ونعبر عن هذا بمبدأ المبير.

– تطبيقات على بعض الحركات :

نجري فيما يلي مقارنة بين مبدأ ومبدأ المبير

أ – تطبيق على الحركة المستقيمة :

مثال 1 :

حركة مصعد يحتوي على نواس مرن معلق بسقفه :

نعتبر جسماً كتلته ك معلق بنابض مرن بسقف مصعد يتحرك حركة إنسحابية متسارعة بانتظام نحو الأعلى.

وحسب مبدأ نيوتن المطبق على الجسم ذي الكتلة ك .

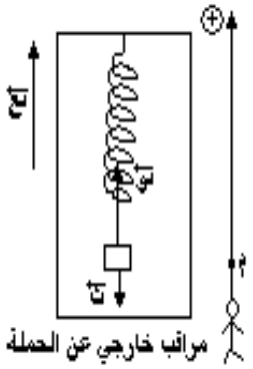
$\sum \overleftarrow{ق_{حـ}} = ك \overleftarrow{تـع}$

$\overleftarrow{ث} + \overleftarrow{تو} = ك \overleftarrow{تـع}$ بالإسقاط على محور الحركة :

تو – ث = ك تع

تو = ث + ك تع = ك (ج + تع).

يسمى تو : الثقل الظاهري وهو في هذه الحالة أكبر من الثقل الحقيقي للجسم (ث = ك ج).



إذا كانت الحركة منتظمة فإن تع = 0 ويصبح

تو = ث = ك ج أي أن الثقل الظاهري يكون مساوياً للثقل الحقيقي للجسم.

* حسب مبدأ المبير المطبق على الجسم ذي الكتلة ك :

$\sum \overleftarrow{ق_{حـ}} + \overleftarrow{ق_ع} = \overleftarrow{0}$

$\overleftarrow{ث} + \overleftarrow{تو} + \overleftarrow{ق_ع} = \overleftarrow{0}$

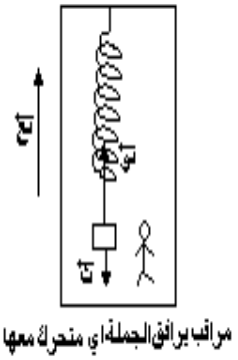
بالإسقاط :

تو – ث – $ق_ع$ = 0

تو = ث + $ق_ع$ ،

تو = ك ج + ك تع = ك (ج + تع)

وبالتالي نصل إلى نفس النتيجة السابقة



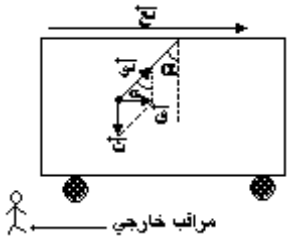
مثال 2 :

حالة جسم صلب معلق بخيط (أو نابض) في سقف عربة ذات حركة إنسحابية أفقية عندما تتحرك العربة حركة مستقيمة تسارعها $\overleftarrow{تـع}$ فإن خيط التعليق ينحرف عن وضعه الشاقولي بزاوية – لنحسب توتر الخيط (أو النابض) وزاوية الميل (α) من أجل $\overleftarrow{تـع} = \overleftarrow{ثابت}$.

*حسب مبدأ نيوتن المطبق على الجسم الصلب :

$\sum \overleftarrow{ق_{حـ}} = ك \overleftarrow{تـع}$

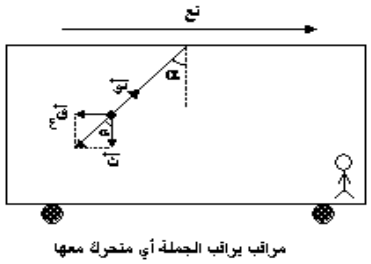
$\overleftarrow{ث} + \overleftarrow{تو} = ك \overleftarrow{تـع}$



* تو = $\frac{ق}{جـ - ب \alpha}$ = $\frac{ث}{تـ - جـ - ب \alpha}$ ، تو^2 = ث^2 + ق^2

تو = ك $\sqrt{ق_{ج}^2 + تـع^2}$

ظل α = $\frac{ق}{ث}$ = $\frac{تـع}{ج}$ ،



* حسب مبدأ المبير المطلق على الجسم الصلب :

$\sum \overleftarrow{ق}_{حـ} + \overleftarrow{ق_ع} = \overleftarrow{0}$

$\overleftarrow{ث} + \overleftarrow{تو} + \overleftarrow{ق_ع} = \overleftarrow{0}$

تو = $\frac{ق}{جـ-ب\alpha}$ = $\frac{ث}{تـ-جـ-ب\alpha}$ ،

$تو^2 = ق_ع^2 + ث^2$

$تو^2 = ك^2 تع^2 + ك^2 ج^2$ ،

تو = ك ق $\overline{تـع^2 + ج^2}$

ظلα = $\frac{ق^2}{ث}$ = $\frac{ك\ تـع}{ك\ ج}$ ⇐ ظلα = $\frac{تـع}{ج}$

ب – تطبيق على الحركة الدائرية المنتظمة :

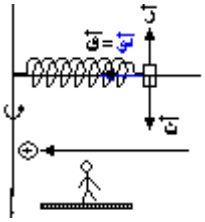
نكتفي بالجملة الموضحة بالشكل والمكونة من نابض مرن وجسم كتلته ك مرتبط به يمكنهما الإنزلاق بدون إحتكاك على ساق أفقية تدور بحركة دائرية منتظمة حول محور شاقولي(Δ)

مبدأ نيوتن

$\sum \overleftarrow{ق}_{حـ} = ك\ \overleftarrow{تع}$

$\overleftarrow{ث} + \overleftarrow{تو} + \overleftarrow{ر} = ك\ \overleftarrow{تع}$

بالإسقاط على المحور الموج



تو = ك تع ، (تع = تـع$_ن$)

مراقب خارجي

تو = ك تـع$_ن$ =

ك سه^2 نق ، نق =ل$_0$ +Δل

تو = ق = ك سه^{2}نق

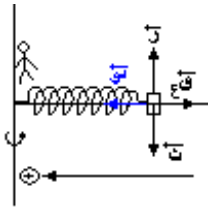
حيث $\overleftarrow{ق}$: موجهة نحو مركز الدائرة التي يرسمها الجسم وتسمى قوة جاذبة مركزية.

مبدأ المبير

$\sum \overleftarrow{ق}_{حـ} + \overleftarrow{ق_ع} = \overleftarrow{0}$

$\overleftarrow{ث} + \overleftarrow{تو} + \overleftarrow{ر} + \overleftarrow{ق_ع} = \overleftarrow{0}$

بالإسقاط : مراقب يرافق الجملة



تو – $\overleftarrow{ق_ع}$ = $\overleftarrow{0}$

تو = $\overleftarrow{ق_ع}$ =

ك تـع$_ن$ = ك سه^2 نق

$\overleftarrow{ق_ع}$: موجهة نحو الخارج وتسمى القوة النابذة أو القوة الطاردة المركزية.

أسئلة التصحيح الذاتي :

1 – لدينا نابض مرن مهمل الكتلة ، طوله وهو فارغ $ل_0$ = 25 سم، يستطيل ب 1 سم إذا أثرت عليه قوة قدرها 1 ن.

أ – نثبت النابض في نقطة ثابتة ونعلق في طرفة السفلي كتلة ك = 50 غ ، أحسب استطالة النابض.

ب – نثبت النابض الآن وهو محمل بالكتلة ك السابقة في سقف مصعد بمصعد بحركة متسارعة بإنتظام تسارعها يساوي ربع $(\frac{1}{4})$ تسارع الجاذبية الأرضية – أحسب طول النابض أثناء هذه الحركة.

ج – ما هو طول النابض إذا تحرك المصعد بحركة مستقيمة منتظمة ؟

د – ما هو طول النابض إذا تحرك المصعد نحو الأعلى بحركة متباطئة بانتظام تسارعها يساوي ربع تسارع الجاذبية الأرضية ؟

نأخذ ج = 10 م/ثا^2.

2 – يتألف نواس من كرة معدنية معلقة بخيط مهمل الكتلة وعديم الإمتطاط يثبت هذا النواس في سقف عربة تسير على طريق أفقي.

أحسب الزاوية التي يصنعها الخيط مع الشاقول في الحالات التالية :

أ – عند الانطلاق بحركة مستقيمة متسارعة بانتظام ، تصل سرعة العربة فيها إلى 72 كلم/سا بعد قطع مسافة 2 كم انطلاقا من السكون.

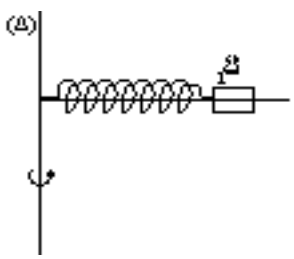
ب – عندما تسير العربة بحركة مستقيمة منتظمة سرعتها سر = 72 كم/سا

ج – عندما تسير العربة بحركة مستقيمة متباطئة بإنتظام حيث تتناقص سرعتها من 72 كم/سا إلى أن تنعدم خلال 40 ثانية.

د – العربة تدور في منعطف نصف قطره 1 كم بسرعة ثابتة سر = 72 كم /سا

نعتبر ج = 10م/ثا^2.

3 – لدينا نابض مرن، طوله وهو فارغ $ل_0$ = 48 سم يستطيل ب 1 سم إذا علقت به كتلة ك = 200 غ.



يدخل قضيب معدني أفقي في النابض وتثبت إحدى نهايتي النابض في النقطة م من القضيب أما النهاية الأخرى فتثبت بها كتلة $ك_1$ = 50 غ تتحرك بدون إحتكاك على القضيب المعدني.

تدار الجملة حول محور شاقولي مار من النقطة م بسرعة زاوية ثابتة تساوي 2 دورة /ثا.

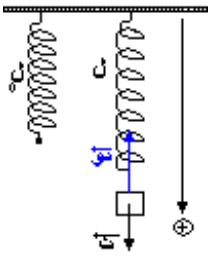
نأخذ : $\pi^2 = 9.8$ ، ج = 9.8 م/ثا^2

أ – أحسب إستطالة النابض وطوله.

ب – ما هي السرعة الزاوية التي نجعل النابض يستطيل ب 3 سم ؟

2 – مفهوم القياس الفيزيائي :

أجوبة التصحيح الذاتي :



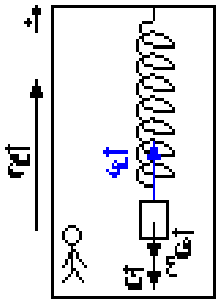
1 – أ – الجملة متزنة : نطبق نظرية مركز العطالة على الجسم المعلق في مرجع أرضي غاليلي :

$\Sigma \overleftarrow{ق}_{ح} = \overleftarrow{0} \Leftarrow \overleftarrow{ث} + \overleftarrow{تو} = \overleftarrow{0}$ بالإسقاط :

$ث - تو = 0 \Leftarrow ث = تو = ك ج$

$\Delta ل = \frac{ث}{ثـا} = \frac{ك ج}{ثـا}$

$\Delta ل = \frac{1}{10^{-2}} = 100$ ن/م



ب– يمكنك عزيزي الطالب تطبيق مبدأ المبير أو مبدأ نيوتن.

– المصعد يصعد بحركة متسارعة بإنتظام يكون التسارع المكتسب تع : نكتب التوازن النسبي حسب مبدأ المبير

$\Sigma \overleftarrow{ق}_{ح} + \overleftarrow{ق}_{ع} = \overleftarrow{0} \Leftarrow \overleftarrow{ث} + \overleftarrow{تو} + \overleftarrow{ق}_{ع} = 0$

بالإسقاط على محور الحركة الموجه بجهة الحركة :

$تو - ث - ق_{ع} = 0$

$تو = ث + ق_{ع} = ك (ج + تع)$ . . . . . (1).

$\Delta ل = ك (ج + تع) \Leftarrow ثـا \Delta ل = ك (ج + تع)$

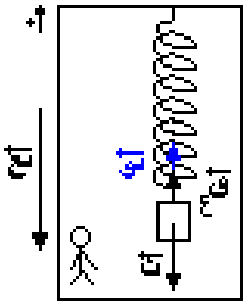
$\Delta ل = \frac{\left(\frac{10}{4} + 10\right)^{3-} 10.50}{100} = 0.006$ م

$= 0.6$ سم

ومنه طول النابض ل = $ل_0 + \Delta ل = 25.6$ سم.

ج – أثناء الحركة مستقيمة المنتظمة تصبح $ق_{ع} = 0$ لأن تع = 0 ،

بالرجوع للعلاقة (1) نجد : تو = ث = ك ج $\Leftarrow \Delta ل = \frac{ك ج}{ثـا}$



$= \frac{50 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{100} = 0.005$ م $= 0.5$ سم.

د – أثناء حركة المصعد نحو الأعلى بحركة متباطئة بانتظام

نكتب التوازن النسبي في معلم متحرك (مراقب يرافق الجملة)

$\Sigma \vec{ق} = \vec{ق}_ع + \vec{تو} + \vec{ث} = \vec{0} \Leftarrow$ ، $\vec{ق}_ع + \vec{تو} + \vec{ث} = 0$

بالإسقاط على محور الحركة الموجه نحو الأعلى : $تو + ق_ع - ث = 0$

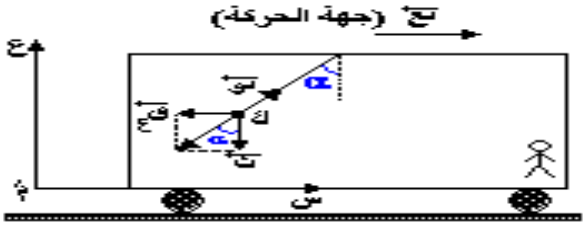
$تو = ث - ق_ع = ك(ج - تـع)$ ، $\Delta ل = \frac{\Delta ث}{ثـا} \Leftarrow$

$\Delta ل = \frac{ك(ج - \frac{ح}{4})}{ثـا^2} = \frac{3 ك ج}{4 ثـا^2} = \frac{3 \cdot 50 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{4 \times 100} = 0.0037$ م .

$= 0.4$ سم

ويكون طول النابض عندئذ : $ل = ل_0 + \Delta ل = 25.4$ سم

2 – أ – المعلم (مَ) المرتبط بالعربة في حالة إنسحاب منتظم بالنسبة للمعلم المطلق المرتبط بالأرض، التسارع المكتسب $تـع_ك = تع$



وهو تسارع العربة ونعينه من العلاقة :

$سـر^2 - سـر_0^2 = 2 تع س$

حسب الشروط الإبتدائية : $ز = 0$ $سـر_0 = 0$ ($سر = 72$ كم / سا $= 20$ م / ثا

$تع = \frac{سـر^2}{2 س} = \frac{(20)^2}{2 \times 2000} = 0.1$ م/ثا^2.

وتكون زاوية إنحراف الخيط عن الشاقول هي (α) حيث :

$ظل\alpha = \frac{ق}{ث} = \frac{تـع}{ج} = \frac{0.1}{10} = 0.01$.

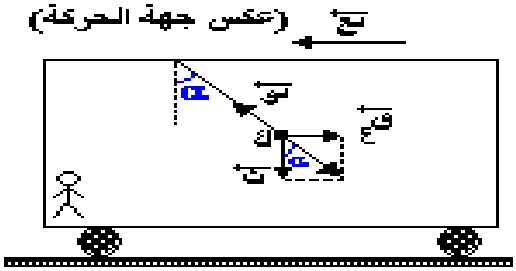
α زاوية صغيرة $\Leftarrow$ ظل α : $= \alpha$ (راديان)، ومنه $\alpha = 0.01$ راد $\approx 0.57°$

ب – الحركة مستقيمة منتظمة : $تـع_ك = تع = 0 \Leftarrow ق_ع = 0$ ،

ويكـون : $\vec{ث} + \vec{تو} = \vec{0} \Leftarrow \vec{ث} = -\vec{تو}$ وبمـا أن $\vec{ث}$ شـاقولي فـإن $\vec{تو}$ شـاقولي أيضـاً

وبالتالي فإن :$\alpha = 0$. تع(عكس جهة الحركة)

ج – قوة العطالة تكون عكس جهة الحركة :



ظل $\alpha = \frac{\text{تـ ع}}{\text{ج}} = \frac{0.5}{10} = 0.05$.

$\alpha = 0.05$ راديان

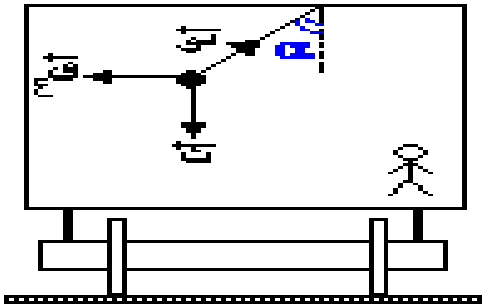
$\alpha = 2.8°$.

د – بالنسبة لمعلم مرتبط بالجملة (مراقب مرافق للجه

الكتلة ك منزنة تحت تأثير 03 قوى هي :

ثقلها : $\overleftarrow{ث}$ توتر الخيط : $\overleftarrow{تو}$ قوة العطالة : $\overleftarrow{ق}_{ع}$ وهي

قوة طاردة مركزية حاملها نصف قطر إنحناء المسار



$\Sigma \overleftarrow{ق}_{خ} + \overleftarrow{ق}_{ع} = 0$

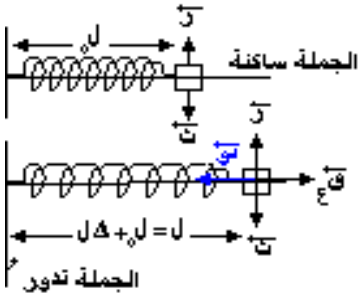
$\overleftarrow{ث} + \overleftarrow{تو} + \overleftarrow{ق}_{ع} = \overleftarrow{0}$

ظل $\alpha = \frac{ق}{ث} = \frac{ك\ تـ ع_{ن}}{ك\ ج} = \frac{تـ ع_{ن}}{ج}$

$= \frac{سـ ر^2}{نـ ق\ ج} = \frac{(20)^2}{10^3 .\ 10} = 0.04$.

(α) زاوية صغيرة $\Leftarrow \alpha$ (راد) $\approx$ ظل $\alpha \approx 0.04$ راديان $\Leftarrow \alpha = 2.3°$.

3 – أ – بالنسبة لمعلم مرتبط بالجملة :



ك : ساكنة تحت تأثير أربعة قوى هي :

$\overleftarrow{ث}$ ، $\overleftarrow{ر}$ ، $\overleftarrow{تو}$ ، $\overleftarrow{ق}_{ع}$.

$\overleftarrow{ث} + \overleftarrow{تو} + \overleftarrow{ر} + \overleftarrow{ق}_{ع} = \overleftarrow{0}$ بالإسقاط على محور أفقي :

$ق_{ع} - تو = 0 \Leftarrow تو = ق_{ع} = ك\ تـ ع_{ن} = ك\ سه^2\ نق$.

$تو = ك\ سه^2\ نق$ ، حيث نق : نصف قطر الدائرة التي

يرسمها مركز عطالة الجسم والتي مركزها (م) واقع على محور الدوران : $نق = ل_0 + \Delta ل$

$ثا\Delta ل = ك\ سه^2 (ل_0 + \Delta ل) = ك\ سه^2\ ل_0 + ك\ سه^2 \Delta ل$ ،

$ثا\Delta ل - ك\ سه^2 \Delta ل = ك\ سه^2\ ل_0 \Leftarrow \Delta ل = \frac{ك\ سـه^2\ ل_0}{ثـا - ك\ سـه^2}$ ،

$ثا = 196$ ن/م، $سه = 2\pi ن = 12.56$ راد/ثا، ومنه $\Delta ل = 2$ سم $\Leftarrow ل = 50$ سم

ب – وجدنا أن :

ثاΔل = ك سه^2 (ل $_0$ +Δل) ⟸ ك سه^2 ل⟸ سه = ق$\sqrt{\frac{\text{ثا}(\Delta\text{ل})}{\text{ك ل}}}$

Δل = 3 سم ، ل = 51 سم ⟸ سه ≈ 51.1 راد/ثا.

الأقمار الاصطناعية – خاص بشعبة العلوم الدقيقة

أهداف الدرس :

1 – يتذكر قانون الجذب العام.

2 – يحدد شروط استقرار القمر الاصطناعي بالنسبة للأرض.

3 – يحسب السرعتين الزاوية والخطية ويعبر عن دور الحركة.

المدة الزمنية اللازمة : 2 ساعات

الدروس التي ينبغي مراجعتها : قانون الجذب العام من برنامج السنة الأولى.

المراجع : كتاب الفيزياء للسنة الثالثة ثانوي – المعهد التربوي .

– كتاب فيزيائي خارجي للسنة الثالثة ثانوي.

تصميم الدرس

3 – 1 – تذكير بقانون الجذب العام.

3 – 2 – حركة الأقمار الإصطناعية.

3 – 3 – التوازن داخل قمر إصطناعي –(إنعدام الجاذبية)

3 – 4 – الأقمار الإصطناعية بالنسبة للأرض

(القمر الإصطناعي الجيو مستقر)

– أسئلة التصحيح الذاتي.

– أجوبة التصحيح الذاتي.

3 – 1 – تذكير بقانون الجذب العام :

لقد بينت دراسات نيوتن أن الكتل المادية تتجاذب فيما بينها وأن قوى التجاذب بين نقطتين ماديتين أ ، ج تتعلق بالبعد فيما بينها من جهة وبكتلة كل من النقطتين $ك_{أ}$ ، $ك_{جـ}$. وقد وجد أن قوة التجاذب بين نقطتين ماديتين كتلتاهما $ك_{أ}$، $ك_{جـ}$ البعد بينهما

" ب " :

– تتناسب طرديا مع كتلة كل من النقطتين $ك_{أ}$، $ك_{جـ}$

– تتناسب عكسيا مع مربع البعد بين النقطتين الماديتين وتعطى بالعلاقة .

$$ق = ثا \frac{ك_{أ} \cdot ك_{جـ}}{ب^2}$$

إن قيمة الثابت " ثا " تتعلق بجملة الوحدات المستخدمة، ففي الجملة الدولية حيث تقدر : القوة بالنيوتن ، الكتلة بالكيلوغرام ، المسافة بالمتر فإن ثا = $6.67 \cdot 10^{-11}$ ن.م^2 كغ$^{-2}$

ونكتب :

$$ق = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{ك_{أ} \cdot ك_{جـ}}{ب^2} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

* بعض الأمثلة عن قوى التجاذب بين جسمين :

الأجسام	الكتل(كغ)	البعد (م)	شدة القوة نيوتن
الشمس الأرض	$2 \cdot 10^{30}$ $6 \cdot 10^{24}$	$1.5 \cdot 10^{11}$	$3.6 \cdot 10^{22}$
الأرض القمر	$2 \cdot 10^{24}$ $7.35 \cdot 10^{22}$	$3.85 \cdot 10^{8}$	$2 \cdot 10^{20}$
شخصان	60	1	$2.4 \cdot 10^{-7}$
بروتون إلكترون	$1.67 \cdot 10^{-27}$ $9.1 \cdot 10^{-31}$	$53 \cdot 10^{-31}$	$3.6 \cdot 10^{-47}$

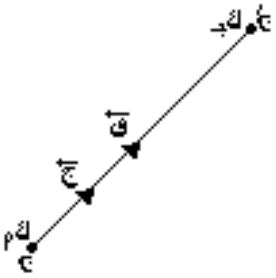
– الحقل التجاذبي لنقطة مادية :

نعتبر نقطة مادية " ن " كتلتها موجودة في "م"

على مسافة (ب) من نقطة مادية "ن" كتلتها $ك_{جـ}$

نسميها الكتلة المؤثرة (مبدئيا)

تؤثر $ك_{جـ}$ في $ك_{أ}$ بقوة جذب ق تتناسب



طرديا مع $ك_{أ}$ حيث : $\overleftarrow{ق} = ك_{أ} ج$ (ج شعاع حقل جاذبية الكتلة وتقدر شدته بن/كغ)

ويمكن حساب شدة شعاع حقل الجاذبية ج من قانون الجاذبية العامة:

$$ق = ك_{أ} ج = ثا \frac{ك_{أ} \cdot ك_{جـ}}{ب^2} \Leftarrow \boxed{ج = ثا \frac{ك_{جـ}}{ب^2}} \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

ومنه فإن حقل الجاذبية للنقطة المادية " نَ " ذات الكتلة $ك_{جـ}$ لا يتعلق بكتلة النقطة المادية " ن " التي هي $ك_{أ}$ وهو مجموعة أشعة تتجه كلها نحو النقطة "نَ" ذات الكتلة $ك_{جـ}$

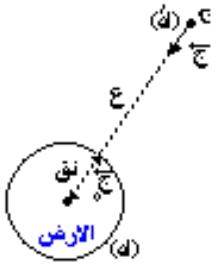
الحقل التجاذبي الأرضي :

لنعتبر الأرض كروية الشكل نصف قطرها نق

وكتلتها ك ، و لنعين شدة شعاع حقل قطرها نق

و كتلتها كَ

حسب قانون التجاذب العام، الأرض تؤثر على النقطة المادية بقوة تؤثر على النقطة المادية بقوة $\overleftarrow{ق}$ شدتها :



$$ق = ثا \frac{ك \cdot كَ}{ب^2} = كَ ج.$$

$$ق = ثا \frac{ك \, كَ}{ب^2} = كَ ج$$

فإذا كانت " ن " واقعة على سطح الأرض فإن الحقل التجاذبي الأرضي هو:

$$\boxed{ج_0 = \frac{ثا \, ك}{(نق + ع)^2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4) \; (ب = نق + ع)$$

و من هاتين العلاقتين الأخيرتين يمكن إيجاد العلاقة التي تربط ج ، $ج_0$ بأخذ النسبة $\frac{ج}{ج_0}$ نجد :

$$\frac{ج}{ج_0} = \frac{ثا.ك}{(نق+ع)^2} \times \frac{نق^2}{ثا.ك} = \frac{نق^2}{(نق+ع)^2}$$

$$\boxed{\Leftarrow ج = ج_0 \left(\frac{نق^2}{(نق+ع)^2}\right) \quad \ldots (5)}$$

3 – 2 – حركة الأقمار الإصطناعية :

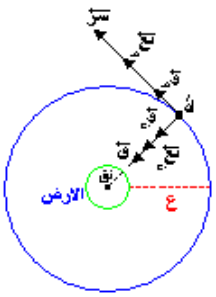
إن عدداً كبيراً من الأقمار الإصطناعية وضعت في مدارات حول الأرض ، إبتداءً من 4 أكتوبر 1957 تاريخ إطلاق أول قمر إصطناعي " سبوتنيك1 "

في المرجع المركزي الأرضي الذي نعتبره غاليليا فإن الأقمار الإصطناعية ترسم مسارات إهليليجية أو دائرية.سنهتم خلال دراستنا هذه بالأقمار الإصطناعية التي ترسم مسارات دائرية حول مركز الأرض.

أ – طبيعة الحركة :

نعتبر القمر الإصطناعي كنقطة مادية، منطبقة على مركزه الثقالي ، كتلتها " ك " وتدور في الحقل التجاذبي الأرضي إذا أهملنا قوى الإحتكاك ومقاومة الهواء

نظراً لبعد القمر إصطناعي عن سطح الأرض،



فإنه يبقى خاضعاً لثقله فقط :

$$\text{ق} = \frac{\text{ثـا}\,\text{ك}\,\text{ك}}{(\text{نـق}+\text{ع})^2}$$

ك : كتلة الأرض

وهي قوة موجهة نحو مركز الأرض فهي قوة جاذبية مركزية.

– بتطبيق العلاقة الأساسية للتحريك:

$$\sum \vec{\text{ق}} = \frac{\text{د}\,\vec{\text{كـه}}}{\text{د ز}} = \text{ك}\ \vec{\text{تـ}}\text{ع}$$

$\vec{ق} = ك \quad \vec{تع} \quad \vec{تع} \Leftarrow = \frac{\vec{ق}}{ك}$ ،

وفي معلم فريني ($و_م$،$و_ن$) المرتبط بالقمر الإصطناعي (الشكل)

فإن مساقط ق ، تع هي :

$$\left.\begin{array}{ll} ق_م = 0 & \\ ق_ن = \frac{ثا\ ك\ ك^-}{(ذ\ ق + ع)^2} & \end{array}\right\} ، \quad \vec{تع} \left\{\begin{array}{ll} تع_م = 0 & \\ تع_ن = \frac{ثا\ ك}{(ذ\ ق + ع)^2} = ج & \end{array}\right. \quad \vec{ق}$$

لكن : $تـع_م = \frac{د\ سو}{د\ ز} = 0 \Leftarrow$ سر = ثابت

أي أن سرعة القمر الإصطناعي ثابتة على مساره وبالتالي فإن حركته دائرية منتظمة.

ب – سرعة القمر الإصطناعي :

بما أن الحركة دائرية منتظمة فإن تسارعها هو التسارع الناظمي $تـع_ن$ حيث $\vec{تـع}_ن = \frac{سو^2}{نـق+ع}$

(نق + ع : نصف قطر إنحناء المسار)

ومنه فإن : $سر^2 = تـع_ن$ (نق ع)$\Leftarrow سر^2 = \frac{ثا.ك}{(نـ ق + ع)^2}$.(نق +ع) = $\frac{ثا.ك}{(نـ ق + ع)}$

من العلاقة (3) لدينا : ثا ك = $ج_0$ نق ،

بالتعويض نجد : $سر^2 = \frac{ج_0\ نق^2}{نق+ع} \Leftarrow$ سر نق$\sqrt{\frac{ج_0}{نق+ع}}$ ..... (6)

إن سرعة القمر الإصطناعي مستقلة عن كتلته وتتعلق بنصف قطر المسار.

ج – دور الحركة :

بما أن حركة الأقمار الإصطناعية حركة دائرة منتظمة فإن لها دور ثابت وهو زمن دورة واحدة.

د = $\frac{\pi 2}{سه} = \frac{\pi 2(نـق + ع)}{سو}$ لأن : سه = $\frac{سو}{نـق + ع}$.

وحيث أن سر = نق$\sqrt{\frac{ج_0}{نق+ع}}$

فإن د = $\frac{\pi 2}{نـق}$ ق$\sqrt{\frac{نق+ع}{ج_0}}$ × (نق + ع)

$$\boxed{د = \pi 2 \frac{نـق+ع}{نـق} ق\sqrt{\frac{نق+ع}{ج_0}}} \quad \ldots\ldots\ldots (7)$$

إن دور القمر الإصطناعي لا يتعلق بكتلته وإنما يتعلق بنصف قطر المسار فقط.

3 – 3 – التوازن داخل قمر إصطناعي (إنعدام الجاذبية)

لا شك أنك شاهدت عزيزي الطالب، في التليفيزيون رواد الفضاء وهم يسبحون بحرية داخل المركبة الفضائية، إننا نقول أنهم في حالة إنعدام الجاذبية.

لدينا رائد فضاء كتلته ك سكان بالنسبة لقمر إصطناعي في مدار دائري على بعد، "ع" من سطح الأرض ، حيث تسارعه بالنسبة للمرجع المركزي الأرضي "م$_0$ " هو $\vec{ج}$ ، نفرض أن رائد الفضاء يقف على ميزان أشخاص ، القمر الإصطناعي يمثل مرجعاً غير غاليلي.

ندرس حركة رائد الفضاء بالنسبة للمرجع المركزي الذي نعتبره غاليليا.

إن الجملة (رائد الفضاء) تخضع لقوة التجاذب :

$\vec{ق}$ = ك $\vec{ج}$ ورد فعل الميزان ($\vec{ر}$).

في المعلم المركزي الأرضي م$_0$ يتحرك رائد الفضاء

(مثل القمر الإصطناعي) بحركة دائرية منتظمة تسارعها $\vec{ج}$

بتطبيق العلاقة الأساسية للتحريك على الجملة نجد :

$$\Sigma \vec{ق}_{خ} = \frac{د\ \vec{كه}}{د\ ز} = ك\ \vec{تع}$$

$$\Sigma \vec{ق}_{خ} = ك\ \vec{ج} + \vec{ر} \quad ، \quad \vec{تع} = \vec{ج}$$

إذن ك $\vec{ج}$ + $\vec{ر}$ = ك $\vec{ر}$

ومنه نستنتج أن رد فعل الميزان (ر) على رائد الفضاء معدوم ($\vec{ر} = \vec{0}$) أي أن الثقل الظاهري لرائد الفضاء معدوم ونقول عنه أنه في حالة إنعدام الجاذبية.

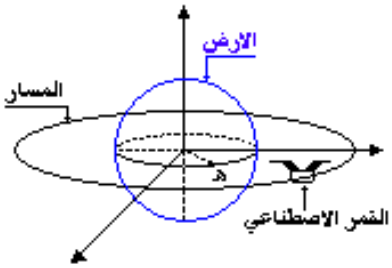
ملاحظة :

توجد حالة إنعدام الجاذبية أيضاً في المركبات الفضائية التي تتحرك باليستيكية أي تتحرك تحت تأثير القوة الجاذبية فقط.

4 – الأقمار الإصطناعية المستقرة بالنسبة للأرض (الجيو مستقرة)

نقول عن قمر إصطناعي أن جيو مستقر إذا بقي دائماً واقعاً على الشاقول المار بنفس النقطة ه من الأرض.

في المرجع المركزي الأرضي : يوجد مسار القمر الإصطناعي في مستو يحتوي على مركز الأرض ويشمل النقطة "ه"



أي أن القمر الإصطناعي والنقطة ه ومركز الأرض تقع في مستو واحد هو مستوي خط الإستواء إذن فكل الأقمار الإصطناعية الجيو مستقرة توجد في مستو واحد هو مستوي خط الإستواء.

– دور قمر إصطناعي جيو مستقر :

هو المدة الزمنية التي ينجز فيها القمر الإصطناعي دورة كاملة في المرجع المركزي الأرضي، وهو نفس المدة الزمنية التي ينجزها النقطة " ه" الواقعة على نفس شاقول القمر الإصطناعي، أي نفس المدة التي تنجز خلالها الأرض دورة كاملة حول نفسها – فهو إذن يوم واحد إذن من أجل هذا الدور يوجد مدار جيو مستقر واحد تدور فيه كل الأقمار الإصطناعية الجيو مستقرة وقد إكتظ هذا المدار في السنوات الأخيرة لكثرة الأقمار الإصطناعية الموجودة فيه والمستخدمة في الإتصال، والملاحة وغيرها.

لنحسب الآن بعد هذا المدار عن الأرض (ع) وسرعته (سر) :

بتربيع العلاقة (7) نجد :

$$د^2 = 4\pi^2 \frac{(نـق + ع)^3}{نـق^2 \, ج_0} \Leftarrow (نق + ع)^3 = \frac{ج_0 \, نـق^2 \, د^2}{4\pi^2}$$

$$نق + ع = \sqrt[3]{\frac{ج_0 \, نق^2 \, د^2}{4\pi^2}} \quad \text{ومنه} \quad ع = \sqrt[3]{\frac{ج_0 \, نق^2 \, د^2}{4\pi^2}} - نق \ ،$$

من العلاقة (6) لدينا : $سر = نق \sqrt{\frac{ج_0}{نق + ع}}$

تطبيق عددي :

$ج_0 = 9.8$ م/ثا^2.

نصف قطر الأرض : نق = 6400 كم = $6.4 \cdot 10^6$ م.

الدور : د = 24 سا = 24 × 3600 ثا = 86400 ثا.

نأخذ : $\pi^2 = 10$

يكون : ع = $\sqrt{\frac{9.8 \times (6.4\ 10^{6})^{2} \cdot (8.64\ 10^{4})^{2}}{4 \times 10}}$ - $6.4\ 10^{6}$ ،

ع = 35800 كم.

سر = $6.4 \cdot 10^{6}$ = $\sqrt{\frac{9.8}{15.8 \cdot 10^{6} + 6.4 \cdot 10^{6}}}$ = 3000 م/ثا= 3 كم/ثا.

مثال :

ندرس حركة قمر إصطناعي ثم حركة القمر في المعلم المركزي الأرضي الذي نعتبره غاليليا.

1 – ينجز القمر الإصطناعي مساراً دائريا حول الأرض مركزه مركز الأرض (م) ونصف قطره نق.

أ – عين سرعته سر.

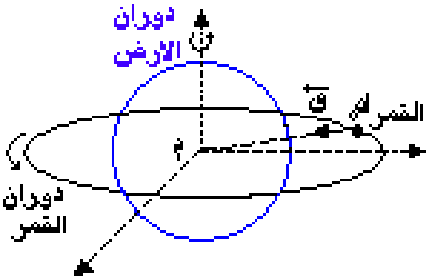
ب – عبر عن دوره (د) بدلالة نق، ثا، ك ثم أحسبه.

ك : كتلة الأرض = $5.98\ 10^{24}$ كغ ، ثا = $6.67 \cdot 10^{-11}$ ن م^2 /كغ^2

نق = 7000 كم.

ج – ينجز القمر حول الأرض مساراً يفرض دائريا نصف قطره نق = $384 \cdot 10^{3}$ كم أحسب دور القمر بالأيام.

الحل :



1 – أ – سرعة القمر الإصطناعي :

الحركة دائرية منتظمة إذن :

ق = ك$_0$ = تـع$_0$ ك$_0$ $\frac{\text{سر}^2}{\text{نـق}}$ . . . . . (1)

ولدينا أيضاً : ق = $\frac{\text{ثـا}^2 \text{ك}_0 \text{ ك}}{\text{نـق}^2}$ . . . . . (2)

ومنه : $\frac{\text{ثـا}^2 \text{ك}_0 \text{ ك}}{\text{نـق}^2}$ = ك$_0$ $\frac{\text{سر}^2}{\text{نـق}}$ ⇐ سر = 2 $\frac{\text{ثـا ك}}{\text{نـق}}$ ⇐ سر = ق $\frac{\text{ثـا ك}}{\text{نـق}}$ ،

ت.ع : سر = 7550 م/ثا.

ب – دور القمر الإصطناعي :

د = $\frac{2\ \pi\ \text{نـق}}{\text{سر}}$ = $\frac{6028 \times 10^{6} \cdot 7}{7.55\ 10^{3}}$ = 5827 ثا

د = ساعة ، 37 دقيقة ، 7 ثوان.

2 – دور القمر حول الأرض : دَ = $\frac{2\pi \text{ نق}}{\text{سر}}$ = $\frac{2\pi \text{ نق}}{\sqrt{\frac{\text{ثا ك}}{\text{ق}^3}}\text{ نق}}$ دَ = 2

دَ = $2\pi \text{ ق}\sqrt{\frac{\text{نق}^3}{\text{ثا ك}}}$ ،

دَ=6.28 ق$\sqrt{\frac{(10^6 \times 6.384)^3}{10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24}}}$ = $10^6 \times 2.367$ ثا

دَ= 27.4 يوماً

ملاحظة :

فـي الحقيقة فإن مسار القمر ليس دائرياً وبالتالي فإن دوره يختلف عن القيمة المحسوبة وهو ما بين 29 و 30 يوماً.

أسئلة التصحيح الذاتي

– يـدور قمـر إصـطناعي حـول الأرض على إرتفاع ع = 1600 كم بسرعة كافية لجعل القوة الطاردة المركزية الناتجة عن الحركة الدائرية المنتظمة تتوازن مع الثقل على هذا الإرتفاع الذي يعطى بالعلاقة : ث = ك ج حيث ج = $\text{ج}_0 = \frac{\text{نق}^2}{(\text{نق} + \text{ع})^2}$ ،

نق : نصف قطر الأرض ويساوي 6400 كم.

: تسارع الجاذبية على سطح الأرض ويساوي : 10 م/ثا2.

ك : كتلة القمر الإصطناعي وتساوي : 1000 كغ.

1 – أحسب السرعة الخطية للقمر الإصطناعي بفرض مساره حول الأرض دائرياً.

2 – أحسب دور القمر الإصطناعي.

3 – أحسب الطاقة الحركية للقمر الإصطناعي وطاقته الكامنة (المستوي المرجعي هو سطح الأرض) بفرض تسارع الجاذبية ثابتا بين الإرتفاعين 0 ، 1600 كم ويساوي 8 م/ثا2

4 – أحسـب كمـية الوقود الذي يجب إستهلاكه لإعطاء القمر الإصطناعي طاقته الميكانيكية الكلية علماً بـأن الوقـود ينشـر أثناء إحتراقه حرارة قدرها 4.2 107 جول لكل كيلوغرام من الوقود وأن 10 فقط من هذه الحرارة الناتجة تتحول إلى طاقة ميكانيكية.

نهمل مقاومة الهواء أثناء صعود القمر في الجو.

أجوبة التصحيح الذاتي :

1 – الثقل يساوي القوة الطاردة المركزية

إذن : ك ج = $\frac{ك \ سر^2}{(ذ ق + ع)}$ ، ج = $\frac{ذق^2}{(ذق + ع)^2}$ ،

ومنه ك ج$_0$ $\frac{ذق^2}{(ذق + ع)}$ سر = نق ق $\frac{ج_0}{ذ ق + ع}$

سر = $\frac{10.6.3 \ ق^3 10}{10.8^6}$ = 10.7.16^3 م/ ثا

2 – الحركة دائرية منتظمة إذن : د = $\frac{2\pi(ذق + ع)}{سر}$ ،

د = $\frac{2 \ \pi \ 10.8^6}{10.7.16^3}$ ≅ 7020 ثا = ساعة و 57 دقيقة.

3 – طح = $\frac{1}{2} \times 10^3 \times (10.7.16^3)^2$ = 10.2.56^{10} جول

طك = ك ج ع = $10^3 \times 8 \times 10.16^6$ = 10.1.28^{10} = جول

3 – الطاقة الميكانيكية للقمر الإصطناعي :

طم = طح + طك = (2.56 + 1.28) 10^{10} = 3.84 . 10^{10}جول.

الطاقة الميكانيكية الناتجة عن إحتراق 1 كغ من الوقود :

طمَ = 4.2 × $\frac{10}{100}$ = 4.2 . 10^6جول

كتلة الوقود المستهلكة :

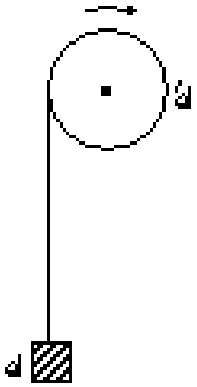
4.2 . 10^{10} جول ⟵ 1 كغ

3.84 . 10^{10} جول ⟵ ك$_0$

ك$_0$ = $\frac{10.3.84^{10}}{10.4.2^6}$ = 10.9.14^3 كغ

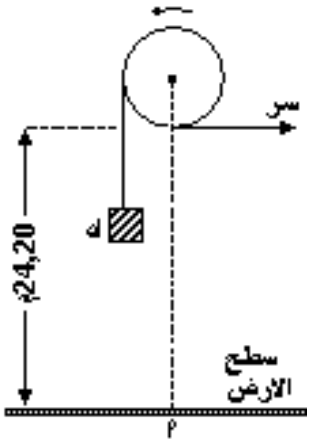
= 9.14 طن

تمارين عامة : خاصة بالإرسال الأول



1 – نعتبر ج = 10 و د ، تهمل قوى الإحتكاك
عزم عطالة أسطوانة كتلتها ك ونصف قطرها نق حول
محورها عط = $\frac{1}{2}$ ك نق^2
I – يتحكم محرك كهربائي في حركة محمولة كتلتها
ك = 60 كغ بواسطة حبل عديم الإمتطاط مهمل الكتلة
ملفوف بإنتظام حول محيط بكرة أسطوانية كتلتها كَ = 20 كغ
ونصف قطرها نق = 10 سم متمحورة
مع جذع المحرك، يشغل المحرك لتشرع الحمولة
في الصعود إنطلاقاً من سطح الأرض فتبلغ سرعتها 2 م/ثا
بعد 5 ثوان من لحظة إنطلاقها ثم تواصل حركتها بهذه
السرعة الثابتة مسافة 10 م حيث يتوقف المحرك عن الإنشغال
وتتوقف الجملة بعدئذ عن الحركة عند بلوغ إرتفاع إجمالي قدره 20 م.

1 – أكتب المعادلة الزمنية الخاصة بكل طور معتبراً مبدأ قياس الأزمنة لحظة بداية كل طور ومبدأ قياس الفواصل سطح الأرض ، ثم أحسب المدة الزمنية التي إستغرقها صعود الحمولة.
2 – أدرس حركة الجملة وأحسب
أ – قيمة العزم الذي طبقه المحرك على البكرة خلال كل طور
ب – قيمة توتر الحبل خلال كل طور



عند نهاية المرحلة الثالثة وبعد توقف المحرك عن الإشتغال
حدث خلل في جهاز الغرملة أدى إلى إنقلاب الحمولة دون
أن ينقطع الحبل وبعد هبوطها مسافة 4.25 م ، تنفصل كتلة
نعتبرها نقطية من محيط البكرة في
وضع تكون فيه على أدنى إرتفاع من سطح الأرض وقدره
24.20م بإعتبار لحظة إنفصال الكتلة مبدأ القياس الأزمنة ونقطة
الإنفصال مبدأ القياس المسافات
1 – أحسب السرعة الخطية للكتلة لحظة إنفصالها عن البكرة
2 – أوجد معادلة مسارها وكذا فاصلة نقطة

سقوطها على سطح الأرض بالنسبة لشاقول
مار من مركز البكرة.

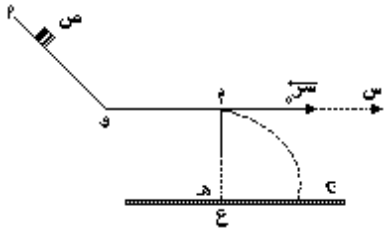
الأجوبة :

$ع_1 = 0.2 ز_1^2$ ، $ع_2 = 2ز + 5$ ، $ع_3 = -0.2 ز_3^2 + ز_3 + 15$

$ز_1 = 5$ ثا ، $ز_2 = 5$ ثا ، $ز_3 = 5$ ثا $ز = 15$ ثا 2

26.8 ن.م ، 60 ن . م ، 57.2 ن . م ، 624 ن ، 600 ن ، 576 ن.

8.57 م / ثا ، $ع = \frac{ج}{2 سر^2} س^2$ ، س = 18.85 م



2 – جسم صلب (ص) يعد نقطة مادية،
يبدأ حركته من السكون إنطلاقاً
من نقطة (أ). ينزلق على المستو
المائل (أ و) ويواصل إنسحابة على
مستو أفقي (و م) والذي يعادره عند (م) بسرعة
$\overleftarrow{سر_0}$ ليسقط على مستو أفقي آخر في النقطة (ن) كما هو مبين بالشكل.
نغير الإرتفاع (م ه = ع) ونسجل كلا من زمن السقوط (ز) والمدى الأفقي (ه ن = س) فنحصل على جدول القياسات التالي :

ع (سم)	15	20	25	30	35
س (سم)	34.6	40.0	44.6	46.0	52.8
ز (ثا)	0.172	0.200	0.222	0.244	0.264

1 – أرسم البيانين ع = تا($ز^2$) و س = ها(ز)

2 – إستنتج من البيانين :

أ – طبيعة حركة مسقط الكرة على كل من المحورين م س ، م ع

ب – قيمة كل من تسارع الجاذبية ج والسرعة $سر_0$

3 – أحسب من التجربة الثانية (س = 40 سم ، ز = 0.200 ثا) السرعة والإرتياب المطلق Δ علماً بأن Δ س = 4 مم و Δ ز = 2 . 10^{-3} ثا

الأجوبة :

البيانان ع = تا($ز^2$) ، س = ها(ز) مستقيمان ينمران بالمبدأ.

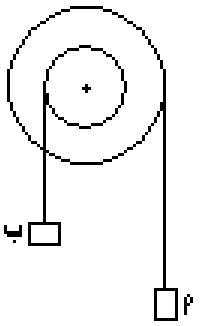
* **الحركة على م س :** مستقيمة منتظمة وعلى م ع مستقيمة متغيرة بإنتظام

* ج = 10 م/ثا^2 ، $سر_0$ = 2 م/ثا ، Δ $سر_0$ = 0.04 م/ثا.

3 – نـأخذ ج = 10 م/ثـا^2 ، نهمـل قوى الإحتكاك ومقاومة الهواء ونعتبر الخيوط مهملة الكتلة وعديمة الإمتطاط

I – قـرص مـتجانس نصـف قطـره نق = 10 سم ، يمكنه الدوران حول محور أفقي (Δ) عمودي على مستويه ومـار بمركـزه (م). إن عـزم عطالـة هذا القرص بالنسبة للمحور (Δ) : عط = 6.8 . 10^{-4} كغ.م2.

يلـف علـى محـزه خـيط يحمـل فـي نهايـته الحـرة جسما أ كتلته = 100 غ وتحرر الجملة، بدون سرعة إبتدائية.



1 – أدرس طبيعة حركة الجسم أ.

2 – أحسب التسارع الزاوي للقرص.

II – نثبت على هذا القرص بكرة متمحورة معه، كتلتها مهملة ونصف قطرها نق = 4 سم، يلف على محزها خيط يحمل في نهايته الحرة جسماً (ب) كتلته $ك_ب$ = 200 غ. الخيطان الحاملان للجسمين أ ، ب ملفوفان في إتجاهين متعاكسين.

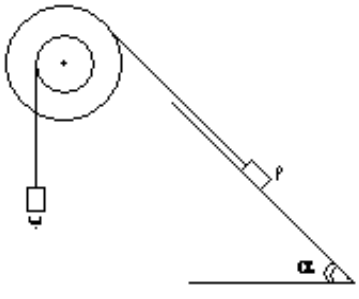
تحرر الجملة من السكون بدون سرعة إبتدائية

1 – أحسب التسارع الزاوي للجملة (بكرة + قرص)

2 – أدرس طبيعة حركة الجسم أ وأحسب المسافة التي يقطعها بعد 1ثا من بدء الحركة.

3 – أدرس طبيعة حركة الجسم ب وأحسب المسافة التي يقطعها بعد 1 ثا من بدء الحركة.

III – يوضع الجسم (أ) على مستو مائل أملس يميل على الأفق بزاويةα = 30 (الشكل) وتحرر الجملة بدون سرعة إبتدائية من السكون



1 – أحسب التسارع الزاوي التسارع الزاوي للجملة (بكرة + قرص)

2 – أدرس طبيعة حركة جسم أ وأحسب المسافة التي يقطعها بعد 1 ثا من بدء الحركة.

3 – بعد 1 ثا من بدء الحركة ينقطع الخيط الحامل للجسم أ ، أدرس الحركة اللاحقة للجسمين أ ، ب بإعتبار المستوي المائل طويلا بما فيه الكفاية وأن الجسم (ب) كان غير ملامس للأرض عند هذه اللحظة.

الأجوبة :

I – حركة أ مستقيمة متغيرة بإنتظام ، تعه = 59.5 راد/ثا2

II – تعه = 10 راد/ثا2 ، $س_{ا}$ = 0.5 م ، $س_{ب}$ = 0.2 م

III – تعه = 15 راد/ثا2 ، $سَ_{ا}$ = 0.75 م ، حركة كل من أ ، ب مستقيمة متغيرة بإنتظام تسارعاهما على التوالي : $تع_{ا}$ = –5 م/ثا2 ، $تع_{ب}$ = 3.2 م/ثا2

4 – قاطرة كهربائية كتلتها 125 طن تجر عربة كتلتها 125 طن كذلك، بإعتبار القوى المقاومة للحركة ثابتة وتكافئ قوة وحيدة شدتها 50 لكل طن

1 – تتحرك الجملة أو لا من السكون بسرعة ثابتة قيمتها 6 كم/سا على طريق أفقي مستقيم. مثل وأحسب القوى المؤثرة على العربة والقاطرة

2 – تنتقل سرعة الجملة وعلى مسافة 2 كنم من 60 كم/سا إلى 90 كم / سا. بإعتبار الحركة مستقيمة متسارعة بإنتظام أحسب :

أ – تسارع الحركة

ب – زمن الحركة

ج – توتر الحبل بين القاطرة والعربة.

3 – الجملة تتحرك سرعة 9+0 كم/سا على طريق أفقي مستقيم، ينقطع التيار فجأة وتعمل المكابح فتتوقف الجملة بعد أن تقطع مسافة 1200 م إبتداءً من نقطة إنقطاع التيار الكهربائي، بإعتبار الحركة متباطئة بإنتظام أحسب

أ – تسارع الحركة

ب – مدة الحركة

ج – محصلة القوى التي تؤثر بها المكابح على الجملة

4– في نقطة (ه) من سقف العربة، على خيط خفيف مهمل الكتلة وعديم الإمتطاط يحمل في نهايته كرة معدنية صغيرة.

أ – ما هو وضع توازن المجموعة (كرة خيط) خلال الأطوار الثلاثة للحركة ؟

ب – ما هي شدة توتر الخيط خلال الأطوار الثلاثة للحركة إذا كانت كتلة الكرة

ك = 50 غ ؟ نعتبر ج = 10م/ثا2

الأجوبة :

1 – 6250 ن ، 125. 10^4ن ، 125 . 10^4ن ، 12500 ن

2 – 0.09 م/ثا^2 ، 96 ثا ، 17100 ن

3 – –0.26 م/ثا^2 ، 96 ثا ، 52500 ن

4 – 0 ، °0.5 ، °1.50

– يعطى قانون الجذب العام ق = $\frac{\text{ثا ك}_1 \text{ك}_2}{\text{ب}^2}$ ، ثا = 6.67 . 10^{-11}و.د

1 – إستنتج : شدة شعاع حقل الجاذبية على سطح الأرض بدلالة ثا، كتلة الأرض ك ، نق (نصف قطر الأرض) بإعتبار الأرض كروية الشكل.

2 – أحسب ك علماً بأن نق = 6400 كم ، = 9.8 و.د.

3 – إستنتج شدة شعاع حقل الجاذبية ج على إرتفاع ع بدلالة ، نق ، ع.

4 – قمر إصطناعي يدور على إرتفاع كبير من سطح الأرض أين تسارع الثقالة يساوي ج المحسوبة سابقاً فيرسم مساراً دائرياً متمركزاً مع الأرض.

أ – أوجد سرعته بدلالة ، نق ، ع ثم أحسبها من أجل ع = 3600 كم

ب – أحسب دور القمر الإصطناعي.

الأجوبة :

$ج_0 = \frac{\text{ثا ك}}{\text{ذ ق}^2}$ ، ك = 6. 10^{24} كغ ، ج = $ج_0 = \frac{\text{ذ ق}^2}{(\text{ذ ق} + \text{ع})^2}$

سر = نق $\sqrt{\frac{ج_0}{\text{ذ ق} + \text{ع}}}$ = 6336 م/ثا ، د = 9912 ثا = 2 سا،45 د

6 – نابض أسطواني حلقاته غير متلاصقة، كتلته مهملة، علق شاقوليا وحمل كتلة قدرها 10 غ فأصبح طوله 21 سم، علماً بأن الإستطالة تتناسب طرديا مع الثقل المعلق.

1 – أحسب ثابت مرونة النابض.

2 – يثبت النابض وهو محمل بالكتلة 10 غ في نقطة م من محور شاقولي م ع وتدار الجملة بسرعة قدرها 3 دورة / ثا – أحسب إستطالة النابض

3 – عند سرعة دوران ما ، نلاحظ أن محور النابض يصنع زاوية α = 60 مع المحور م ع أحسب في هذه الحالة

أ – إستطالة النابض

ب – تواتر الحركة نعتبر π^2 = 10 ، ج 9.8 م/ثا^2

الأجوبة :

ثا = 9.8 ن/م ، Δل$_1$ = 0.17 ، Δل$_2$ = 0.02 م ، ن = 1.5 دورة / ثا.